Atanasio Lleó • Lourdes Lleó

GRAN MANUAL DE MAGNITUDES FÍSICAS Y SUS UNIDADES

Un estudio sistemático de 565 magnitudes físicas

Cómo utilizar el Sistema Internacional de Unidades SI
en la Ciencia y en la Ingeniería, hoy obligatorio en todo el mundo

DIAZ DE SANTOS

GRAN MANUAL DE MAGNITUDES FÍSICAS Y SUS UNIDADES

Atanasio Lleó - Lourdes Lleó

GRAN MANUAL DE MAGNITUDES FÍSICAS Y SUS UNIDADES

Un estudio sistemático de 565 magnitudes físicas

Cómo utilizar el Sistema Internacional de Unidades SI en la Ciencia y la Ingeniería, hoy obligatorio en todo el mundo

DIAZ DE SANTOS

Reservados todos los derechos.

“No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, ni su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos sin el permiso previo y por escrito de los titulares del Copyright”

© Atanasio Lleó – Lourdes Lleó, 2008 (Libro en papel)
© Atanasio Lleo – Lourdes Lleó, 2011 (Libro electrónico)

Ediciones Díaz de Santos, S.A.
Albasanz, 2
28037 MADRID

http.//ediciones.diazdesantos.es
ediciones@díazdesantos.es

ISBN: 978-84-9969-025-4 (libro electrónico)
ISBN: 978-84-7978-767-7 (Libro en papel)

ACERCA DE LOS AUTORES

Atanasio Lleó, Doctor en Física y Licenciado en Química, ha sido experto de la UNESCO para la enseñanza de Física y Matemáticas, Profesor de Física en las Escuelas Técnicas Superiores de Arquitectura, Ingenieros Agrónomos, Ingenieros Aeronáuticos e Ingenieros Na vales de la Universidad Politécnica de Madrid.

Ha sido, además, Profesor de la Uni versidad Nacional de Asunción (Paraguay), Profesor de Física en la Universidad de Valencia, Profesor de Mecánica en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de la UNED y , durante cuarenta años, Catedrático de Física Aplicada en la Escuela de Ingeniería Técnica Agrícola de la Universidad Politécnica de Madrid. Es autor de 16 libros, entre los que destacan los titulados *Mecánica* y *Tensores Carter sianos y Aplicaciones*, así como doce trabajos de investigación en Física Nuclear y Física de Partículas, publicados en revistas de la especialidad.

Es actualmente Profesor Emérito de la Uni versidad Politécnica de Madrid y dirige el curso de *Humanidades, Ingeniería y Arquitectura*. Pertenece a los CTN-7 y CTN-82 de AENOR.

Es de destacar que ha sido galardonado con el *Premio al Mejor Libro de Texto* de la Uni versidad por el libro titulado *Física para Ing enieros* (Ed. Mundi-Prensa, 2001).

Lourdes Lleó, Doctor Ingeniero Agrónomo (Sobresaliente *cum Laude*), Profesor Titular de Física Aplicada de la Escuela Uni versitaria de Ingeniería Técnica Agrícola de la Uni versidad Politécnica de Madrid, Master en Gestión de Calidad de la Escuela de Or ganización Industrial.

Ha sido Auditora de AENOR en Sistemas de Calidad, ha realizado la implantación de Sistemas de Calidad en Red Eléctrica Española y otras empresas.

Tiene publicados siete trabajos de investigación en Física e Ingeniería Agronómica financiados por la Unión Europea, presentados en Congresos internacionales y publicados en re vistas de la especi alidad. Es, además, autora de ocho libros de carácter didáctico, tales como los titulados: *Problemas y Cuestiones de Física* (Ed. Mundi-Prensa, 2002) y *Problemas de Física para Ingenieros* (Ed. EUIT Agrícola UPM, 2007).

PRÓLOGO

Es para mí un honor y una especial satisfacción atender a la petición del profesor Atanasio Lleó y la profesora Lourdes Lleó de prologar este manual de magnitudes físicas y sus unidades de medida, tanto por la trayectoria profesional de sus autores como por la relevancia de esta obra para la metrología, y que no puedo calificar de otra forma que como un libro «amigo», de manejo, consulta y estudio cómodos, eminentemente práctico y «excelente».

Para toda ciencia experimental, la medida constituye una operación fundamental que cuantifica las propiedades físicas de los cuerpos a través de las unidades de medida. Como dijo Mendeleyev «la ciencia comienza donde empieza la medición, no siendo posible ciencia exacta en ausencia de mediciones»; y más recientemente un «gurú» de la calidad como Deming dijo «lo que no se pueda medir no se puede mejorar». La ciencia es completamente dependiente de las medidas y de la exactitud con que estas se realizan y se expresan. Las medidas son parte de nuestra vida. Para que nos hagamos una idea del impacto que tienen en la sociedad actual, se puede estimar que en Europa se mide con un coste equivalente mayor del 1% de nuestro PIB y con un retorno económico equivalente entre el 2% y el 7% del PIB. Así pues, las medidas son una necesidad científica, económica y social.

El Sistema Internacional de Unidades (SI) fue uno de los grandes logros del siglo XX, y ha permitido unificar y dar coherencia a la gran variedad de subsistemas de unidades que entorpecían y dificultaban la transferencia de resultados de mediciones en la comunidad internacional. Hoy en día, en un mundo globalizado, se impone la unificación.

A pesar de las grandes ventajas que supone para la comunidad científica, y en general para la sociedad, la utilización del SI, aún hoy, en nuestro país, existen libros de texto y artículos científicos o de divulgación en los medios de comunicación que, o no lo aplican, o lo aplican incorrectamente. Una de las causas principales de esta realidad es la falta de rigor en la enseñanza de las unidades de medida y en su exigencia. Algunos de los profesionales de la enseñanza o incluso libros de texto no aplican el Sistema Internacionales de Unidades (SI) declarado sistema oficial en España y en casi la totalidad de los países del mundo.

Siendo consciente de la existencia de esta laguna, la Comisión de Laboratorios Asociados del Consejo Superior de Metrología (CSM), dentro del informe «La metrología científica en España y en su entorno Europeo», presentado en mayo de 2007, recoge como una de las acciones prioritarias a desarrollar «Colaborar con el Ministerio de Educación y Ciencia y las CC AA para que se mejoren los textos de enseñanza en relación con los conceptos básicos de Metrologia y unidades del SI». La publicación de este libro es oportuna y en línea con las actuaciones propuestas.

En la obra que nos ocupa se describen de una forma práctica, ordenada y resumida, más de medio millar de magnitudes físicas, indicándose sus fórmulas más representativas, sus dimensiones, así como sus unidades de medida en el Sistema Internacional de Unidades (SI) y equivalencias de otras unidades al mismo. También, para cada magnitud se recogen aquellas constantes y valores que le son afines y se informa sobre las unidades antiguas más utilizadas.

Este «vademécum» de magnitudes y unidades redactado de forma clara, concisa y amigable, apoyado en referencias y fuentes fiables, ayudará a comprender el significado de muchas magnitudes y facilitará el empleo del SI a científicos, tecnólogos, profesionales de la enseñanza, alumnos y en general a todos aquellos interesados con las medidas. Se trata de una obra seminal en nuestro país sobre magnitudes y unidades de medida, que seguramente se convertirá para muchos en un libro de consulta habitual.

José Ángel Robles Carbonell
Subdirector Científico y de RRII
Centro Español de Metrología
Ministerio de Industria, Turismo y Comercio

PRESENTACIÓN

El objetivo de este libro es eminentemente práctico: aclarar el significado de las diversas magnitudes y facilitar el empleo del Sistema Internacional de Unidades, SI, en la Física y en los diversos campos de la Ciencia y la Ingeniería (incluso en la actividad ordinaria). No hemos querido renunciar, sin embargo, a resaltar algunos breves apuntes históricos y humanísticos.

Hemos considerado que un libro como el que aquí presentamos puede contribuir a eliminar errores, así como a simplificar el trabajo a todo científico, ingeniero o cualquier persona que haya de manejar datos o instrumentos, de manera que las unidades con que se encuentre no le ocasionen problemas ni le induzcan a confusiones. No debería jamás ocurrir que, al aplicar un elaborado proceso tecnológico, se produzcan errores a causa simplemente de un empleo indebido de las unidades (algo que alguna vez ya se ha producido, como luego veremos).

Hoy, afortunadamente, hay acuerdo general en lo que respecta a las unidades (el uso del SI), tanto en el campo científico como en el tecnológico, con todas las ventajas que ello aporta. Aunque no debemos olvidar que en algunos casos concretos aún se usan unidades que no pertenecen al SI, y existen, además, gran número de textos y trabajos que se realizaron cuando todavía se usaban otros sistemas de unidades.

En cuanto a los estudiantes, no es necesario resaltar que el disponer de un texto de estas características resulta hoy una necesidad casi absoluta. Es preciso eliminar toda sombra de duda respecto a las magnitudes físicas y sus unidades. Se trata de que el estudioso pueda centrar el esfuerzo en el conocimiento de las teorías y técnicas que son el verdadero objeto de su aprendizaje, sin que los problemas de las unidades distraigan su atención.

Para la elaboración del libro nos hemos basado en la octava edición del documento *Le Système international d'unités (SI)* (2006), elaborado por el Bureau Internacional de Poids et Mesures (BIPM), perteneciente a la Organización Internacional de la Convención del Metro (hoy formada por 71 países), para cuya preparación se ha consultado a los principales organismos internacionales de las diversas materias. Además hemos tenido en cuenta las normas ISO-21 *Quantities and Units* (1993) y las normas españolas de AENOR UNE 82100 *Unidades de Medida. Recopilación de Normas UNE* (2002), así como los valores numéricos CODATA (2001) y otras fuentes que citamos en la Bibliografía.

Conviene remarcar que el libro no es un simple compendio de normas (las cuales, por otra parte, pueden consultarse fácilmente en los documentos reseñados). Lo que con su publicación se pretende es proporcionar una breve orientación sobre lo que significan las magnitudes y, al mismo tiempo, indicar las pautas acerca del manejo de las unidades físicas, tratando de evitar confusiones.

Lo que consideramos más destacable de este libro es el trato detallado que hemos querido dar a las 565 magnitudes físicas estudiadas, exponiendo, para cada una de ellas, su definición, aclaraciones conceptuales, las fórmulas más importantes, las dimensiones, la unidad SI, otras unidades y la equivalencia con la unidad SI, así como, en muchos casos, los valores numéricos más frecuentes. Al revisar la bibliografía internacional se echaba en falta una publicación que abarcara toda esta información, por lo que decidimos emprender la realización de este trabajo.

El índice alfabético permite consultar en breve tiempo, por ejemplo, cuál es el significado de una determinada magnitud física, su unidad SI, o a qué magnitud pertenece una unidad cualquiera que aparezca en un trabajo y su relación con la correspondiente unidad SI, o de qué orden son los valores usuales, así como los valores de las constantes.

Si consiguiésemos facilitar el trabajo a quienes consulten este libro, el esfuerzo que ha supuesto su elaboración no habría sido en vano. Esta sería nuestra mejor recompensa.

Finalmente, queremos expresar nuestro agradecimiento a la Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Agrícola, al Rectorado de la Universidad Politécnica de Madrid, al Centro Español de Metrología y a la Asociación Española de Normalización AENOR por su inestimable apoyo, que ha sido fundamental para la publicación de este libro.

LOS AUTORES.

Atanasio Lleó
e-mail: atanasio.lleo@upm.es

Lourdes Lleó
e-mail: lourdes.lleo@upm.es

Invitamos a nuestros amables lectores a que nos hagan llegar sus sugerencias acerca del contenido de este libro, que nos pueden ser de gran utilidad. Muchas gracias.

ÍNDICE

PRÓLOGO IX
PRESENTACIÓN XI
1. INTRODUCCIÓN 1
2. UNIDADES EN LA ANTIGÜEDAD 5

3. BREVE HISTORIA DEL SISTEMA INTERNACIONAL (SI) 11
3.1. La revolución francesa gesta el sistema métrico decimal 11
3.2. Los primeros avances del sistema métrico decimal 13
3.3. Nuevas definiciones del metro 14
3.4. La unidad de masa 14
3.5. La molécula gramo y el mol. La cantidad de sustancia 15
3.6. Definiciones de la unidad de tiempo 15
3.7. Primitivo desarrollo de las unidades eléctricas 16
3.8. La unificación de Giorgi 18
3.9. El nacimiento del Sistema Internacional de Unidades (SI) 19
3.10. Las unidades de temperatura 20
3.11. Las unidades de óptica fotométrica 20
3.12. Continuo perfeccionamiento del Sistema Internacional 21

4. UNIDADES BÁSICAS DEL SI 23
4.1. Unidad SI de longitud: metro (m) 24
4.2. Unidad SI de masa: kilogramo (kg) 24
4.3. Unidad SI de tiempo: segundo (s) 24
4.4. Unidad SI de temperatura: kelvin (K) 24
4.5. Unidad SI de intensidad de corriente eléctrica: amperio (A) 24
4.6. Unidad de cantidad de sustancia: mol (mol) 25
4.7. Unidad de intensidad luminosa: candela (cd) 25

5. UNIDADES DERIVADAS 27
5.1. Unidades angulares (unidades suplementarias) 27
5.2. Determinación de las unidades derivadas 28
5.3. Ejemplos de unidades derivadas 28

6. OBTENCIÓN DE UNIDADES POR LA DIMENSIONES 33
6.1. Las expresiones dimensionales 33
6.2. Las siete magnitudes elegidas como base del Sistema Internacional..... 34
6.3. Dimensiones y unidad SI de las siete magnitudes básicas 34
6.4. Dimensiones de las magnitudes derivadas 35
6.5. Ejemplos de obtención de unidades SI por medio de las dimensiones 36

7. PREFIJOS DECIMALES 41
7.1. Múltiplos y submúltiplos decimales 41
7.2. Ejemplos y normas para utilizar prefijos 42
7.3. Prefijos y unidades en informática 44

8. NORMAS Y RECOMENDACIONES 45
8.1. Normas para expresar magnitudes 45
8.2. Normas para expresar unidades 48
8.3. Los valores numéricos 53
8.4. Cálculos realizados mediante fórmulas 57
8.5. La notación de los elementos químicos y los nucleidos 59
8.6. Los subíndices y superíndices 60
8.7. Diversas expresiones de magnitudes y unidades 61
8.8. Empleo de algunos términos en los nombres de magnitudes 62
8.9. Las tablas y gráficas 67
8.10. El alfabeto griego 68

9. MECÁNICA (PARTÍCULAS Y SÓLIDOS) 69
9.1. Longitud l, x, y, z, s, a, b, c, h, D, r, R, δ, ρ, q 69
9.2. Área o superficie, A, S 82
9.3. Volumen V, v, τ 88
9.4. Ángulo θ, φ, ψ, α, β, γ 102
9.5. Radio de curvatura 103
9.6. Curvatura, κ 105
9.7. Ángulo sólido, Ω, ω 106
9.8. Tiempo, t, (T), τ 107
9.9. Velocidad, v, c, u, w 110
9.10. Aceleración (y campo gravitatorio), a, g 113
9.11. Frecuencia (y frecuencia de rotación) (en fenómenos periódicos), υ, (f)(n) 115
9.12. Velocidad angular. Frecuencia angular o pulsación, ω, Ω 117
9.13. Aceleración angular, α 119
9.14. Masa (masa gravitatoria) (masa de inercia), m 119
9.15. Fuerza, F, f 132
9.16. Peso, P, (p, w) 134
9.17. Energía. Trabajo. Calor W, E, Q, (U, A, T) 136
9.18. Potencia P 139
9.19. Presión p 141
9.20. Acción A 143
9.21. Densidad (densidad másica) r 144
9.22. Volumen específico (volumen másico) v (u) 146
9.23. Densidad superficial (másica) ρ_s (ρ_A, σ) 147
9.24. Densidad lineal (másica) ρL (λ) 148
9.25. Peso específico (ρ_e) 149
9.26. Peso específico superficial ρ_s 150
9.27. Peso específico lineal ρ_l 151
9.28. Densidad relativa (másica) d, ρ_r 151
9.29. Densidad de energía u, w 153
9.30. Momento estático (o momento de primer orden) M 154
9.31. Momentos de inercia. Productos de inercia I, J, P 155
9.32. Tensor de inercia, $\vec{\vec{I}}$ 156

9.33. Momento de fuerzas. Par de fuerzas (Torque) M 157
9.34. Cantidad de movimiento (momento lineal, momento, momentum) p 158
9.35. Momento cinético (momento de la cantidad de movimiento, momento angular) L (c) 159
9.36. Densidad de cantidad de movimiento ρ_p 161
9.37. Densidad de momento cinético ρ_L 162
9.38. Impulso (impulso de percusión) I, P, Π 163
9.39. Impulso angular (momento de percusión), H 164
9.40. Velocidad areolar S 165
9.41. Factor de rozamiento (coeficiente de rozamiento), (estático y dinámico), μ_s, μ 166
9.42. Coeficiente de resistencia a la rodadura ρ 167
9.43. Coeficiente de resistencia al pivotamiento, δ 169
9.44. Rendimiento mecánico, η 169
9.45. Campo gravitatorio (intensidad del) $\vec{g}$ 170
9.46. Potencial gravitatorio, V (Φ) 171
9.47. Constante de la gravitación G 172

10. FÍSICA DE FLUIDOS Y NÚMEROS CARACTERÍSTICOS ADIMENSIONALES 175
10.1. Caudal (o caudal en volumen), q, q_v, Φ 175
10.2. Caudal en masa, q_m (G) 177
10.3. Viscosidad (o viscosidad dinámica), η 177
10.4. Viscosidad cinemática, υ 178
10.5. Viscosidad relativa, η_r 179
10.6. Fluidez, f 179
10.7. Tensión superficial, σ (γ) 180
10.8. Coeficiente de fricción lineal, b 181
10.9. Coeficiente de fricción angular, β 182
10.10. Coeficiente de fricción cuadrática, c 183
10.11. Pérdida lineal de carga, κ 183
10.12. Resistencia hidrodinámica (de un tubo), R_H 184
10.13. Número de Reynolds, *Re* 185
10.14. Número de Mach (o de Cauchy), *Ma* 186
10.15. Número de Euler (o de Newton), *Eu* 187
10.16. Número de Froude (o de Reech), *Fr*, *Fr'* 187
10.17. Número de Weber, *We* 188
10.18. Número o coeficiente de potencia, *Po* 188
10.19. Número o coeficiente de caudal, *Qa* 189
10.20. Número o coeficiente manométrico, *Mn* 189
10.21. Número de Knudsen, *Kn* 190
10.22. Número o factor de rugosidad, *Ru* 190
10.23. Número o factor de las ondas superficiales, *Os* 191
10.24. Número de Strouhal, *Sr* 191
10.25. Número de Grashof, *Gr* 192
10.26. Número de Grashof para transporte de masa, Gr^* 192

10.27. Número de Nusselt, *Nu* 193
10.28. Número de Nusselt para transporte de masa, Nu^* 194
10.29. Número de Stanton (o número de Margoulis), *St* (*Ms*) 194
10.30. Número de Stanton para transporte de masa, St^* 195
10.31. Número de Péclet, *Pe* 195
10.32. Número de Péclet para transporte de masa, Pe^* 196
10.33. Número de Fourier, *Fo* 196
10.34. Número de Fourier para transporte de masa, Fo^* 197
10.35. Número de Pradtl, *Pr* 197
10.36. Número de Schmidt, *Sc* 198
10.37. Número de Lewis, *Le* 198
10.38. Número de Reynolds magnético, *Rm* 199
10.39. Número de Alfvén, *Al* 199
10.40. Número de Hartmann, *Ha* 200
10.41. Primer número de Cowling, Co_1 200
10.42. Número de Cowling (o segundo número de Cowling), *Co*, Co_2 201

11. FENÓMENOS PERIÓDICOS. ONDAS. ACÚSTICA 203
11.1. Periodo, *T* 203
11.2. Frecuencia. Frecuencia de rotación, *v*, (*f*), (*n*) 204
11.3. Frecuencia angular (o frecuencia circular) (o pulsación), ω 205
11.4. Amplitud y elongación, *A*, *x* (o bien θ_0, θ) 206
11.5. Constante armónica, *k* 207
11.6. Amplitud de velocidad, v_0, v_m, *U* 208
11.7. Amplitud de aceleración, a_0, a_m 208
11.8. Constante elástica (de un sistema que se deforma elásticamente), *K*, *k* .. 209
11.9. Coeficiente de resistencia viscosa, *b* 210
11.10. Coeficiente de amortiguamiento y constante de tiempo, δ, τ 211
11.11. Decremento logarítmico, Λ 212
11.12. Reactancia mecánica de un oscilador elástico, *X* 213
11.13. Impedancia mecánica *Z*, Z_m 214
11.14. Frecuencia angular propia (frecuencia de resonancia), ω_0 215
11.15. Frecuencia angular del oscilador amortiguado (pseudofrecuencia angular), ω 216
11.16. Coeficiente de anarmonicidad, *s* 217
11.17. Energía del oscilador elástico *E*, *W* 218
11.18. Potencia absorbida y potencia disipada (en un oscilador elástico forzado amortiguado), P_a, P_d 219
11.19. Constante de tiempo. Tiempo de relajación, τ 220
11.20. Factor de calidad, *Q* 221
11.21. Velocidad de propagación de una onda, *c*, *v* 222
11.22. Índice de refracción, *n*, n_{ij} 223
11.23. Número de Mach, *Ma* 224
11.24. Longitud de onda, λ 225
11.25. Número de ondas, σ 226
11.26. Número de ondas angular, *k* 226

11.27. Tono (y timbre) de un sonido, v, f 227
11.28. Relación e intervalo de frecuencias (intervalo musical), r, i 228
11.29. Desplazamiento acústico de partícula (elongación y amplitud), ξ, (x), A 230
11.30. Velocidad de partícula (y amplitud) (velocidad acústica), u, v, U 231
11.31. Aceleración en una onda. Aceleración acústica, a 232
11.32. Presión estática (presión de equilibrio), p_s 233
11.33. Presión y amplitud de presión. Presión acústica, p, p_a, P 233
11.34. Densidad de energía en una onda. Densidad de energía acústica, w, (w_a), (e) 234
11.35. Potencia (transportada, emitida o transferida por una onda). Flujo de energía, P, P_S 235
11.36. Intensidad de una onda. Intensidad acústica. Intensidad sonora, I, J 236
11.37. Nivel de campo (y diferencia de nivel de campo) (para desplazamiento, presión acústica, campo eléctrico, etc.), L_F, L_A, L_p, L_E… 237
11.38. Nivel de presión acústica, L_p 239
11.39. Nivel de potencia e intensidad (y diferencias de nivel), L_w, L_I 241
11.40. Nivel de potencia e intensidad acústicas, L_W, L_I 243
11.41. Nivel de sonoridad, L_N 245
11.42. Sonoridad, N 247
11.43. Impedancia acústica, Z_a 248
11.44. Impedancia acústica específica, Z_S 248
11.45. Impedancia característica (de un medio), Z_c, Z 249
11.46. Tasa de flujo de volumen (o velocidad de volumen), q 251
11.47. Reflectancia. Factor de reflexión, r, ρ 252
11.48. Transmitancia. Factor de transmisión, τ 253
11.49. Factor de disipación, δ, ψ 254
11.50. Factor de absorción, α, a 255
11.51. Índice de reducción acústica (pérdida de transmisión acústica), R 256
11.52. Factor o coeficiente de reflexión para amplitudes, r_A 258
11.53. Factor o coeficiente de transmisión para amplitudes, τ_A 258
11.54. Velocidades de fase y de grupo, c_F, c_G, v_F, v_G 259
11.55. Coeficiente de fase, β 260
11.56. Área de absorción (equivalente a la superficie de una pared), A 261
11.57. Coeficiente de atenuación de un medio, α 261
11.58. Coeficiente de propagación, γ 262
11.59. Tiempo de reverberación, T 262
11.60. Longitudes de atenuación y semiatenuación, $x_a, x_{1/2}$ 263

12. TERMODINÁMICA Y ELASTICIDAD 265
12.1. Presión. Presión efectiva. Tensión, p, p_e 265
12.2. Tensión normal, esfuerzo normal, $\sigma, \sigma_i\ \tau_i, \tau_{ii}$ 266
12.3. Esfuerzo cortante (de cizalladura), τ, τ_{ij} 266
12.4. Tensor esfuerzo o de tensiones, $\vec{\vec{\tau}}$ 267
12.5. Tensiones principales, τ_i, σ_i 268
12.6. Deformación lineal (o dilatación lineal), ε, ρ 269

12.7. Deformación angular, γ, ψ 269
12.8. Deformación de volumen (o dilatación cúbica), θ 270
12.9. El tensor deformación, ξ 270
12.10. Deformaciones principales, ξ_i 271
12.11. Módulo de elasticidad longitudinal (o módulo de Young), E 272
12.12. Coeficiente de Poisson (o número de Poisson), μ, υ 274
12.13. Módulo de torsión (o módulo de cizalla, o módulo de rigidez), G 275
12.14. Módulo de compresibilidad (o módulo de compresión) (a temperatura constante), K 276
12.15. Constante o coeficiente de un muelle elástico, k 277
12.16. Constante o coeficiente de una clase dada de muelle, J 277
12.17. Constante o coeficiente de torsión de un hilo o una barra, k 278
12.18. Fuerza deformadora y fuerza recuperadora de un muelle, F 279
12.19. Momento torsor y momento recuperador de un hilo o una barra, M 280
12.20. Fuerza cortante en una viga, F, Q 280
12.21. Momento flector en un viga, M 281
12.22. Coeficiente de restitución, ε 282
12.23. Momento estático geométrico de un área plana, M 283
12.24. Momento de inercia geométrico o momento cuadrático de una área plana, I_a, I 283
12.25. Momento cuadrático polar de una área plana, I_p 284
12.26. Temperatura, T, t, θ 285
12.27. Constante universal de los gases perfectos o constante molar de los gases perfectos, R 288
12.28. Constante particular de un gas perfecto (o constante específica), r 288
12.29. Parámetros de la ecuación de Van der Waals, a, b 289
12.30. Valores críticos y variables reducidas de Van der Waals, p_c, v_c, T_c, π, τ, θ 290
12.31. Constante de Boltzman, k 291
12.32. Energía interna, o energía termodinámica, U 292
12.33. Entalpía, H 292
12.34. Entropía, S 293
12.35. Energía libre o energía de Helmholtz F, A 294
12.36. Entalpía libre o energía de Gibbs, G 295
12.37. Energía interna específica, o energía termodinámica específica (másica), u (e) 295
12.38. Energía interna molar (o energía termodinámica molar), u_m, u 296
12.39. Entalpía específica (másica), h 297
12.40. Entalpía molar h_m, h 297
12.41. Entropía específica (entropía másica), s 298
12.42. Entropía molar, s_m, s 298
12.43. Energía libre (o energía de Helmholtz) específica (másica), f, a 299
12.44. Energía libre (o energía de Helmholtz) molar, f_m, f, a_m, a 300
12.45. Entalpía libre (o energía de Gibbs) específica (másica), g 300
12.46. Entalpía libre (o energía de Gibbs) molar, g_m, g 301
12.47. Volumen molar v_m, v 301

12.48. Función de Massieu, J 302
12.49. Función de Planck, Y 303
12.50. Termentropía o energía ligada, TS 303
12.51. Coeficiente de dilatación lineal (isobárico), α_l 304
12.52. Coeficiente de dilatación superficial (isobárico), α_A 305
12.53. Coeficiente de dilatación cúbica (isobárico), a_v, α, (γ) 305
12.54. Coeficiente relativo de presión (o coeficiente piezotérmico), α_p, β 306
12.55. Coeficiente de presión, β^{Γ} 307
12.56. Compresibilidad isotérmica (o coeficiente de compresibilidad isotérmica), κ_T, κ 307
12.57. Compresibilidad isentrópica (o coeficiente de compresibilidad adiabática), κ_S, (κ) 308
12.58. Módulo de compresibilidad isotérmica, K 309
12.59. Módulo de compresibilidad isentrópica (adiabática), χ 310
12.60. Capacidad calorífica, C 311
12.61. Capacidad calorífica másica o capacidad calorífica específica (calor específico), c 311
12.62. Capacidad calorífica específica a presión constante (calor específico a presión constante), c_p 312
12.63. Capacidad calorífica específica a volumen constante (calor específio a volumen constante), c_v 313
12.64. Capacidad calorífica específica a saturación (calor específico a saturación), c_{sat} 314
12.65. Capacidad calorífica molar, C_m 315
12.66. Capacidad calorífica molar a presión constante, C_p 315
12.67. Capacidad calorífica molar a volumen constante, C_v 316
12.68. Cociente de las capacidades caloríficas, γ 317
12.69. Coeficiente politrópico (exponente politrópico) k, n 318
12.70. Exponente isentrópico, κ 319
12.71. Calor. Cantidad de calor. Calores de transformación, Q, L, I 319
12.72. Calor de combustión (poder calorífico de un combustible o una sustancia de alimentación), P, Q, q (PCI, PCS) 321
12.73. Tasa de flujo térmico, Φ 323
12.74. Densidad de la tasa de flujo térmico, φ, q 324
12.75. Conductividad calorífica (o conductividad térmica), κ, λ, (k) 325
12.76. Coeficiente de transferencia de calor. Coeficiente de transferencia de calor superficial (coeficiente de transmisión térmica), h, K (k) (α) .. 326
12.77. Coeficiente de aislamiento térmico, M 327
12.78. Resistencia térmica, R 328
12.79. Conductancia térmica, G 329
12.80. Difusividad térmica, a 329
12.81. Longitud de onda térmica (en la conducción térmica por el interior de un material), λ 330
12.82. Velocidad de propagación de una onda térmica, u 332
12.83. Coeficiente de atenuación de una onda térmica, α 332

12.84. Rendimiento de un ciclo (o rendimiento termodinámico). Rendimiento de un motor térmico, η, r 334
12.85. Eficiencia de un ciclo frigorífico (o eficiencia frigorífica o rendimiento frigorífico), f, h_{FRI} 334
12.86. Rendimiento de una termobomba (o rendimiento de calefacción de un ciclo frigorífico), ε, η_{CAL} 335
12.87. Humedad absoluta, a 336
12.88. Presión parcial del vapor de agua, e, p_v 337
12.89. Humedad específica, q 338
12.90. Proporción de mezcla, ω 338
12.91. Masa molecular relativa ficticia del aire húmedo, M 339
12.92. Constante particular del aire húmedo, r 340
12.93. Humedad relativa, h 341
12.94. Temperatura del rocío, T_r 343
12.95. Temperatura de saturación adiabática (y temperatura del termómetro húmedo), T' 344
12.96. Temperatura virtual, T_v 345

13. ELECTRICIDAD. ELECTROMAGNETISMO 347
13.1. Carga eléctrica, Q, q 347
13.2. Corriente eléctrica (o intensidad de corriente eléctrica), I, i 349
13.3. Densidad de carga ρ, (μ) 350
13.4. Densidad superficial de carga σ, (ρ_S) 351
13.5. Densidad lineal de carga λ, (ρ_L) 352
13.6. Campo eléctrico. Intensidad de campo eléctrico, E 353
13.7. Potencial eléctrico y diferencia de potencial (tensión, voltaje) V, (φ) (u), ΔV 354
13.8. Permitividad del vacío (constante dieléctrica del vacío. Constante eléctrica), ε_0 356
13.9. Permitividad (de un medio material) ε 357
13.10. Permitividad relativa (de un medio) ε_r (ε') 359
13.11. Inducción eléctrica (o densidad de flujo eléctrico), D 360
13.12. Flujo del campo eléctrico Φ_E 362
13.13. Flujo eléctrico (o flujo de inducción eléctrica) Ψ 363
13.14. Circulación del campo eléctrico, C_E 364
13.15. Capacidad (capacidad eléctrica) C 366
13.16. Elastancia K 367
13.17. Resistencia (resistencia eléctrica), R 368
13.18. Conductancia (en corriente continua) G 369
13.19. Resistividad ρ 370
13.20. Conductividad σ, (γ) 372
13.21. Fuerza electromotriz (y fuerza contraelecromotriz), E, ε, ε' 373
13.22. Densidad de corriente, J (S, j) 374
13.23. Densidad lineal de corriente, A, K (α) 375
13.24. Potencia (potencial eléctrica) P 376
13.25. Momento dipolar eléctrico (momento dipolar) $\vec{p}$ 377

13.26. Polarización (eléctrica) $\vec{P}$ 379
13.27. Susceptibilidad eléctrica, χ, χ_e 380
13.28. Densidad de carga ficticia de polarización, ρ' 381
13.29. Densidad superficial de carga ficticia de polarización σ' 382
13.30. Polarización molar P_m 383
13.31. Momento cuadripolar, $\vec{Q}$, Q_{ij} 384
13.32. Densidad de energía electrostática w (w_E, u_E) 385
13.33. Movilidad (movilidad iónica), μ, μ_+, μ_- 386
13.34. Relación de movilidad b 387
13.35. Densidad de corriente de desplazamiento (corriente de desplazamiento), corriente de inducción eléctrica, $\partial D/\partial t$ 388
13.36. Inducción magnética (o densidad de flujo magnético), $\vec{B}$ 389
13.37. Campo magnético $\vec{H}$ 391
13.38. Permeabilidad del vacío (permeabilidad magnética del vacío, constante magnética o permeabilidad absoluta), μ_o 393
13.39. Permeabilidad (permeabilidad magnética) (de un medio material), μ ... 394
13.40. Permeabilidad (magnética) relativa μ_r (μ') 396
13.41. Flujo magnético Φ 397
13.42. Inductancia propia. Autoinductancia (coeficiente de autoinducción) (autoinducción) (de un circuito o de un sistema eléctrico), L 398
13.43. Inductancia mutua (coeficientes de inducción mutua) L_{ij}, M_{ij}, M 400
13.44. Factor de acoplamiento k (κ) 401
13.45. Factor de dispersión σ 402
13.46. Potencial vector magnético, $\vec{A}$ 402
13.47. Momento magnético $\vec{m}$ 404
13.48. Imanación $\vec{M}$, ($\vec{H}_i$) 406
13.49. Polarización magnética (o inducción magnética intrínseca), $\vec{J}$, $\vec{B}_i$ 407
13.50. Susceptibilidad magnética, κ, χ_m 408
13.51. Densidad de corriente ficticia de imanación J_m, (J') 410
13.52. Densidad lineal de corriente ficticia de imanación K_m, A_m 411
13.53. Polo magnético (carga o masa magnética) p 412
13.54. Densidad de energía electromagnética w (w_B, u_B) 414
13.55. Vector de Poynting $\vec{S}$, ($\vec{\Pi}$) 415
13.56. Diferencia de potencial magnético (tensión magnética) (potencial escalar magnético), U_m, U 417
13.57. Fuerza magnetomotriz F_m, F 418
13.58. Reluctancia R_m, R (l) 419
13.59. Permeancia Λ (P) 421
13.60. Número de pares de polos, p 422
13.61. Impedancia, en corriente alterna (impedancia compleja. Módulo de la impedancia), $\vec{Z}$, Z, $|Z|$ 422
13.62. Reactancia X 424
13.63. Resistencia (en corriente alterna), R 425
13.64. Factor de calidad Q 426
13.65. Valores eficaces (de las magnitudes sinusoidales), V, I 426

13.66. Diferencia de fase. Desfase φ 427
13.67. Admitancia (admitancia compleja y módulo), $\vec{Y}$, Y 428
13.68. Susceptancia B 429
13.69. Conductancia G 430
13.70. Potencia (en corriente alterna), P 430
13.71. Factor de potencia, cos $\varphi = \lambda$ 431

14. ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS. ÓPTICA 433
14.1. Velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas c 433
14.2. Energía radiante (de una onda electromagnética), W, Q (U, Q_e) 434
14.3. Densidad de energía radiante, w, u 435
14.4. Densidad espectral de la energía radiante o concentración espectral de la densidad de energía radiante, w_λ, u_λ, w_ν, u_ν 436
14.5. Flujo radiante (o flujo de energía radiante), Φ, P, Φ_E (luminosidad o magnitud absoluta de una estrella u objeto cósmico, L) 437
14.6. Flujo radiante espectral (o concentración espectral del flujo radiante) Φ_λ, P_λ, Φ_υ, P_ν 439
14.7. Fluencia de energía radiante, Ψ 440
14.8. Tasa de fluencia de energía radiante (o irradiancia esférica), ψ, φ 440
14.9. Irradiancia esférica espectral (o tasa de fluencia espectral de energía radiante), ψ_λ, ψ_υ, φ_λ, φ_υ 441
14.10. Intensidad radiante (de una fuente o foco en una dirección dada) I, (I_e) .. 442
14.11. Intensidad radiante espectral (de una fuente en una dirección dada), I_λ, I_υ 443
14.12. Radiancia (de una superficie emisora) L (L_e) 444
14.13. Radiancia espectral (de una superficie emisora) L_λ, L_υ 445
14.14. Exitancia radiante (o exitancia) (de una superficie que emite radiación), M (M_e) 446
14.15. Exitancia radiante espectral (de una superficie emisora) M_λ, M_υ 447
14.16. Exposición radiante (en una superficie que recibe radiación), H, H_e (y concentración espectral de exposición radiante, H_λ) 448
14.17. Irradiancia (en una superficie que recibe radiación), E (E_e) (luminosidad y magnitud aparentes y absolutas de una estrella u objeto cósmico, I, L, m, M 449
14.18. Irradiancia espectral (en una superficie que recibe radiación) E_λ, (E_υ) .. 453
14.19. Número de fotones N_p, Q_p (Q) 454
14.20. Densidad fotónica, wp (y concentración espectral de densidad fotónica, $w_{p\lambda}$) 455
14.21. Flujo fotónico Φ_p (y concentración espectral de flujo fotónico $\Phi_{p\lambda}$) 456
14.22. Intensidad fotónica (de una fuente o foco en una dirección dada), I_p (I) (y concentración espectral de intensidad fotónica $I_{p\lambda}$) 457
14.23. Radiancia fotónica (de una superficie emisora) L_p (L) (y concentración espectral de radiancia fotónica $L_{p\lambda}$) 458
14.24. Exitancia fotónica (de una superficie emisora), M_p (M) (y concentración espectral de exitancia fotónica $M_{p\lambda}$) 459

14.25. Exposición fotónica (en una superficie que recibe radiación) H_p (y concentración espectral de exposición fotónica $H_{p\lambda}$) 460
14.26. Irradiancia fotónica (recibida en una superficie) E_p (y concentración espectral de irradiancia fotónica $E_{p\lambda}$) 461
14.27. Constante de Stefan-Boltzmann σ 463
14.28. Constantes primera y segunda de radiación, c_1, c_2 464
14.29. Constante de Wien, b 465
14.30. Emisividad ε 466
14.31. Emisividad espectral $\varepsilon(\lambda)$ 467
14.32. Emisividad espectral direccional $\varepsilon(\lambda, \theta, \varphi)$ 467
14.33. Absortancia (o factor de absorción) (de una superficie), a 468
14.34. Absortancia espectral $a(\lambda)$ 469
14.35. Absortancia espectral direccional $a(\lambda, \theta, \varphi)$ 470
14.36. Reflectancia (de una superficie que recibe radiación) ρ 471
14.37. Reflectancia espectral, $\rho(\lambda)$ 473
14.38. Reflectancia espectral direccional $\rho(\lambda, \theta, \varphi)$ 474
14.39. Transmitancia (factor de transmisión) τ 475
14.40. Transmitancia espectral, $\tau(\lambda)$ 477
14.41. Coeficiente de radiancia (en la reflexión) β 477
14.42. Coeficiente de radiancia espectral (en la reflexión) $\beta(\lambda)$ 478
14.43. Campo eléctrico en una onda electromagnética. Elongación y amplitud, E, E_m 479
14.44. Campo de inducción eléctrica en onda electromagnética. Elongación y amplitud, D, D_m 480
14.45. Inducción magnética en una onda electromagnética. Elongación y amplitud, B, B_m 481
14.46. Campo magnético de una onda electromagnética. Elongación y amplitud, H, H_m 482
14.47. Densidad de energía de una onda electromagnética monodireccional w, u 483
14.48. Intensidad de onda electromagnética monodireccional, I 485
14.49. Constante de Hubble H_o 487
14.50. Corrimiento al rojo (por ley de Hubble y efecto Doppler), z 488
14.51. Impedancia característica (de un medio para una onda electromagnética) Z 489
14.52. Coeficiente de atenuación lineal (coeficiente de extinción lineal), μ, (μ_ℓ) 491
14.53. Espesor de semiatenuación (capa de hemirreducción) χ 492
14.54. Coeficiente de absorción lineal, a 492
14.55. Coeficiente de absorción (lineal) másico a_m 493
14.56. Coeficiente de absorción (lineal) molar, κ 494
14.57. Índice de refracción (absoluto) (de un medio para una onda electromagnética) n 494
14.58. Índice de refracción relativo (para dos medios) n_{ij} 495
14.59. Ángulo de incidencia i, θ_i 496
14.60. Ángulo de refracción, r, θ_r 497

14.61. Grado de polarización g 498
14.62. Camino óptico C 498
14.63. Ángulo límite θ_L i_L 499
14.64. Ángulo de Brewster θ_B, i_B 500
14.65. Distancia focal (de una lente delgada o de un sistema óptico) f', f 501
14.66. Potencia de una lente (vergencia) P, D 502
14.67. Distancia objeto, p 503
14.68. Distancia imagen p' 503
14.69. Aumento lineal M 504
14.70. Aumento angular γ 504
14.71. Poder separador (poder de resolución o poder resolvente) h, θ_m 505
14.72. Ángulo de rotación óptica, α 506
14.73. Poder rotatorio óptico R 507
14.74. Poder rotatorio óptico molar, α_n 508
14.75. Poder rotatorio óptico específico, α_m 509
14.76. Cantidad de luz, Q, (Q_v) 509
14.77. Flujo luminoso Φ (Φ_v) 510
14.78. Intensidad luminosa (de un foco en una dirección dada), I, (I_v) 511
14.79. Eficacia luminosa K 512
14.80. Exitancia luminosa (en un punto de una superficie emisora), M (M_v) ... 513
14.81. Luminancia (en un punto de una superficie, en una dirección dada), L, (L_v) 514
14.82. Iluminancia (en un punto de una superficie que recibe luz), E, (E_v) 515
14.83. Exposición luminosa (en una superficie que recibe luz), H 517
14.84. Cantidad de luz espectral (o concentración espectral de cantidad de luz), Q_λ, Q_υ 517
14.85. Flujo luminoso espectral (o concentración espectral de flujo luminoso), Φ_λ, Φ_υ 518
14.86. Intensidad luminosa espectral (o concentración espectral de intensidad luminosa), I_λ, I_υ 519
14.87. Eficacia luminosa espectral (eficacia luminosa para longitud de onda dada) $K(\lambda)$, $K(\upsilon)$ 520
14.88. Eficacia luminosa espectral máxima K_m 521
14.89. Eficiencia luminosa V 522
14.90. Eficiencia luminosa espectral (eficiencia luminosa para una longitud de onda dada) $V(\lambda)$, $V(\upsilon)$ 522
14.91. Exitancia luminosa espectral, M_λ, M_υ 523
14.92. Luminancia espectral, L_λ, L_υ 524
14.93. Iluminancia espectral, E_λ, E_υ 525
14.94. Exposición luminosa espectral, H_λ, H_υ 526

15. QUÍMICA FÍSICA, FÍSICA ATÓMICA, FÍSICA MOLECULAR 527
15.1. Cantidad de sustancia, n 527
15.2. Masa molar (o masa atómica; o masa molecular), M 529
15.3. Número de moléculas (o entidades elementales) N 530
15.4. Constante de Avogadro (número de Avogadro) N^A, (L) 530

15.5. Masa molecular relativa, M_r 531
15.6. Masa atómica relativa, A_r 532
15.7. Densidad de moléculas o de partículas (o densidad numérica de partículas) n 533
15.8. Volumen molar, V_m 535
15.9. Constante de masa atómica (unificada) m_u 535
15.10. Número atómico, Z. Número másico, A. Número neutrónico, N 536
15.11. Masa de un átomo (o de un nucleido X; masa nucleídica), m_a, m (^A_ZX)..... 541
15.12. Concentración molecular (de la sustancia B) C_B 541
15.13. Concentración másica (de la sustancia B) ρ_B 542
15.14. Fracción másica (de la sustancia B) w_B 543
15.15. Concentración en cantidad de sustancia (de B) (concentración molar) (molaridad) c, c_B, c_m, (B) 543
15.16. Fracción molar (de la sustancia B) x, x_B 544
15.17. Número de equivalentes químicos n_e 544
15.18. Concentración en equivalentes químicos (de la sustancia B), (normalidad), c_{nB} 545
15.19. Fracción volumétrica (de la sustancia B), φ_B 546
15.20. Relación molar del soluto B, r, r_B 546
15.21. Molalidad del soluto B, b_B, m_B 547
15.22. Presión parcial (del gas B en mezcla gaseosa) p_B 548
15.23. Potencial químico (de la sustancia B), μ_B 549
15.24. Actividad absoluta (de la sustancia B en una mezcla), λ_B 549
15.25. Fugacidad (del gas B en una mezcla gaseosa) $\widetilde{p}_B$ (f_B) 550
15.26. Actividad absoluta estándar del gas B (en una mezcla gaseosa), λ_B^θ 551
15.27. Coeficiente (o factor) de actividad de la sustancia B (en una mezcla líquido o sólida), f_B 551
15.28. Actividad absoluta estándar de la sustancia B (en una mezcla líquida o sólida) λ_B^θ 552
15.29. Actividad relativa de la sustancia soluto B (en disolución líquida diluida), a_B, $a_{m,B}$ 552
15.30. Actividad relativa (para concentración) de la sustancia soluto B (en disolución líquida diluida), $a_{c,B}$ 553
15.31. Coeficiente de actividad de la sustancia soluto B (en disolución líquida diluida) γ_B 554
15.32. Coeficiente de actividad (para concentración de la sustancia soluto B (en disolución líquida diluida) γ_B' 554
15.33. Actividad absoluta estándar de la sustancia soluto B (en disolución líquida diluida), λ_B^θ 555
15.34. Actividad (relativa) del disolvente (para una disolución líquida diluida) a_A 556
15.35. Presión osmótica, Π 556
15.36. Coeficiente osmótico (de la sustancia disolvente A), φ 557
15.37. Actividad absoluta estándar del disolvente (para una disolución líquida diluida), λ_A^θ 557

15.38. Número estequiométrico (de la sustancia B, en una reacción química), υ_B . 558
15.39. Afinidad (de una reacción química), A 559
15.40. Avance de reacción (grado de avance de la reacción química), ξ 559
15.41. Velocidad de reacción, $\dot{\xi}$ 560
15.42. Actividad catalítica a 560
15.43. Constante de equilibrio estándar de una reacción química K^{θ} (y otras constantes de equilibrio) 561
15.44. Grado de disociación (de la sustancia B), α_B 562
15.45. Grado de polimerización (de la sustancia B), π_B 563
15.46. Constantes crioscópica y ebulloscópica, K_c, K_e 563
15.47. Constante de Faraday F 564
15.48. Recorrido libre medio, ℓ, λ 565
15.49. Coeficiente de difusión, D 565
15.50. Relación de difusión térmica k_T..... 566
15.51. Coeficiente de difusión térmica D_T 567
15.52. Momento dipolar eléctrico de una molécula, $\vec{p}$, $\vec{\mu}$ 567
15.53. Polarizabilidad (de un átomo o de una molécula) α 568
15.54. Número de carga de un ión. Electrovalencia, z 569
15.55. Fuerza iónica de una disolución, I 570
15.56. Potencial normal (absoluto) V_0 570
15.57. Acidez y basicidad (o alcalinidad), pH 572
15.58. Radio de Bohr, a_0 573
15.59. Energía y constante de Rydberg, R_y, R_∞ 574
15.60. Momento magnético (de una partícula, de un núcleo, de un átomo) μ, m 576
15.61. Magnetón de Bohr μ_B 577
15.62. Magnetón nuclear μ_N 578
15.63. Número cuántico principal, n 578
15.64. Número cuántico del momento cinético orbital (número cuántico acimutal o secundario), ℓ_i, (ℓ), L 579
15.65. Número cuántico magnético m_i, (m_l), M 580
15.66. Número cuántico de espín s_i, (s), S (número cuántico magnético de espín m_s) 582
15.67. Número cuántico del momento cinético total (número cuántico espín-orbital, j, J (y número cuántico magnético espín-orbital m_j) (de un electrón o un átomo, sin considerar el momento magnético nuclear) 583
15.68. Coeficiente giromagnético (o razón giromagnética) γ (y factor g, de una partícula, átomo o núcleo) 584
15.69. Frecuencia angular de Larmor ω_L 585
15.70. Frecuencia ciclotrónica y frecuencia angular ciclotrónica, υ_c, ω_c 586
15.71. Constante de estructura fina 587

16. FÍSICA NUCLEAR. RADIACIONES 589
16.1. Actividad. Radiactividad (de una muestra), A 589
16.2. Actividad másica, a 590

16.3. Constante de desintegración (de un nucleido para una determinada transición nuclear), λ 591
16.4. Periodo de semidesintegración (de un nucleido para una determinada transición nuclear), $T_{1/2}$, T 592
16.5. Vida media (de un nucleido para una determinada transición nuclear), τ 593
16.6. Anchura de un nivel, Γ 594
16.7. Defecto de masa (y exceso de masa) (de un nucleido), B, Δ 595
16.8. Defecto de masa por nucleón (energía de enlace or nucleón), $\overline{B}$, B_A 596
16.9. Constante de masa atómica (unificada), m_u 598
16.10. Defecto de masa relativo (y exceso de masa relativo), B_r, Δ_r 598
16.11. Fracción de enlace (energía de enlace relativa por nucleón), b (y fracción de empaquetamiento, f) 599
16.12. Energía de desintegración alfa, Q_α (y energía de desintegración alfa del estado fundamental, Q_α,o) 600
16.13. Energía de desintegración beta, Q_β (y energía de desintegración beta del estado fundamental, Q_β,o) 601
16.14. Energía (cinética) máxima de la partícula beta, E_β 603
16.15. Razón de conversión interna, α (y fracción de conversión interna, $\alpha/(\alpha + 1)$) 604
16.16. Número cuántico de espín nuclear, I, J 605
16.17. Energía de reacción (nuclear), Q 605
16.18. Energía de resonancia (en una reacción nuclear), E_r, E_{res} 607
16.19. Fluencia de partículas (fluencia de una clase de partículas), Φ 607
16.20. Flujo de partículas (flujo de una clase de partículas), F (Φ) 608
16.21. Tasa de fluencia de partículas (o densidad de flujo de partículas) (y sus funciones de distribución), φ 609
16.22. Fluencia energética, Ψ 610
16.23. Flujo de energía (o flujo energético o potencia) (de un haz de partículas), P 611
16.24. Tasa de fluencia energética (o densidad de flujo de energía), ψ 612
16.25. Sección eficaz, σ 612
16.26. Densidad de corriente de partículas, J (S) 613
16.27. Sección eficaz total, σ_T, σ_{tot} 614
16.28. Sección eficaz angular, σ_Ω 615
16.29. Sección eficaz espectral, σ_E 616
16.30. Sección eficaz angular espectral, $\sigma_{\Omega,E}$ 617
16.31. Sección eficaz macroscópica, Σ 617
16.32. Sección eficaz total macroscópica, Σ_T, Σ_{tot} 618
16.33. Recorrido libre medio, l, λ 619
16.34. Coeficiente lineal de atenuación (de un haz de partículas o de una radiación electromagnética), μ, μ_I 620
16.35. Coeficiente de atenuación para efecto fotoeléctrico, efecto Compton y producción de pares, μ_{pe}, μ_{co}, μ_{pa} 621
16.36. Capa de hemirreducción (o longitud de semiatenuación), $d_{1/2}$, $x_{1/2}$ 622

16.37. Coeficiente másico de atenuación, μ_m 623
16.38. Coeficiente molar de atenuación, μ_c 624
16.39. Coeficiente atómico de atenuación, μ_a, μ_{at} 624
16.40. Coeficiente electrónico de atenuación, μ_e 625
16.41. Poder de frenado lineal total (poder de frenado, poder frenante), S, S_l... 626
16.42. Poder de frenado atómico total, S_a 627
16.43. Poder de frenado másico total, S_m 628
16.44. Alcance lineal medio, R, R_l 628
16.45. Alcance másico medio, R_p (R_m) 629
16.46. Ionización lineal (producida por una partícula), N_{il} 630
16.47. Ionización total (producida por una partícula), N_i 630
16.48. Movilidad, μ 631
16.49. Densidad iónica, n^+, n^- 632
16.50. Coeficiente de recombinación, α 632
16.51. Energía impartida (y energía impartida media), ε, ($\bar{\varepsilon}$) 633
16.52. Energía impartida específica (o másica), z 634
16.53. Pérdida media de energía por par iónico, W_i 635
16.54. Dosis absorbida, D 636
16.55. Dosis equivalente, H 636
16.56. Tasa de dosis absorbida, $\dot{D}$ 637
16.57. Transferencia lineal de energía, L (*LET*) 638
16.58. KERMA (Kinetic Energy Released in Matter), K 639
16.59. Tasa de Kerma, $\dot{K}$ 639
16.60. Coeficiente másico de transferencia de energía, K_ψ 640
16.61. Exposición, X 641
16.62. Tasa de exposición, $\dot{X}$ 641
16.63. Densidad neutrónica, n 643
16.64. Rapidez del neutrón (y energía cinética del neutrón, E), v 643
16.65. Flujo neutrónico, F (Φ) 644
16.66. Fluencia neutrónica, Φ 645
16.67. Tasa de fluencia neutrónica (o densidad de flujo neutrónico) y sus funciones de distribución, φ, φ_E, φ_v 646
16.68. Coeficiente de difusión (para la densidad neutrónica) D, D_n 647
16.69. Coeficiente de difusión para la tasa de fluencia neutrónica (o para la densidad de flujo neutrónico), D_φ (D) 648
16.70. Densidad total de una fuente de neutrones, S 648
16.71. Densidad de moderación, q 649
16.72. Probabilidad de escape a la resonancia, p 650
16.73. Letargia, u 650
16.74. Decremento logarítmico medio, ξ 651
16.75. Rendimiento neutrónico de fisión, υ 652
16.76. Rendimiento neutrónico de la absorción, η 652
16.77. Factor de fisión rápida, ε 653
16.78. Factor de utilización, f 653
16.79. Probabilidad de permanencia, Λ 654

16.80. Factor de multiplicación, k 654
16.81. Factor de multiplicación efectivo, k_{eff} 655
16.82. Factor de multiplicación de un medio infinito, k_{∞} 655
16.83. Reactividad (en un reactor), ρ 656
16.84. Constante de tiempo de un reactor, T 656

Apéndice. OBSERVACIONES ACERCA DEL SISTEMA CGS GAUSSIANO DEL ELECTROMAGNETISMO (QUE DEBE ABANDONARSE) 659
A.1. Los sistemas de unidades en electricidad 659
A.2. El sistema CGS de Gauss comparado con el SI. Resumen histórico 660
A.3. Las ecuaciones de Maxwell en el vacío 663
A.4. Ejemplos de comparación de fórmulas del SI con las del CGS de Gauss.. 664
A.5. Equivalencia entre magnitudes en las fórmulas del CGS y del SI 665
A.6. Relación de fórmulas en SI y en CGS de Gauss 667

Bibliografía 687

Índice analítico 689

1

INTRODUCCIÓN

Comencemos haciendo mención a dos errores históricos ocurridos como consecuencia de la confusión de las unidades. El primero tuvo lugar en la época del descubrimiento de América. Al proyectar el viaje, Cristóbal Colón utilizó, entre otros, los datos de Alfragano, cosmógrafo árabe del siglo IX (según relata Hernando Colón, hijo del descubridor, en su libro *Historia del Almirante*) el cual daba para la longitud del ecuador terrestre poco más de 20 000 millas. Pero se trataba de millas árabes (cuya equivalencia con las unidades actuales es de 1 964 m), con lo que resulta la longitud del ecuador del orden de 40 000 km, que es lo que mide realmente con buena aproximación. Sin embargo Colón las tomó por millas romanas (cuya equivalencia es de 1 477 m), resultando la longitud del ecuador del orden de 30 000 km. Colón tuvo pues, a causa de la confusión de las unidades existente en la época, un error de nada menos que 10 000 km, es decir, un cuadrante de la circunferencia. Por esta razón parece dentro de la lógica que pensara que podía haber llegado al extremo oriental de Asia (por entonces aún no explorado) cuando había arribado a las paradisíacas islas de América central. No parece pues un error del Almirante, sino una consecuencia de la confusión existente en las unidades.

El segundo de los errores es bastante más reciente y ha causado un gran perjuicio a la exploración espacial y a la investigación del cosmos. Los hechos se produjeron debido a que algunas empresas aún no habían completado su adaptación al SI. En septiembre de 1999 la nave espacial *Mars Climate Orbiter* de la NASA se estrelló contra la superficie del planeta Marte debido a un error en las unidades: mientras la programación del sistema de navegación había sido realizado por Jet Propulsión Laboratory, de Pasadena, en unidades SI, la construcción de la nave corrió a cargo de la empresa Lokheed Martin Astronautics, de Denver, la cual utilizó unidades inglesas. El resultado fue fatal. El empleo exclusivo del SI puede evitar errores irreparables.

Como es bien sabido, después de las amplias discusiones acerca de las unidades de medida y de las variadas propuestas realizadas a lo largo de dos siglos (pues el germen del actual SI es el Sistema Métrico elaborado por la Revolución Francesa en 1795), se ha llegado por fin, en la actualidad, al pleno acuerdo. Un consenso mundial, por unanimidad, que no tiene precedentes. Todos los países se han comprometido a utilizar exclusivamente el mismo sistema de unidades: el SI. Desaparecen, pues, las confusiones y complejidades originadas por la variedad de las unidades usadas anteriormente: todos los países, latinos, anglosajones, eslavos, árabes, orientales, etc., han de usar ya por ley la misma única unidad para cada magnitud física, y emplear la misma notación y las mismas normas.

No parece necesario enumerar las ventajas que comporta tal unificación. Hay que señalar, además, que los beneficios no sólo se originan por el hecho de que en cualquier lugar del mundo se empleen las mismas unidades, sino también porque, entre todos los sistemas de unidades coherentes existentes, la elección del Sistema Internacional ha constituido un acierto indudable, por su claridad, sencillez y fácil aplicación práctica.

Como es sabido, el valor de una magnitud se expresa como producto de un número por una unidad (p. ej., $l = 25$ km). La unidad no es más que un valor concreto de la magnitud tomado como referencia. Téngase en cuenta que en principio puede utilizarse como unidad cualquier cantidad o porción de una magnitud física. Por ejemplo, para medir longitudes puede tomarse como referencia la longitud de un pie humano, el espesor de una hoja, o la distancia Sol-Tierra. Igual ocurre con todas las demás magnitudes físicas (tiempo, fuerza, potencia, etc.). Se ve pues, que la elección de las unidades es completamente arbitraria.

Las dificultades empiezan cuando han de utilizarse fórmulas (relaciones entre diversas magnitudes como consecuencia de leyes físicas que dan cuenta de fenómenos de la Naturaleza, o de simples definiciones de magnitudes que interesan en la Ciencia y la Técnica). Si se quiere que las expresiones tengan validez universal y sean lo más simples posible se han de seguir ciertas normas en el establecimiento de las unidades; en esto consiste la elección de lo que se llama un «sistema de unidades coherente». Un sistema «coherente» es aquel en cuyas ecuaciones no aparecen «coeficientes parásitos» (denominación usada por J. Palacios). Por ejemplo, la segunda ley de Newton, usando un sistema de unidades coherente se escribe sencillamente

$$F = m\,a$$

Pero si no se usa un sistema coherente, utilizando por ejemplo la dina, el gramo y el metro por segundo cuadrado, ha de escribirse

$$F = 10^2\, m\,a$$

siendo el factor 10^2 un coeficiente parásito.

Por centrarnos sólo en algunos aspectos, podemos destacar que con el empleo generalizado y exclusivo de las unidades SI se facilitan los cálculos de toda índole, los intercambios de información, la utilización de todo tipo de maquinaria e instrumentos de medida, las especificaciones de los más diversos materiales y el comercio mundial. Todo lo cual resulta hoy del mayor interés, dada la rapidez exponencial del desarrollo científico y tecnológico de la actual civilización.

Pongamos como ejemplo un problema real elemental. Se sabe que el Sol, como casi todas las 300 000 millones de estrellas de la Vía Láctea, orbita en torno al centro de la galaxia. El radio de la órbita, supuesta circular, es la distancia del Sol al centro galáctico, que es del orden de $r = 28\,000$ a.l. (años luz), y el tiempo que el Sol emplea en recorrer su órbita es aproximadamente $T = 234$ Ma (millones de años). ¿Cuál es la velocidad del Sol? Evidentemente resulta:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

pero para realizar el cálculo hemos de utilizar un sistema coherente de unidades; si empleamos los valores numéricos dados, sólo conseguiríamos originar una gran confusión: la velocidad resultaría expresada en a.l./Ma, es decir, años luz por millón de años (!). Sin embargo, usando unidades SI desaparecen los problemas:

$$r = 28\,000 \cdot 9{,}4653 \cdot 10^{15} = 2{,}650 \cdot 10^{20} \text{ m}$$

$$T = 234 \cdot 5{,}1557 \cdot 10^{13} = 7{,}3843 \cdot 10^{15} \text{ s}$$

$$v = \frac{2p\ 2{,}650 \cdot 10^{20}}{7{,}3846 \cdot 10^{15}} = 225{,}5 \cdot 10^{3} \text{ m/s}$$

es decir, la velocidad del Sol es de unos 225 kilómetros por segundo.

La máxima autoridad internacional en lo referente a unidades corresponde a la Conferencia General de Pesas y Medidas (CGPM) de París, que fue creada en 1875 por los países que firmaron la Convención del Metro, y que se reúne cada cuatro años. El Comité Internacional de Pesas y Medidas (CIPM) realiza reuniones anuales en las que elabora propuestas que presenta a la CGPM. La Oficina (Bureau) Internacional de Pesos y Medidas (BIPM) es el órgano que realiza los trabajos para el CIPM, que a su vez han de ser propuestos a la CGPM. El BIPM realiza desde 1970 sucesivas ediciones actualizadas del documento «Le Système international d'unites (SI)», incorporando las últimas decisiones adoptadas, cuya octava edición ha aparecido en 2006. La Organización Internacional de Normalización (ISO), por medio de su Comité Técnico 12 (TC 12), se encarga de las normas referentes a las magnitudes físicas y sus símbolos (normas ISO 31). Por su parte, la Comisión Electrotécnica Internacional (CEI) ha adoptado un sis-

tema para las magnitudes coincidente con el sistema de unidades SI (las siete magnitudes físicas tomadas como básicas coinciden con las siete unidades básicas del SI). La revista internacional *Metrología,* editada bajo los auspicios del CIPM, publica normas y recomendaciones acerca de las unidades. La Asociación Española de Normalización (AENOR), por medio de su Comité Técnico CT82, es el organismo encargado de la normativa para su publicación en idioma español.

2

UNIDADES EN LA ANTIGÜEDAD

Cinco millones de años hace que los primeros homínidos comenzaron a poblar la Tierra, según los últimos descubrimientos. Anteriormente existían especies animales que se pueden clasificar como antepasados comunes de los hombres y de los actuales simios.

El gran salto de la evolución que se produce entre los animales y los seres humanos se determina por los signos de la inteligencia detectados en los fósiles: tamaño relativo del cerebro, utensilios empleados en su modo de vida, señales de actividad artística y los indicios de la vida en sociedad.

Está hoy suficientemente probado que el origen del hombre tuvo lugar en África, en donde vivieron nuestros antepasados desarrollando civilizaciones durante algunos millones de años (de los que apenas tenemos datos). Al continente euroasiático llegaron los hombres hace un millón de años y a América hace «sólo» cincuenta mil años (comparemos estas cifras con los 4 560 millones de años que tiene nuestro planeta o con los 3 800 millones de años que nos separan de la aparición de la vida en la Tierra, o con el «breve» lapso de tiempo de 600 millones de años transcurridos desde la formación del primer ser pluricelular hasta hoy).

Desde la Antigüedad, el desarrollo de las unidades siguió caminos diferentes en cada región de la Tierra. El establecimiento progresivo de las diversas unidades fue paralelo al desarrollo de las civilizaciones que poblaron nuestro planeta.

Las unidades surgen como una necesidad en las primeras sociedades humanas, tan pronto como comienza el intercambio de productos (frutos, caza, minerales, manufacturas, trabajo, comercio). La primitiva industria y el inicial comercio requieren al menos medir cantidades de materia (*masa*, decimos hoy) y tamaños (*longitud*, *volumen*), para el transporte se miden *distancias*, *tiempos* y *velocidades*. Algo más tarde de iniciarse el comercio por intercam-

bio, debió tener lugar la invención de la moneda, con la que se adquieren productos de todas clases (el «dinero», cuya acumulación muy por encima de las necesidades parece ser la única meta en algunos aspectos de nuestra civilización, por desgracia).

Pero antes de establecer unidades era preciso contar con algún sistema de numeración. Muchos y variados sistemas debieron emplearse en las civilizaciones primitivas. Por lo que hoy sabemos, los mayas, en el continente americano, inventaron, unos 300 años antes de Cristo, el más ingenioso y práctico sistema: la numeración de posición, con el cero incluido (el valor de un signo depende de su posición respecto a los otros). La numeración de posición parece que fue utilizada con anterioridad por los sumerios; en Egipto desconocían este sistema.

Las cifras árabes, perfeccionadas posteriormente en la India, fueron las precursoras de los actuales números dígitos (el cero fue simbolizado algo después). En las civilizaciones mesopotámica, sumeria y babilónica, la primitiva numeración era sexagesimal (y ha perdurado hasta hoy, con la división de la hora y el minuto en sesenta partes).

Durante la dilatada época del Imperio Romano, la numeración tuvo el conocido sistema de yuxtaposición, con sus dificultades de cálculo. Sólo a principios del siglo VII se llegó a utilizar definitivamente el sistema de numeración actual (decimal y de posición sobre la base de los primitivos símbolos árabes e indios).

Las primeras unidades de las que se tiene noticia datan de las épocas de las que se dispone de documentación escrita, es decir, del comienzo de la Historia. Nada se sabe de los primeros millones de años de la existencia humana. En las civilizaciones de Egipto, China, Grecia, América, comenzaron utilizándose unidades de longitud basadas en el cuerpo humano («el hombre es la medida de todas las cosas», en frase de Pitágoras): dedos, pies, brazos, palmos, etc., fueron tomados como unidades, estableciéndose relaciones entre ellas y construyéndose patrones, generalmente de madera o de piedra. También se utilizaron unidades basadas en conceptos astronómicos. Las unidades fueron enormemente variadas, en parte debido a la poca relación entre las diversas civilizaciones y asentamientos humanos. Veamos sólo unos ejemplos.

Parece ser que el «estadio» utilizado en Egipto como unidad de longitud se basaba en la distancia a lo largo de una línea geográfica (parecido concepto al que sirvió para definir nuestro «metro» cuatro mil años después). Los griegos, y en particular Xenófanes, ya trabajaban con la hipótesis de la Tierra esférica. Aristóteles asignó una longitud de cuarenta mil estadios a un círculo máximo de la esfera terrestre. Fue Eratóstenes, 300 años antes de Jesucristo, quien observando la sombra de la luz solar en distintos lugares, llegó a realizar una medida entre dos ciudades: Alejandría y Syene (actual Assuan), a lo largo de un arco de círculo. Otras mediciones análogas fueron realizadas por Posidonio de Rodas y también por Maymon, califa de Babilonia, hijo de Harun-al-Raschid.

El «codo» o «cúbito» tuvo su origen en la longitud del antebrazo del faraón (desde el codo al extremo del dedo medio con el brazo extendido). El codo fue utilizado por los egipcios, los fenicios, los hebreos y otros, si bien con múltiples variantes. El «codo común» de los egipcios equivalía 24 «dedos», el «codo real» a 28 dedos (las equivalencias están entre 45 y 52 cm). En tiempos de Jesucristo parece que los escritos hacen referencia al codo griego (46,32 cm) o «codo olímpico». Un «estadio» en Alejandría equivale a 184,7 m, en Delfos a 177,4 m y en Olympia a 192 m. La «toesa» (trecho) griega es igual a 1,83 m, y la milla romana a 1 477 m.

Las unidades de capacidad (volumen) tienen su origen en recipientes utilizados y muchas veces van ligados a pesos (masas). La «artaba» persa equivale, con los datos del historiador Herodoto, a 35 litros. El «metetrés» de Israel, citado en los Evangelios, equivale a 40 litros.

En cuanto a unidades de masa, el «sequel» (traducible por «peso»), utilizado en Babilonia y en Israel equivale a unos 11,5 gramos. El «talento» equivale a 60 «minas», y la mina a 60 sequel en Mesopotamia. Pero la mina equivalía a 50 sequel en Fenicia. Todos estos valores estuvieron sujetos a variaciones locales y temporales.

Como unidades de tiempo se utilizaron desde la más remota antigüedad los periodos astronómicos (el día, basado en el movimiento del Sol, el mes y la semana, basados en las fases de la Luna, y el año, con la periodicidad de las cuatro estaciones). El «día» significaba el conjunto de día y noche, o bien el intervalo de tiempo de la luz solar en contraposición con la noche. Fue variada la forma de dividir el día: en seis partes, en cuatro partes, en doce partes.

Los romanos, como impulsores del Derecho, establecieron las unidades por medio de las leyes. Los romanos comenzaron sus asentamientos en la Península Ibérica (a la que dieron el nombre de Hispania, diferente del nombre anterior Iberia, de origen griego) en el año 206 antes de Jesucristo). Determinaron patrones y tipos de referencia de pesas y medidas y los depositaron en templos de Roma para su conservación, de donde salían expediciones a todos los lugares del Imperio. Establecieron relaciones entre unidades de longitud. Se trataba de un verdadero sistema de unidades (las unidades eran la pulgada, el pie, el paso, la decempeda y la milla). En el año 19 antes de Jesucristo los romanos impusieron en la Península Ibérica (Hispania) su idioma y sus unidades.

Con la caída del Imperio Romano se inicia un periodo de enorme diversificación y confusión entre las diversas unidades. El sistema de unidades romano se desvirtuaba por la arbitrariedad de cada señor feudal, en la Edad Media europea. Al transcurrir los siglos de esta oscura época se llegó a tal anarquía que, además de la existencia del enorme número de unidades diferentes, ocurría que una misma unidad tenía valores distintos en cada estado, cada provincia, e incluso en cada localidad. Una libra para la cantidad de un producto, por ejemplo, tenía un peso diferente en cada lugar, produciéndose gran confusión en las transacciones comerciales, y de ello se aprovechaban los revendedores y especuladores de

mala fe. Como anécdota signif icativa podemos citar lo ocurrido en la recaudación de impuestos en tiempos del Capeto Enrique I de Francia (siglo XI): cuando se imponía una contrib ución en dinero sobre el peso de los frut os se reducía el valor de la libra (peso o masa) a 8 onzas y cuando la contrib ución debía ser en especie un decreto establecía que la libra tuviese 16 onzas (pa recido a lo que ocurre con algunos impuestos de nuestros actuales ministerios d e Hacienda... pensemos también en las variaciones del precio del petróleo y materias primas... y en las oscilaciones de la bolsa y del mercado inmobiliario).

Mientras en Europa transcurría la época feudal, en la que sólo l os monasterios eran los focos del saber , fueron los pueblos árabes quienes conserv aron y desarrollaron la cultura. En cuanto a las unidades, sólo hubo al gunos intentos unificadores; en la Europa del siglo VIII, fue Carlomagno, el año 789, quien trató de clarificar las unidades, basándose en las antiguas del Imperi o Romano. Sin embargo, esta unificación no pudo mantenerse, y surgió de nue vo l a confusión más completa. Hubo que esperar hasta el siglo XIII para que se realizasen nuevos intentos importantes de unif icación de unidades. En Inglaterra en 1265 se estableció como unidad de peso la «onza», equivalente a 640 granos de trigo «elegidos en el centro de la espiga», y la «libra», con el valor de 12 onzas, junto con el «galón» (para líquidos) que correspondía a 8 libras.

En España, los reyes Alfonso X *el Sabio* y Jaime I *el Conquistador*, en 1261, ordenaron de común acuerdo que la «vara romana» de tres pies fuera igual en todos los lugares de sus reinos. Y poco más tarde, Alfonso XI y Enrique II sustituyeron la vara romana por la «vara de Burgos» o «vara de Castilla». Así llegamos a la época del descubrimiento de América y la subsiguiente colo nización hispánica, y posteriormente la anglosajona y de otras naciones europeas.

Al lle gar el Renacimiento la di versidad de las unidades era eno rme. En la época de Carlos I de España y V de Alemania (primera mitad del siglo XVI) la unificación de Europa era casi un hecho, pero no ocurría lo mism o con las unidades. En la segunda mitad del siglo, Felipe II ordenó que todas las varas de medir en su reino fuesen iguales a la v ara castellana (señalemos que el «reino» era la Península Ibérica completa, una parte considerable del resto de Europa, toda la América hispana y Filipinas). A pesar de todo, la confusión no desapareció, y fue transmitida al continente americano. A finales del siglo XVI, en Inglaterra se definieron con aceptable precisión unidades de peso (masa) y lo ngitud, que fueron: la «*libra avoir du poids*» (equivalente a 453 g) y la «yarda» (equi valente a 91,5 cm), dividida esta última en tres pies, y el pie en 12 pulgadas.

En 1668, en Francia se estableció la « *toesa*» («toise de Chatelet»), que se definió mediante un patrón de hierro (equi valente a 1,949 m). E sta toesa fue utilizada en la época de Luis XIV (f inales del siglo XVII) para la realización de medidas de distancias a lo lar go de un círculo máximo terrestre . El astrónomo M. Picard lle gó a determinar con aceptable precisión la distanc ia entre P arís y Amiens, y estableció el v alor del arco correspondiente a un grad o terrestre en 57 060 toesas (es decir , 111,21 km). La toesa de Chatelet sirvió también, entre

1735 y 1737, para realizar importantes medidas de arcos terrestres (en Perú y Ecuador y en Laponia). Las medidas realizadas en Perú iban a servir, años después, para la definición de metro. En 1776, en Francia se adoptó como unidad de longitud la «toesa del Perú» o «toesa de la Academia», que sustituyó así a la toesa de Chatelet. La unidad de peso o masa en Francia se basaba en unos patrones consistentes en un conjunto de pesas de cobre («la pila de Carlomagno»). En España, en el siglo XVIII, se había logrado un esbozo de unificación, pero las unidades eran aún variadas en extremo.

La confusión continuó en todo el mundo. Sólo la Revolución Francesa pudo tomar las verdaderas decisiones unificadoras, como vamos a ver en el capítulo siguiente.

3

BREVE HISTORIA DEL SISTEMA INTERNACIONAL (SI)

3.1. LA REVOLUCIÓN FRANCESA GESTA EL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

A comienzos de la Revolución Industrial (siglo XVIII) reinaba tal confusión en las unidades de medida que incluso resultaba difícil el desarrollo del comercio y de la industria. Se hacía cada vez más evidente la necesidad de utilizar un sistema de medidas uniforme.

Fueron las reformas promovidas por la Revolución Francesa las que pusieron los cimientos de los modernos sistemas unificadores de las unidades. Todo comenzó a gestarse a finales de la década de 1780. Fue Talleyrand, miembro de la Asamblea Nacional, quien propuso en 1789 el establecimiento de una «unidad natural» para medir longitudes, que podía basarse, bien en una fracción del ecuador o del meridiano terrestre, o bien, como defendía Huygens, en la longitud de un péndulo que batiera segundos en la latitud de 45°.

La Academia de Ciencias de Francia emitió un informe en 1790 favorable a la unificación («hay tantos pies como ciudades», se decía en dicho informe, haciendo referencia a la anarquía reinante en cuanto a las unidades empleadas), en donde se sugería la palabra «metro», basada en la voz griega μητρων, medición. Una comisión nombrada por la Academia (de la que formaban parte, entre otros, Lagrange y Laplace) recomendó tomar como referencia el meridiano terrestre.

En 1791 la Asamblea Nacional decidió dar la definición primera del metro: «la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre». Quedaba la entonces casi imposible labor de la medida del citado cuadrante. Se encargó la medida a Delambre y Mechain, quienes debían acotar el arco del meridiano

comprendido entre Dunquerque y Montjuich (Barcelona). Es difícil hoy imaginar las dificultades que entrañaba tal medición en una época en que, además de no haberse inventado el automóvil ni el ferrocarril, la agitación revolucionaria en Europa estaba a la orden del día (no olvidemos que era la época de la Revolución Francesa). Por si las complicaciones fueran pocas, a los componentes de la expedición científica se les tomaba por espías y nadie comprendía bien que los «extraños aparatos» que portaban eran pacíficos instrumentos topográficos. La cosa llegaba en algunos lugares a tal extremo que todos los técnicos eran encarcelados sin contemplaciones. Como consecuencia, dos años después de que la Asamblea Nacional de Francia ordenase la medición del citado arco del meridiano para establecer con precisión el metro, la operación aún no había sido completada.

Entretanto, en 1793 se produjo un nuevo paso en el establecimiento de la medida del recién nacido metro. Se decidió utilizar las mediciones del meridiano terrestre que habían sido ya realizadas bastantes años antes (en 1737 como resultado de la expedición a Perú de los científicos franceses y españoles Godin, Bouger, La Condamine, Jorge Juan y Antonio Ulloa.

El establecimiento definitivo del metro como base del sistema tuvo lugar por el Decreto de la Asamblea Nacional Francesa de fecha 18 Germinal del año III de la Revolución, es decir, el día 7 de abril de 1795. Mediante este decreto se legalizó el «Sistema Métrico», que incluía definiciones de metro, gramo y litro, así como los prefijos decimales. Por su interés histórico reproducimos las definiciones de las otras unidades que se establecieron a partir del metro. Para medidas de peso se ideó un cubo cuyo lado fuera la centésima parte del metro y que estuviera constituido por agua destilada a la temperatura de 4 °C. El peso de esta agua, pesada en el vacío, se denominó «gramo».

Para medidas de capacidad se consideró un cubo cuyo lado fuese la décima parte del metro y se definió así la unidad de volumen el «litro». Se definió también otra unidad de volumen mayor que el litro: el «estéreo», equivalente a un metro cúbico. Se pensó también en utilizar múltiplos de diez para unidades que se derivasen de las que se habían definido. Se tuvo la idea de anteponer prefijos a la unidad fundamental para indicar los múltiplos y los submúltiplos, y se eligieron para ello voces griegas (deca, hecto, kilo, miria, equivalentes a diez, cien, mil, diez mil; y también deci, centi, mili, para décima parte, centésima parte, milésima parte).

Quedó así establecido el «Sistema Métrico», que comenzó a llamarse «Sistema Métrico Decimal». Se decía en aquella época que así «las operaciones complejas desaparecerán para dar lugar a cálculos simples, cuyas reducciones se efectuarán con sólo mudar comas de lugar».

Al quedar elaborado el Sistema Métrico como consecuencia de las ideas renovadoras de la Revolución Francesa, cundió gran entusiasmo entre los científicos y los ingenieros de la época. Ello hizo exclamar a Lavoisier aquello de «nada más grande, más simple, más coherente...» (poco después, por desgracia,

Lavoisier fue víctima de la guillotina, que precisamente había sido inventada por la misma revolución que elaboró el Sistema Métrico).

En 1799 se construyeron por primera vez un metro y un kilogramo patrones. El primer metro patrón fue una barra de platino que luego sería sustituida. En 1816 el Sistema Métrico se declara de uso obligatorio en los Países Bajos. Aunque fue brevemente relegado en Francia durante la Restauración, en 1837 ya fue de empleo obligatorio en el país, y en España fue de utilización obligada en 1849 por orden de Isabel II, así como en otros países de Europa y América Latina. En 1864 se autorizó su uso en Inglaterra y en 1866 en los Estados Unidos.

En 1867 la Asociación Geodésica Internacional propugna el uso del Sistema Métrico. En 1869 la Academia de Ciencias de San Petesburgo, de acuerdo con la Academia de Ciencias de París, recomienda el empleo de las unidades del Sistema Métrico.

3.2. LOS PRIMEROS AVANCES DEL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

En 1872 se reunieron 27 países de Europa y América para tratar de la unificación de las unidades. Es interesante, para comprender el espíritu de aquellas reuniones, citar las palabras que el ingeniero español Melitón Martín escribió en un texto de la época: «Confiemos en que está cercano el día de la adopción general y definitiva de un mismo sistema métrico para todos los pueblos de la Tierra» (M. Martín. *Nuevo Sistema Legal de Pesas y Medidas*. Bailliere. Madrid, 1876).

Reunidos 17 países en 1875 firmaron el tratado denominado «Convención del Metro», por el que se creó el organismo encargado de tomar decisiones: la Conferencia General de Pesas y Medidas (CGPM). La primera vez que se reunió dicha conferencia fue en 1889 (la I CGPM). También se creó, con el fin de dar continuidad a los estudios de las unidades, el Comité Internacional de Pesas y Medidas (CIPM). El primer Presidente de CIPM en 1875 fue el ingeniero español Carlos Ibáñez Ibero.

Ya en 1840, Bessel, con instrumentos muy precisos, halló un error en la longitud del metro del orden de 0,085 mm. con respecto a la definición que se había dado en función del arco del meridiano. Por ello se hacía necesaria una nueva definición de metro.

En vista de la dificultad de medir con suficiente precisión el cuadrante terrestre, en 1875 se construyó un metro patrón más perfeccionado que sustituyó al primitivo: una barra de platino iridio en la que se trazaron dos rayas (se procuró que la distancia entre ellas fuese lo más aproximada posible a la definición primitiva del metro). De esta forma se redefinió el metro como «la distancia entre dos rayas trazadas sobre una barra de platino iridiado que se encuentra en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas en Sévres (París)». Se disponía ya pues, a

finales del siglo XIX, de un metro patrón fiable, y se hicieron copias que fueron distribuidas a diversos países.

En 1927 se llegó al acuerdo de incluir las unidades de la Electricidad entre las atribuciones de la Conferencia General de Pesas y Medidas.

3.3. NUEVAS DEFINICIONES DEL METRO

Nuevas definiciones del metro fueron sucesivamente adoptadas, siempre tendiendo a su invariabilidad, indestructibilidad y reproducibilidad. En 1927 la VII CGPM había establecido una nueva definición del metro en función de la longitud de onda de la raya roja del espectro de emisión del cadmio (en aire seco a 15 °C), siendo ésta:

$$\lambda = 643{,}846\ 96\ \text{nm}$$

Posteriormente (en la XI CGPM de 1960) se dio la siguiente definición: «El metro es una longitud igual a 1 650 763,73 longitudes de onda de la raya anaranjada del espectro del Kr 86, que corresponde a la transición entre los niveles $2p_{10}$ y $5d_5$».

Finalmente, la definición actual del metro ha sido dada en la XVII CGPM celebrada en 1983: «El metro es la longitud del trayecto recorrido por la luz en el vacío durante el tiempo de 1/299 792 458 de segundo».

Con esta definición, queda fijada la velocidad de la luz en $2{,}997\ 924\ 58 \cdot 10^8$ m/s exactamente.

3.4. LA UNIDAD DE MASA

La primitiva unidad de masa fue el gramo, establecido por la Asamblea Nacional en 1795 formando parte del Sistema Métrico. Se definió el gramo como la masa de 1 cm^3 de agua destilada a 4 °C. Al realizar medidas más precisas posteriormente, se abandonó esta idea. La decisión de la I CGPM (en 1889) fue así: «El kilogramo patrón es la masa de un bloque de platino iridio que se conserva, como el metro patrón, en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas en Sévres (París)». Desde entonces hasta la actualidad la definición de la unidad de masa no ha variado. Se construyeron cuarenta cilindros, distribuyéndose treinta y cuatro por la I CGPM entre los diversos países. Como resultado de las verificaciones periódicas internacionales, se fueron obteniendo consecuencias de interés; se dedujo que la exposición al aire produce una ganancia en la masa de un patrón del orden de 3 microgramos por año. Con objeto de preservar los prototipos originales, se construyeron bloques patrón de otros materiales, como acero inoxidable.

La III CGPM, reunida en 1901, para evitar toda ambigüedad entre los conceptos de *peso* y *masa*, confirmó que «el kilogramo es la unidad de masa; es igual a la masa del prototipo internacional de kilogramo».

La mejora de la precisión que se ha logrado actualmente se debe al perfeccionamiento de los métodos e instrumentos de medida. A pesar de ello, parece hoy conveniente definir el kilogramo como un múltiplo de la masa de un átomo, un núcleo o una partícula elemental, dado que se trata de la única unidad básica del Sistema Internacional que aún no ha sido definida con la precisión satisfactoria.

3.5. LA MOLÉCULA GRAMO Y EL MOL. LA CANTIDAD DE SUSTANCIA

Para indicar la cantidad de una porción de un material se usa desde la antigüedad el peso (que se confundía con la masa). Sin embargo, para el estudio de las reacciones químicas, la masa no resultó ser la magnitud más útil, pues depende, no sólo del número de moléculas o átomos presentes, sino también de la masa de éstos. Hacía falta una magnitud que dependiera exclusivamente del número de moléculas o átomos. Para ello se introdujeron los pesos atómicos y moleculares, que dieron lugar a lo que se llamó inicialmente «molécula-gramo» y «átomo-gramo» y más modernamente el «mol».

Se llama hoy *cantidad de sustancia* (en francés *quantité de matière*) al número de moles. Se definió con precisión el «mol» en la XIV CGPM de 1971 como «la cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantas entidades elementales como átomos hay en 0,012 kg de carbono 12». Las entidades elementales deben ser especificadas en cada caso. Puede tratarse de moléculas, átomos, iones, radicales, electrones, otras partículas, o cualquier grupo especificado de dichas partículas (por ejemplo: un mol de iones H_3O^+).

Con ello, la cantidad de sustancia resulta ser proporcional al número de entidades elementales (moléculas, átomos...) cualquiera que sea la sustancia estudiada, y por tanto es la magnitud útil en la Química, así como en la Termodinámica.

3.6. DEFINICIONES DE LA UNIDAD DE TIEMPO

En los primeros tiempos, la unidad de tiempo pasó por muchas vicisitudes. Inicialmente se tomó como referencia el día solar, y se definió el «segundo» como «la fracción 1/86 400 del día solar medio».

Posteriormente la X CGPM, en 1954, tomó como referencia de tiempo la duración de una revolución aparente del Sol en torno a la Tierra medida desde el punto Aries hasta el mismo punto en el año 1900, es decir, el año trópico en

1900. De acuerdo con ello la definición es: «un segundo es la fracción 1/31 556 925,9747 del año trópico de 1900. Esta definición, en opinión de Sánchez del Río, da la impresión de ser «una broma», ya que es imposible comprobar ahora la duración de un año que terminó hace tanto tiempo. Todas las referencias a movimientos de la Tierra adolecen de inestabilidad, ya que no se trata de un cuerpo rígido, ni la orientación de su eje es invariable, ni su órbita es permanente, ni los periodos de sus diferentes movimientos son constantes. Por ello se buscaba otra definición.

En 1967, la XIII CGPM da una nueva definición del segundo, como 9 192 631 770 veces el periodo de la radiación emitida por el Cs 133 en una transición electrónica entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental. Esta es la actual definición, que ha sido aclarada por el CIPM en sesiones de 1997 y 1999 en el sentido de que el átomo de cesio ha de estar a 0 K, en reposo y no perturbado por radiación alguna (BIPM, Suppl. 2000).

3.7. PRIMITIVO DESARROLLO DE LAS UNIDADES ELÉCTRICAS

Las unidades eléctricas han tenido un desarrollo histórico algo más complicado. Ya en 1785 (antes, por tanto, de la invención del Sistema Métrico) Coulomb estableció su conocida ley por la cual las cargas eléctricas se ejercen fuerzas inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia, como las masas según la ley de Newton (aunque con dos signos). Y en 1832 Gauss pensó lo mismo para una tercera magnitud, la *carga magnética* o *polo*, con lo que habría tres leyes matemáticamente iguales para explicar las fuerzas en la Naturaleza, que serían las siguientes:

Ley de Newton (fuerza gravitatoria; entre masas)

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \tag{2.1}$$

Ley de Coulomb (fuerza eléctrica; entre cargas eléctricas)

$$F = k \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \tag{2.2}$$

Ley de Gauss (fuerza magnética; entre polos magnéticos)

$$F = k' \frac{p_1 \cdot p_2}{r^2} \tag{2.3}$$

Parecía pues, que los fenómenos de la Naturaleza podían explicarse mediante tres tipos de fuerzas independientes. Pero los efectos magnéticos de las corrientes, ya descubiertos por Oersted en 1820 y estudiados después por Ampère, Fa-

raday y muchos otros, hacían sospechar la relación íntima entre la electricidad y el magnetismo. Ya en 1820 Ampère había interpretado que los imanes contenían microscópicas «corrientes elementales». (Todo ello fue brillantemente expresado por la teoría de Maxwell en 1873, por la que quedaba unificada la Electricidad con el Magnetismo).

Además, como no había modo de aislar los polos magnéticos, ni siquiera de ubicarlos en una posición definida, ni establecer su tamaño, se optó por sustituir la fórmula de la fuerza entre polos (2.3) por la de la fuerza que por unidad de longitud se ejercen dos corrientes paralelas, fácil de medir:

$$\frac{F}{l} = k' \frac{2I_1 \cdot I_2}{r} \tag{2.4}$$

en donde k' es la misma constante que en (2.3) y las corrientes son I_1, I_2, separadas por la distancia r.

La ley de Coulomb (2.2) sirvió para definir la unidad de carga eléctrica, tomando $k = 1$; valor uno y sin dimensiones. Weber en 1832 estableció que «la carga unidad es aquella que, situada frente a otra igual a 1 mm de distancia, la repele con la fuerza de 1 mg». Posteriormente se utilizaron exclusivamente unidades CGS, con lo cual la definición fue: «La unidad de carga es aquella que, a 1 cm de distancia de otra idéntica, la repele con la fuerza de 1 dyn». Por tanto, a partir de la fórmula (2.2) con $k = 1$ se construye el sistema CGS electrostático (denominación, *uee*, o bien *ues*).

La fórmula (2.4) sirvió para establecer otro sistema de unidades (el electromagnético) se definió la unidad de *corriente eléctrica*, tomando $k' = 1$ valor uno y sin dimensiones. La definición resultó ser: «la corriente unidad es aquella que, recorriendo dos conductores paralelos de longitud infinita separados por 1 cm de distancia, produce entre los dos conductores, por unidad de longitud, una fuerza atractiva de 2 dyn/cm». Esto supone otra unidad de carga diferente de la uee, dado que la carga y la corriente están relacionadas por $dQ = Idt$ y resultan diferentes todas las demás unidades y las dimensiones de las magnitudes. Por ello, a partir de la fórmula (2.4) con $k' = 1$ se construye el sistema CGS electromagnético (denominación uem).

Resultó, por tanto, que el CGS en Electricidad da lugar a dos sistemas de unidades (y de fórmulas) diferentes e incompatibles: el uee y el uem. Posteriormente se realizó la unificación en un único sistema: el CGS gaussiano (también llamado sistema de Gauss o simétrico), que es un sistema coherente y que se utiliza todavía en Física teórica. Es un sistema que sólo usa tres magnitudes básicas (longitud, masa y tiempo), por lo que se trata de lo que se denomina un «sistema dimensionalmente mutilado» (puede verse en el Apéndice).

Paralelamente a estos sistemas llamados «absolutos» (por no requerir la utilización de ningún patrón para las unidades eléctricas) se desarrollaron otras unidades «prácticas», dado que para las aplicaciones técnicas las unidades ues y las uem resultaban demasiado grandes o extraordinariamente pequeñas para

algunas magnitudes usuales (intensidad de corriente, resistencia, capacidad, tensión).

En 1881 se reunió en París el Congreso Internacional de Electrotécnicos, y aceptando los dos sistemas cegesimales, ues y uem, definió además las unidades prácticas. Quedaron así establecidos el ohmio, el voltio, el amperio, el culombio y el faradio como múltiplos de las respectivas unidades uem. Poco después se definió el vatio como producto voltio amperio. En 1893 se definió la unidad de autoinducción y se decidió usar patrones fácilmente construibles para las unidades prácticas, dando a éstas las denominaciones de amperio internacional, ohmio internacional y voltio internacional (que difieren ya muy poco de las unidades actuales del SI).

3.8. LA UNIFICACIÓN DE GIORGI

En 1901 el físico italiano Giorgi encontró la manera de compaginar los sistemas CGS con las unidades prácticas usadas por los ingenieros. Giorgi utilizó cuatro magnitudes básicas: las tres mecánicas y una cuarta eléctrica, que puede ser la de carga o la de intensidad de corriente. Se optó por esta última. La idea unificadora de Giorgi requiere que las constantes k y k' de las fórmulas electrostática (2.2) y electromagnética (2.4) tengan valores distintos de uno y no sean adimensionales.

Otra idea que comenzó a aceptarse fue la de introducir la llamada «racionalización», consistente únicamente en añadir el factor 4π en algunas fórmulas para que no figure en otras, más usuales en los desarrollos teóricos. (La idea de la racionalización había sido dada por Heaviside mucho tiempo antes, en 1880). Ello es perfectamente válido sin más que dar los valores apropiados a las constantes (quedan así establecidos los valores concretos de la permitividad y permeabilidad magnética del vacío, que vamos a dar a continuación). Las fórmulas (2.2) y (2.4) resultan así

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \qquad (2.5)$$

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{2I_1 \cdot I_2}{r} \qquad (2.6)$$

midiéndose la fuerza F en newton, la cargas Q en culombios, las intensidades de corriente I en amperios y la distancia r en metros, y resultando la permitividad del vacío

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}\ \mathrm{C}^2 \cdot \mathrm{N}^{-1} \cdot \mathrm{m}^{-2} \qquad (2.7)$$

y la permeabilidad magnética del vacío

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{N \cdot m \cdot A^{-1}} \tag{2.8}$$

(si se requiere más precisión, en el valor de ε_0 debe sustituirse el 9 por el cuadrado de 2,997 924 58).

Quedó así completado el sistema Giorgi racionalizado. Todas las fórmulas y unidades de la Electricidad y Electromagnetismo se adaptaron a este sistema, que resultó completamente coherente (y es la base del actual SI). En 1933, reunida la CGPM, se decidió abandonar las unidades internacionales basadas en los patrones, pasando a los sistemas absolutos. En 1935 la Comisión Electrotécnica Internacional (CEI), reunida en Bruselas, decidió utilizar las unidades basadas en el sistema metro-kilogramo-segundo-amperio (MKSA). En 1946 el CIPM adoptó las cuatro unidades MKSA.

Un paso destacable en este camino de clarificación fue dado en la IX Conferencia General de Pesas y Medidas, celebrada en 1948, en la cual se atendió a una sugerencia de la Unión Internacional de Física (UIF) en el sentido de considerar la conveniencia de adoptar un sistema práctico de unidades para las relaciones internacionales (tanto la CEI como la UIF recomendaban ya con anterioridad el sistema MKS incrementando su base con una unidad eléctrica). En dicha Conferencia, en su resolución 6, se decidió abrir una encuesta oficial dirigida a los centros científicos, técnicos y pedagógicos del mundo para que opinasen acerca de un sistema práctico de unidades de medida. Unos años después, tanto la X CGPM de 1954 como el Comité Internacional de Pesas y Medidas (reunido en 1956), a la vista de las respuestas dadas a la consulta por los diversos países, recomendaron ya el Sistema Internacional de Unidades, que constaba entonces de seis unidades básicas: metro, kilogramo, segundo, amperio, grado kelvin y candela, y que hasta entonces se había venido llamando sistema MKSA racionalizado.

3.9. EL NACIMIENTO DEL SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (SI)

Fue la XI CGPM (1960) la que decidió definitivamente el nombre de «Sistema Internacional de Unidades» (en francés Le Système International d'Unités, y en inglés The International System of Units), designado internacionalmente por las siglas SI, que había sido establecido, como se ha dicho, sobre la base del primitivo Sistema Métrico Decimal y del posterior MKSA de Giorgi racionalizado.

3.10. LAS UNIDADES DE TEMPERATURA

La temperatura fue una magnitud misteriosa desde la antigüedad, lo mismo que el calor (se decía que un fluido llamado «calórico» se desp lazaba por el espacio y por la materia),

En 1742, bastantes años antes del establecimiento del Sistema Métrico, el astrónomo Anders Celsius había presentado en la Academia de Ciencias de Suecia su escala de temperaturas, que establecía como unidad el «grado centígrado» (hoy llamado «grado Celsius»), definido como la centésima parte del intervalo comprendido entre los puntos de fusión y ebullición del agua a la presión atmosférica normal (para los que tomó los respectivos valores 0 y 100).

Independientemente, en Inglaterra se estableció la escala F arenheit, que se extendió (y aún hoy se utiliza) por los países anglosajones y J apón. El grado de esta escala se obtuvo dividiendo en 180 partes el mismo intervalo de temperaturas que Celsius había di vidido en 100 partes (en la escala F arenheit se tomó el valor 32 para la fusión del hielo y 212 para la eb ullición del agua a presión normal).

Posteriormente, fue el físico inglés William Thomson (después co nocido como Lord Kelvin) quien en 1848 estableció una escala absoluta de temperatura, para la cual utilizó el mismo valor del grado que había considerado Celsius cien años antes. Se vio que la temperatura mínima posible es –273,15 °C, (es el «cero absoluto»; interpretando la temperatura como una forma de cuant ificar la agitación desordenada microscópica, el cero equivaldría a agitación nula, sin tener en cuenta consideraciones cuánticas).

Por tanto, la escala termodinámica o escala K elvin parte del cer o absoluto, conservando el mismo v alor del grado Celsius para el grado K elvin. En 1967 esta unidad pasó a llamarse simplemente el «k elvin». Además, en lugar de usar el punto de fusión del hielo, se vio que tenía mayor precisión el empleo del punto triple del agua, cuyo valor se tomó como 273,16 K exactamente, y a partir de esta temperatura se define hoy el kelvin.

3.11. LAS UNIDADES DE ÓPTICA FOTOMÉTRICA

Para las unidades fotométricas fue necesario encontrar una forma de medir la intensidad luminosa, para la radiación electromagnética que es p ercibida por el ojo humano, que está comprendida aproximadamente entre $3{,}8 \cdot 10^{14}$ hertz (rojo) y $7{,}9 \cdot 10^{14}$ hertz (violeta). Inicialmente se utilizaron di versas fuentes de luz, como patrones para establecer la unidad de intensidad luminosa, y así surgieron sucesivamente di versas designaciones (b ujía Hefner, bujía intern acional, bujía decimal, violle, etc), hasta que la IX CGPM de 1948 decidió utiliz ar exclusivamente la «candela». Ésta tuv o varias definiciones, la penúltima de las cuales se

elaboró en la XIII CGPM, celebrada en 1967, y fue así: «la candela es la intensidad luminosa, en la dirección perpendicular, de una superficie de 1/600 000 m^2 de un cuerpo negro a la temperatura de congelación del platino y a la presión de 101 325 newton por metro cuadrado».

La última definición de candela, vigente en la actualidad, fue dada en la XVI CGPM de 1979 y es así: «es la intensidad luminosa, en una dirección dada, de una fuente monocromática de $540 \cdot 10^{12}$ hertz y cuya intensidad radiante en dicha dirección es de 1/683 vatios por estereorradián».

3.12. CONTINUO PERFECCIONAMIENTO DEL SISTEMA INTERNACIONAL

Como ya se ha dicho, desde la creación del Sistema Métrico en Francia en 1795, se han ido dando pasos sucesivos hasta llegar a la actualidad.

La Oficina o Bureau Internacional de Pesas y Medidas (BIPM), desde su creación en 1875 hasta el día de hoy, ha venido realizando trabajos para el Comité Internacional (CIPM), bajo la autoridad de la Conferencia General (CGPM). Entre otras misiones, el BIPM establece los patrones y escalas para la medida de las principales magnitudes físicas, y atiende a la coordinación entre los diversos países. Además, trata de unificar las medidas de las constantes físicas.

La CGPM toma las decisiones, tratando de ir completando y perfeccionando el SI en todos sus aspectos. Por ejemplo, en 1927 se establecieron patrones de medidas eléctricas, en 1937 se estudiaron las medidas fotométricas y radiométricas, en 1960 las medidas de radiaciones ionizantes, en 1984 se realizaron trabajos referentes a los láseres, en 1988 se establecieron escalas de tiempo, etc. Hoy, en el año 2007, el CIPM tiene establecidos diez comités consultivos internacionales que abarcan los principales campos de la Ciencia y la Tecnología, los cuales, en forma continuada, proponen perfeccionamientos y avances en los más variados aspectos del SI y las magnitudes físicas.

En España el SI fue adoptado por Ley en 1967 y algunas especificaciones han sido publicadas como Real Decreto en el «BOE» del 3 de noviembre de 1989, adaptándose la normativa a lo dispuesto en el ámbito de la Unión Europea. Un nuevo Real Decreto que figura en el «BOE» del 30 de abril de 1994 declara, a efectos legales, los patrones de medida de las unidades básicas del Sistema Internacional según la legislación de España.

En el siguiente capítulo se dan las definiciones actuales de las siete unidades básicas del SI, y en los siguientes se establecen las demás unidades de las magnitudes físicas en dicho sistema, así como las equivalencias de cualesquiera otras unidades con la correspondiente al SI.

Actualmente (año 2007) se está procediendo a una renovación de algunas unidades, en concreto el kilogramo, el mol y la unidad de temperatura. Se esperan nuevas decisiones como consecuencia de acuerdos internacionales.

4

UNIDADES BÁSICAS DEL SI

La Física utiliza un gran número de magnitudes para estudiar los fenómenos del Universo y sus aplicaciones en la Tecnología (en este libro consideramos 565 magnitudes físicas). Sin embargo, las magnitudes están relacionadas entre sí por muy variadas ecuaciones, de manera que, para describir todos los fenómenos físicos y sus aplicaciones técnicas basta tomar una base de siete magnitudes fundamentales. Este número viene impuesto propiamente por la Física, pero la elección de las magnitudes que formen la base es arbitraria.

En la siguiente tabla damos las siete magnitudes fundamentales elegidas y las correspondientes siete unidades básicas del SI, cuyas definiciones figuran a continuación:

Magnitud física	Unidad SI	Símbolo
Longitud (l, x…)	metro	m
Masa (m)	kilogramo	kg
Tiempo (t)	segundo	s
Temperatura (T)	kelvin	K
Intensidad de corriente (i, I)	amperio	A
Cantidad de sustancia (n)	mol	mol
Intensidad luminosa (I, I_v)	candela	cd

Las definiciones actuales son las siguientes (al escribirse este trabajo en el año 2007):

4.1. UNIDAD SI DE LONGITUD: metro (m)

«Es la distancia recorrida por la luz en el vacío en un tiempo de una fracción 1/299 792 458 de segundo» (XVII CGPM, 1983).

4.2. UNIDAD SI DE MASA: kilogramo (kg)

«Es la masa del prototipo internacional de kilogramo (o kilogramo patrón) que se conserva en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas de Sévres (París)» (I CGPM, 1889 y III CGPM, 1901).

4.3. UNIDAD SI DE TIEMPO: segundo (s)

«Es la duración de 9 192 631 770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental de átomo de cesio 133» (XIII CGPM, 1967). En las sesiones de 1997 y 1999, el CIPM ha establecido que el átomo de cesio 133 ha de estar a 0 K, en reposo y no perturbado por radiación alguna (BIPM. Supplément 2000).

4.4. UNIDAD SI DE TEMPERATURA: kelvin (K)

«Es la fracción $\frac{1}{273{,}16}$ de la temperatura termodinámica del punto triple del agua»(XIII CGPM, 1967).

El CIPM, teniendo en cuenta que el punto triple del agua depende de la composición isotópica, especifica que la definición del kelvin se refiere a agua que tenga la siguiente composición: 0,000 155 76 moles de ^{2}H por mol de ^{1}H; 0,000 379 9 moles de ^{17}O por mol de ^{16}O; 0,002 005 2 moles de ^{18}O por mol de ^{16}O (*Metrología 43*, 177 (2006)).

4.5. UNIDAD SI DE INTENSIDAD DE CORRIENTE ELÉCTRICA: amperio (A)

«Es la intensidad de una corriente constante que, mantenida en dos conductores paralelos rectilíneos, de longitud infinita, de sección circular despreciable, colocados a una distancia de 1 m el uno del otro, en el vacío, produce entre estos dos conductores una fuerza de $2 \cdot 10^{-7}$ newton por metro de longitud» (IX CGPM, 1948).

4.6. UNIDAD DE CANTIDAD DE SUSTANCIA: mol (mol)

«Es la cantidad de sustancia que contiene tantas entidades elem entales como átomos hay en 0,012 kg de carbono 12».

«Las entidades elementales deben ser especif icadas: átomos, moléculas, iones, electrones u otras partículas o agrupamientos especificados de tales partículas» (XIV CGPM, 1971).

4.7. UNIDAD DE INTENSIDAD LUMINOSA: candela (cd)

«Es la intensidad luminosa, en una dirección dada, de una fuente que emite energía radiante monocromática de $540 \cdot 10^{12}$ Hz de frecuencia, y que tiene una intensidad radiante, en dicha dirección, de 1/683 v atios por este reorradián» (XVI CGPM, 1979).

5

UNIDADES DERIVADAS

5.1. UNIDADES ANGULARES (UNIDADES SUPLEMENTARIAS)

Se trata de dos unidades meramente geométricas que son necesarias o convenientes para algunas magnitudes físicas tales como la velocidad y la aceleración angulares, la intensidad de una radiación y otras muchas.

5.1.1. Unidad de ángulo (ángulo plano): radián (rad)

«Es el ángulo que, teniendo su vértice en el centro de un círcul o, intercepta sobre la circunferencia de este círculo un arco de longitud igu al al radio» (XI CGPM,1960).

El ángulo correspondiente a una circunferencia completa es 2π rad.

5.1.2. Unidad de ángulo sólido: estereorradián (sr)

«Es el ángulo sólido que, teniendo su vértice en el centro de una esfera, delimita sobre la superficie esférica correspondiente un área igual a la de un cuadrado que tiene como lado el radio de la esfera» (XI CGPM, 1960).

El ángulo sólido correspondiente a todo el espacio (es decir, a la esfera completa) es 4π sr.

Estas unidades angulares, rad y sr, se consideran actualmente como unidades derivadas.

5.2. DETERMINACIÓN DE LAS UNIDADES DERIVADAS

Una vez establecidas las siete unidades básicas, correspondientes a las siete magnitudes físicas tomadas como fundamentales (*l*, *m*, *t*, *T*, *i*, *n*, *I*, vistas en el Capítulo 4) y las dos angulares, todas las demás unidades del Sis tema Internacional resultan derivadas de aquéllas. En esto consiste la «coherencia» del sistema de unidades. El número de unidades deri vadas pertenecientes al SI es pues muy grande: hay tantas unidades derivadas como magnitudes físicas se emplean en la Ciencia y la Tecnología.

Dada una magnitud física cualquiera, para establecer la correspo ndiente unidad SI basta utilizar una fórmula física que relacione dicha magnitud con las fundamentales o con otras magnitudes cuya unidad SI ya hayasido establecida. Algunas unidades derivadas poseen nombre especial (newton, pascal…). Otras, no.

Una vez establecida la unidad SI de una magnitud física, es necesario usarla con exclusividad en todas las ecuaciones (o por medio de las mú ltiplos y submúltiplos decimales si no han de f igurar en las ecuaciones). Nu nca debe emplearse otra unidad.

5.3. EJEMPLOS DE UNIDADES DERIVADAS

Aunque muchos de los ejemplos que vamos a exponer sean sobradamente conocidos, hemos considerado que no está de más comenzar por los más sencillos.

5.3.1. La unidad de *velocidad*

Se obtiene usando la fórmula:

$$\vec{v} = \frac{\vec{dl}}{dt}$$

y por tanto «la unidad de v elocidad será igual a la unidad de l ongitud dividida por la unidad de tiempo», es decir el

m/s

5.3.2. La unidad de *fuerza*

Se obtiene usando la fórmula de Newton:

$$\vec{F} = m\,\vec{a}$$

teniendo en cuenta que la aceleración es $\vec{a} = \overrightarrow{dv}/dt$ y tiene como unidad el m/s^2, por lo que resulta la unidad de fuerza en el SI

$$kg \cdot m/s^2$$

unidad que recibe el nombre particular de newton

$$kg \cdot m/s^2 \equiv N \text{ (newton)}$$

5.3.3. La unidad de *trabajo* y *energía*

Se obtiene mediante la fórmula

$$dW = \vec{F} \cdot \vec{dl}$$

por tanto, la unidad SI será el newton metro, que recibe el nombre de joule (o julio en español):

$$N \cdot m \equiv J \text{ (joule o julio)}$$

5.3.4. La unidad de *viscosidad*

Se obtiene mediante la fórmula de definición *s*

$$F = \eta S \frac{dv}{dz}$$

(siendo *F* fuerza, *S* superficie o área, *v* velocidad, *z* longitud) y despejando se deduce la unidad SI

$$\eta = \frac{F \cdot dz}{S \cdot dv}$$

$$\frac{N \cdot m}{m^2 \cdot m/s} = \frac{N \cdot s}{m^2} = Pa \cdot s \text{ (pascal segundo)}$$

(anteriormente esta unidad recibió el nombre de decapoisse, por ser igual a 10 poisse, que es la unidad CGS).

5.3.5. La unidad de la *constante universal de los gases*

Se obtiene mediante la ecuación de estado de los gases perfectos.

$$pV = nRT$$

(p = presión, V = volumen, n = cantidad de sustancia, T = temperatura) y despejando se deduce la unidad SI de la constante R

$$R = \frac{pV}{nT} \qquad \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} \equiv \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

en donde se han usado las unidades SI de las cuatro magnitudes de la fórmula que son, respectivamente:

presión:

$$p = \frac{dF}{dS} \qquad \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa (pascal)}$$

volumen:

$$V = x\,y\,z \qquad \text{m}^3 \text{ (metro cúbico)}$$

cantidad de sustancia

$$n \qquad \text{mol (mol)}$$

temperatura

$$T \qquad \text{K (kelvin)}$$

5.3.6. La unidad de *carga eléctrica*

Se obtiene mediante la definición de intensidad de corriente.

$$I = \frac{dQ}{dt} \qquad dQ = I\,dt$$

y resulta la unidad SI, el coulomb (en español, culombio):

$$\text{A} \cdot \text{s} \equiv \text{C (amperio segundo = culombio)}$$

5.3.7. La unidad de *potencial eléctrico*

Se obtiene usando la fórmula

$$V = W/Q$$

y por tanto, la unidad SI ha de ser el julio dividido por el culombio, que, como es sabido, se denomina voltio

$$\text{J/C} \equiv \text{V (volt o voltio)}$$

5.3.8. La unidad de *campo eléctrico*

Se obtiene por la fórmula

$$E = F/Q$$

y por tanto la unidad SI es el newton por culombio

$$\mathrm{N/C}$$

o bien, puede obtenerse mediante la expresión del gradiente

$$\vec{E} = -\ \overrightarrow{\mathrm{grad}}\ V \qquad\qquad E = -\ dV/dl$$

y por tanto, la unidad SI resulta el voltio por metro

$$\mathrm{V/m}$$

que, naturalmente, es la misma que el N/C

5.3.9. La unidad de *momento magnético*

Se obtiene por la expresión

$$\vec{m} = I\,\vec{S}$$

(siendo I intensidad de corriente, S superficie o área) y resulta la unidad SI

$$\mathrm{A \cdot m^2}$$

5.3.10. La unidad de *dosis física*

Absorbida en un material o tejido, producida por una radiación. Se obtiene por la fórmula de definición

$$D = dW/dm$$

(W = energía absorbida, m = masa) y resulta la unidad SI, julio dividido por kilogramo, que recibe el nombre de gray:

$$\mathrm{J/kg} \equiv \mathrm{Gy} \quad \text{(gray)}$$

5.3.11. La unidad de *flujo luminoso*

Se obtiene por la expresión

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}$$

(I = intensidad luminosa, Ω = ángulo sólido) y la unidad SI resulta la candela por el estereorradián, que recibe el nombre de lumen

$$\text{cd} \cdot \text{sr} \equiv \text{lm (lumen)}$$

6

OBTENCIÓN DE UNIDADES POR LAS DIMENSIONES

Otra forma de obtener unidades SI (en el fondo, análoga a la ant erior) es el uso de las expresiones dimensionales. No vamos a entrar en consideraciones del análisis dimensional y su utilidad, pues no es este el objeto del presente trabajo; sólo nos referiremos aquí a la e xpresión dimensional (la «dimen sión») de cada magnitud física y su utilidad para establecer unidades.

6.1. LAS EXPRESIONES DIMENSIONALES

Para obtener las expresiones dimensionales se ha de tomar una base arbitraria formada por un grupo de magnitudes.

El número de magnitudes que deben formar la base del sistema di mensional ha sido muy discutido, pero se ha lle gado a la conclusión de que dicho número no es arbitrario: depende del número de magnitudes que se hayan de usar y de las ecuaciones que las relacionan entre sí. Los trabajos teóric os establecen que el número de magnitudes básicas debe ser igual a la diferencia entre el número total de magnitudes y el número de relaciones que se puedan formar entre ellas*.

En Mecánica la base se forma con tres magnitudes.
En Electricidad la base debe incrementarse en una magnitud.
En Termología se ha de añadir otra nueva magnitud a la base.

Por tanto, *en la mayoría de los campos que comprenden la Física y las Ingenierías* basta utilizar una base de cinco magnitudes para elAnálisis dimensional.

* Palacios, J. *Análisis dimensional.* Ed. Espasa Calpe (1956).

En Química y Química-Física se requiere añadir otra magnitud que dependa del número de moléculas (o partículas).

En Óptica, para medidas fotométricas, se requiere también un nuevo incremento de la base.

Finalmente, por todo lo dicho, se considera que *una base de siete magnitudes* es suficiente para utilizar plenamente el análisis dimensional en Ciencia y Tecnología.

6.2. LAS SIETE MAGNITUDES ELEGIDAS COMO BASE DEL SISTEMA INTERNACIONAL

Una vez establecido el número, se plantea el problema de la elección de las magnitudes que deben formar la base. Se han seguido muchos caminos, pero el más útil para la mayoría de los problemas (y desde luego para establecer unidades derivadas) es elegir como básicas para las dimensiones las mismas magnitudes que se toman como básicas para las unidades SI, es decir: *longitud, masa, tiempo, intensidad de corriente, temperatura, cantidad de sustancia e intensidad luminosa.*

En las expresiones dimensionales se usan las letras mayúsculas. Para indicar la dimensión (las dimensiones) de una magnitud, se la coloca entre corchetes (paréntesis rectos), o bien se anteponen las letras dim. Sea una magnitud F, y sean sus dimensiones:

$$[F] = \dim F = \mathrm{L}^{\alpha}\,\mathrm{M}^{\beta}\,\mathrm{T}^{\gamma}\,\Theta^{\delta}\,\mathrm{I}^{\varepsilon}\,\mathrm{N}^{\varsigma}\,\mathrm{J}^{\eta}$$

La ISO da preferencia a la notación «dim» para expresar las dimensiones. Aquí hemos conservado los corchetes, por ser esta forma utilizada en todos los textos actuales.

6.3. DIMENSIONES Y UNIDAD SI DE LAS SIETE MAGNITUDES BÁSICAS

Magnitud básica	Dimensiones	Unidad SI
Longitud	$[l] = \mathrm{L}$	m (metro)
Masa	$[m] = \mathrm{M}$	kg (kilogramo)
Tiempo	$[t] = \mathrm{T}$	s (segundo)
Temperatura	$[T] = \Theta$	K (kelvin)
Intensidad de corriente	$[i] = \mathrm{I}$	A (amperio)
Cantidad de sustancia	$[n] = \mathrm{N}$	mol (mol)
Intensidad luminosa	$[I] = \mathrm{J}$	cd (candela)

En la mayoría de los problemas de la Física y las Ingenierías, como se ha dicho, basta usar la base de las cinco primeras magnitudes (L M T Θ I).

6.4. DIMENSIONES DE LAS MAGNITUDES DERIVADAS

Las magnitudes derivadas son las que no figuran en la base del sistema. Sus dimensiones se determinan por medio de las fórmulas físicas.

La tabla siguiente muestra las dimensiones de algunas magnitudes derivadas.

Magnitud	Fórmula usada	Expresión dimensional
Velocidad	$v = \frac{dx}{dt}$	$[v] = L\,T^{-1}$
Aceleración	$a = \frac{dv}{dt}$	$[a] = L\,T^{-2}$
Superficie	$S = x\,y$	$[S] = L^2$
Fuerza	$F = m\,a$	$[F] = L\,M\,T^{-2}$
Trabajo,energía	$dW = F\,dx$	$[W] = L^2\,M\,T^{-2}$
Viscosidad	$F = S\eta\,\frac{dv}{dx}$	$[\eta] = L^{-1}\,M\,T^{-1}$
Presión	$p = \frac{dF}{dS}$	$[p] = L^{-1}\,M\,T^{-2}$
Constante de gravitación	$F = G\,\frac{mm}{r^2}$	$[G] = L^3\,M^{-1}\,T^{-2}$
Entropía	$S = \frac{dQ}{T}$	$[S] = L^2\,M\,T^{-2}\,\Theta^{-1}$
Carga eléctrica	$i = \frac{dq}{dt}$	$[q] = T\,I$
Potencial eléctrico	$V = \frac{W}{q}$	$[V] = M\,L^2\,T^{-2}/T\,I = L^2\,M\,T^{-3}\,I^{-1}$
Campo eléctrico	$F = q\,E$	$[E] = L\,M\,T^{-3}\,I^{-1}$
Inducción magnética	$\vec{F} = q\,\vec{v} \wedge \vec{B}$	$[B] = [F/qv] = M\,T^{-2}\,I^{-1}$
Flujo magnético	$\Phi = B\,S$	$[\Phi] = [BS] = L^2\,M\,T^{-2}\,I^{-1}$
Momento magnético	$m = I\,S$	$[m] = [I\,S] = L^2\,I$
Autoinducción	$\Phi = L\,i$	$[L] = [\Phi/i] = L^2\,M\,T^{-2}\,I^{-2}$
Constante de los gases	$R = \frac{pV}{nT}$	$[R] = L^2\,M\,T^{-2}\,N^{-1}\,\Theta^{-1}$
Flujo luminoso	$d\Phi = I\,d\Omega$	$[\Phi] = J$

Las dimensiones de las magnitudes ángulo y ángulo sólido son el número uno (son «adimensionales»), sin embargo, han de tenerse en cuenta al establecer las unidades, en muchos casos.

6.5. EJEMPLOS DE OBTENCIÓN DE UNIDADES SI POR MEDIO DE LAS DIMENSIONES

Veamos ahora algunos ejemplos de determinación de la unidad SI por medio de las dimensiones de cada magnitud física. En la mayoría de los casos ha bastado utilizar la base de cinco magnitudes, y sólo algunas veces es necesario usar la base completa de siete (Los siguientes ejemplos se han ele gido para las mismas unidades vistas en los ejemplos de la sección 5.3).

6.5.1. Dimensiones y unidad SI de la *velocidad*

La fórmula

$$v = \frac{dx}{dt}$$

nos permite obtener las dimensiones

$$[v] = \mathrm{L\,T^{-1}}$$

y la unidad SI

$$\mathrm{m\,s^{-1}}$$

6.5.2. Dimensiones y unidades SI de la *fuerza*

La fórmula newtoniana

$$v = \frac{dx}{dt}$$

nos permite obtener las dimensiones:

$$[F] = \mathrm{L\,M\,T^{-2}}$$

y la unidad SI, que recibe el conocido nombre de newton:

$$\mathrm{m \cdot kg \cdot s^{-2}} \equiv \mathrm{N} \quad \text{(newton)}$$

6.5.3. Dimensiones y unidad SI de *energía*

La fórmula del trabajo

$$dW = F\,dx$$

nos permite hallar las dimensiones

$$[W] = \mathrm{L\,M\,T^{-2}\,L = L^2\,M\,T^{-2}}$$

y la unidad SI (el julio):

$$\mathrm{m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \equiv J} \quad \text{(joule o julio)}$$

6.5.4. Dimensiones y unidad SI de *viscosidad*

La fórmula

$$F = \eta S \frac{dv}{dz}$$

nos permite hallar las dimensiones (F = fuerza, S = área, v = velocidad; z = longitud)

$$[\eta] = [Fdz \,/\, Sdv\,] = \mathrm{L^{-1}\,M\,T^{-1}}$$

y la unidad SI :

$$\mathrm{m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-1} \equiv Pa\ s} \quad \text{(pascal segundo)}$$

6.5.5. Dimensiones y unidad SI de la constante R de los *gases*

En este caso usaremos la base completa de siete magnitudes. La ecuación de estado

$$pV = n\,R\,T$$

nos permite hallar las dimensiones (p = presión; V = volumen; n = número de moles o cantidad de sustancia; T = temperatura)

$$[R] = [pV/(nT)] = \mathrm{L^{-1}\,M\,T^{-2}\,L^3/(N\,\Theta) = L^2\,M\,T^{-2}\,N^{-1}\,\Theta^{-1}}$$

y la unidad SI

$$\mathrm{m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$$

que es la misma que se obtuvo por el método general en el ejemplo 5.3.5:

$$\mathrm{J\ mol^{-1}\ K^{-1}} \quad \text{(julios por mol y por kelvin)}$$

6.5.6. Dimensiones y unidad SI de la *carga eléctrica*

La fórmula

$$dQ = i\ dt$$

nos permite hallar las dimensiones (i = intensidad de corriente; t = tiempo):

$$[Q] = \mathrm{T\ I}$$

y la unidad SI (el conocido culombio)

$$\mathrm{A \cdot s = C} \quad \text{(coulomb o culombio)}$$

6.5.7. Dimensiones y unidad SI de *potencial eléctrico*

La fórmula:

$$V = \frac{dW}{dQ}$$

sirve para dar las dimensiones

$$[V] = \mathrm{L^2\ M\ T^{-2}/(T\ I) = L^2\ M\ T^{-3}\ I^{-1}}$$

y la unidad SI (el conocido voltio)

$$\mathrm{m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1} \equiv V} \quad \text{(volt o voltio)}$$

que naturalmente es la misma unidad obtenida por el método gene ral (Sección 5.3.7):

$$\mathrm{J \cdot C^{-1} \equiv V}$$

6.5.8. Dimensión y unidad SI de *campo eléctrico*

La fórmula

$$E = \frac{F}{Q}$$

nos permite obtener las dimensiones

$$[E] = \mathrm{L\ M\ T^{-2}/T\ I = M\ L\ T^{-3}\ I^{-1}}$$

y la unidad SI:

$$\mathrm{m \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1} = N/C = V/m}$$

(newton por culombio o bien voltio por metro)

6.5.9. Dimensiones y unidad SI de *momento magnético*

La expresión

$$m = i\,S$$

nos permite hallar las dimensiones (i = intensidad de corriente; S = área)

$$[m] = \mathrm{L^2\ I}$$

y la unidad SI

$$\mathrm{A\ m^2}$$

6.5.10. Dimensiones y unidad SI de *dosis física absorbida* de una radiación

La fórmula de definición

$$D = \frac{dW}{dm}$$

nos permite hallar las dimensiones:

$$[D] = \mathrm{L^2\ M\ T^{-2}/M = L^2\ T^{-2}}$$

y la unidad SI (denominada gray)

$$\mathrm{m^2 \cdot s^{-2} = Gy \quad (gray)}$$

que es la misma unidad obtenida en la sección 5.3.10:

$$\mathrm{J/kg \equiv Gy}$$

6.5.11. Dimensiones y unidad SI de *flujo luminoso*

Usaremos aquí la base de siete magnitudes. La fórmula

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}$$

nos permite hallar las dimensiones (I = intensidad luminosa; Ω = ángulo sólido):

$$[\Phi] = [I\,\Omega] = \mathrm{J}$$

y la unidad SI sería la misma que la de intensidad luminosa, puesto que el ángulo sólido no tiene dimensiones. Sin embar go, no conviene prescindir de la unidad de ángulo sólido, pues de lo contrario se puede originar con fusión. La unidad SI de flujo luminoso será pues la de intensidad luminosa (candela) por la de ángulo sólido (estereorradián):

$$\mathrm{cd} \cdot \mathrm{sr} \equiv \mathrm{lm} \quad \text{(lumen)}$$

que recibe el nombre de lumen, como se vio en el ejemplo de la s ección 5.3.11.

7

PREFIJOS DECIMALES

7.1. MÚLTIPLOS Y SUBMÚLTIPLOS DECIMALES

La relación de prefijos decimales que se deben utilizar para los múltiplos y submúltiplos de las unidades es la contenida en las tablas siguientes.

7.1.1. Múltiplos decimales

Nombre	Símbolo	Factor
deca	da	10
hecto	h	10^{2}
kilo	k	10^{3}
mega	M	10^{6}
giga	G	10^{9}
tera	T	10^{12}
peta	P	10^{15}
exa	E	10^{18}
zetta	Z	10^{21}
yotta	Y	10^{24}

7.1.2. Submúltiplos decimales

Nombre	Símbolo	Factor
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}
zepto	z	10^{-21}
yocto	y	10^{-24}

7.2. EJEMPLOS Y NORMAS PARA UTILIZAR PREFIJOS

Los prefijos son particularmente útiles para comparar diversos valores, y muy especialmente en tablas y gráf icas. Para cálculos numéricos se debe prescindir de los prefijos y es preferible usar potencias de diez.

Todas las unidades básicas del SI admiten los pref ijos decimales, excepto el kg, pues es al gramo al que se aplican.

7.2.1. Longitud de onda de un fotón gamma

$$\lambda = 3 \cdot 10^{-14}\ \text{m} = 30 \cdot 10^{-15}\ \text{m} = 30\ \text{fm} \quad \text{(femtometros)}$$

7.2.2. Radio de la Tierra

$$R \cong 6{,}37 \cdot 10^{6}\ \text{m} = 6{,}37\ \text{Mm} \quad \text{(megametros)}$$

7.2.3. Distancia a la galaxia M31 (Andrómeda)

$$l \cong 2{,}4 \cdot 10^{6}\ \text{años luz} \cong 2{,}3 \cdot 10^{22}\ \text{m} = 23 \cdot 10^{21}\ \text{m} = 23\ \text{Zm} \quad \text{(zettametros)}$$

7.2.4. Presión atmosférica normal

$$p = 1\ \text{atm} = 101\ 325\ \text{Pa} = 101{,}325 \cdot 10^{3}\ \text{Pa} = 101{,}325\ \text{kPa} \quad \text{(kilopascales)}$$

7.2.5. Peso medio de una persona humana

$$P = 700\ \text{N} = 70\ \text{daN} \quad \text{(decanewton)}$$

7.2.6. Periodo de semidesintegración de partículas muy inestables

$$T \cong 10^{-23}\ \text{s} = 10 \cdot 10^{-24}\ \text{s} = 10\ \text{ys} \quad \text{(yoctosegundos)}$$

7.2.7. Edad del Universo

$$T \cong 1{,}37 \cdot 10^{10}\ \text{años} \cong 4 \cdot 10^{17}\ \text{s} = 0{,}4 \cdot 10^{18}\ \text{s} = 0{,}4\ \text{Es} \quad \text{(exasegundos)}$$

o bien:

$$T = 400 \cdot 10^{15}\ \text{s} = 400\ \text{Ps} \quad \text{(petasegundos)}$$

7.2.8. Velocidad de la luz

$$c = 2{,}997\ 924\ 58 \cdot 10^{8}\ \text{m/s} = 0{,}299\ 729\ 458 \cdot 10^{9}\ \text{m/s}$$

$$c = 0{,}299\ 792\ 458\ \text{Gm/s} \quad \text{(gigametros por segundo)}$$

o bien:

$$c = 299,\,792\,458 \text{ Mm/s} \quad \text{(megametros por segundo)}$$

7.2.9. Frecuencia de los rayos X

$$\nu = 10^{17} \text{ Hz} = 100 \cdot 10^{15} \text{ Hz} = 100 \text{ PHz} \quad \text{(petahercios)}$$

7.2.10. Potencia

Sea una fuente que radia una potencia de 1 kilojulio por nanosegundo. Puede escribirse:

$$P = 1 \text{ kJ/ns} = 10^3/10^{-9} \text{ J/s} = 10^{12} \text{ W} = 1 \text{ TW} \quad \text{(terawatt o teravatio)}$$

7.2.11. Resistividad y conductividad

Sea un semiconductor cuya resistividad es $\rho = 10^{-3}\ \Omega \cdot \text{m}$. Se puede escribir:

$$\rho = 10^{-3} \text{ USI} = 10^{-3}\ \Omega \cdot \text{m} \quad \text{(ohmios metro)}$$

se admite poner:

$$\rho = 1 \text{ m}\ \Omega \cdot \text{m} \quad \text{(miliohmios} \cdot \text{metro)}$$

y la conductividad será:

$$\sigma = 1/\rho = 10^3\ \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1} = 10^3\ (\Omega \cdot \text{m})^{-1} = 10^3 \text{ USI}$$

$$\sigma = 1\ \text{m}\Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \quad \text{(se podría admitir)}$$

7.2.12. Nunca dos prefijos

Nunca se deben usar dos prefijos en la misma expresión.

Sea la longitud de 1 nanometro; se escribe

$$l = 10^{-9} \text{ m} = 1 \text{ nm} \quad \text{(BIEN)}$$

pero nunca:

$$l = 1\ \text{m}\mu\text{m} \quad \text{(MAL)}$$

7.2.13. No usar unidades que sustituyan a prefijos

Deben desecharse unidades que antiguamente sustituían a los prefijos, tales como la «micra» (que es el micrometro, μm) o el «fermi» (que es el femtometro, fm).

7.2.14. Unidades que admiten prefijos

Los prefijos decimales sólo deberían aplicarse a las unidades SI (el kg es un caso especial, ya que los prefijos se aplican al gramo). Se exceptúan algunas unidades que, no siendo del SI, se permite para ellas el uso de prefijos; por ejemplo, el electronvoltio y el parsec:

$$10^9 \text{ eV} = 1 \text{ GeV} \quad \text{(gigaelectronvoltio)}$$

$$10^6 \text{ pc} = 1 \text{ Mpc} \quad \text{(megaparsec)}$$

y algunas otras como Ma, Ga (megaaño, gigaaño).

7.3. PREFIJOS Y UNIDADES EN INFORMÁTICA
(Este apartado no está incluido en las normas)

La unidad elemental de Informática es el «bit» (*binary digit,* en inglés); su valor puede ser 0 ó 1. Se considera como unidad fundamental de información el «byte», que contiene 8 bit:

$$1 \text{ byte} = 8 \text{ bit}$$

Los prefijos kilo, mega, giga, etc., se emplean aquí con un significado especial; kilobyte (kB) no indica exactamente 1 000 byte, sino 1 024 byte, de acuerdo con la expresión:

$$1 \text{ kB} = 2^{10} \text{ byte} = 1\,024 \text{ byte}$$

y la tabla completa de los prefijos, tal como se emplean en Informática, es:

$$\begin{aligned}
\text{kB} &= 2^{10} = 1{,}024\,000 \cdot 10^3 \text{ byte} \\
\text{MB} &= 2^{20} = 1{,}048\,576 \cdot 10^6 \text{ byte} \\
\text{GB} &= 2^{30} = 1{,}073\,742 \cdot 10^9 \text{ byte} \\
\text{TB} &= 2^{40} = 1{,}099\,511 \cdot 10^{12} \text{ byte} \\
\text{PB} &= 2^{50} = 1{,}125\,900 \cdot 10^{15} \text{ byte} \\
\text{EB} &= 2^{60} = 1{,}152\,922 \cdot 10^{18} \text{ byte} \\
\text{ZB} &= 2^{70} = 1{,}180\,592 \cdot 10^{21} \text{ byte} \\
\text{YB} &= 2^{80} = 1{,}208\,926 \cdot 10^{24} \text{ byte}
\end{aligned}$$

Se ve, pues, que los prefijos tienen en Informática un significado no muy diferente del habitual.

8

NORMAS Y RECOMENDACIONES

Se da aquí un resumen de las observaciones, normas y recomendaciones que complementan el Sistema Internacional de Unidades. Las normas han sido elaboradas, como ya hemos indicado, por la CGPM y por el ISO y van siendo perfeccionadas y ampliadas por sucesivas decisiones basadas en los estudios de los diversos comités y organismos consultivos. En España es AENOR el organismo encargado de elaborar la versión española de las normas ISO, que se designan UNE.

Este capítulo está basado principalmente en las Normas ISO-31 y UNE 82. No se pretende dar una reproducción de textos legales (por otra parte, de fácil y recomendable consulta), sino una recopilación de los aspectos prácticos de las normas actualmente vigentes, cuya utilidad es evidente en los diversos campos de la Ciencia y la Tecnología.

Además de las normas de uso obligatorio, se dan también las que tienen carácter de meras recomendaciones. Por otra parte, dada la experiencia de los autores, se dan en este capítulo algunas ideas de utilidad para el uso de las unidades, y en particular para el empleo del Sistema Internacional.

8.1. NORMAS PARA EXPRESAR MAGNITUDES

8.1.1. La denominación completa de una magnitud

Se escribe con letras minúsculas y en caracteres itálicos (letras inclinadas):

masa
flujo magnético

8.1.2. El símbolo de una magnitud

Es una letra del alfabeto latino o griego. Muchas veces se emplean subíndices para distinguir dos magnitudes que están representadas por la misma letra. Excepcionalmente, para las magnitudes que son números característicos adimensionales se usan dos letras. Todos estos símbolos deben escribirse en caracteres itálicos (*letras inclinadas*) con mayúsculas o minúsculas, según se haya acordado:

P (potencia)
m (masa)
Φ (flujo magnético)
Re (número de Reynolds)
ρ_l *(densidad lineal)*
ρ_s *(densidad superficial)*

Si las magnitudes son vectores o tensores, ello se indica con flechas sobre el símbolo, o bien con letra negrita

$\boldsymbol{v} = \vec{v}$ (velocidad)

$\boldsymbol{T} = \vec{\vec{T}}$ (tensor de tensiones; 2.° orden)

Las componentes pueden escribirse así:

$$\left[\vec{\vec{T}}\right]_{ij} = T_{ij}$$

8.1.3. Las fórmulas (expresiones algebraicas)

Contienen operaciones en que intervienen magnitudes físicas.

8.1.3.1. Los productos de dos magnitudes

Se expresan de una de estas formas:

$$\mathrm{a\ b} = \mathrm{a} \cdot \mathrm{b} = \mathrm{a} \times \mathrm{b}$$

Para magnitudes tensoriales (o vectoriales, si son de primer orden) se puede emplear letra negrita o bien escribir así:

producto escalar (vectores)	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \mathrm{m}$	(escalar)
producto vectorial	$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \wedge \vec{b}$	(vector)
producto diádico	$\vec{a}\ \vec{b} = (\vec{a}\ \vec{b})$	(2.° orden)

magnitudes complejas	$\vec{a}\ \vec{b} = \vec{c}$	(magnitud compleja)
producto tensorial	$\vec{\vec{T}} \otimes \vec{\vec{R}} = \boldsymbol{P}$	(4.° orden)
(componentes)	$T_{ij}\ R_{kl} = P_{ijkl}$	
	$\vec{\vec{T}} \otimes \vec{v} = \boldsymbol{P}$	(3.^{er} orden)
(componentes)	$T_{ij}\ v_k = P_{ijk}$	
producto interno (contraído)	$\vec{\vec{T}} \cdot \vec{\vec{R}} = \vec{\vec{P}}$	(2.° orden)
(componentes)	$T_{ij}\ T_{kl}\ \delta_{jk} = T_{ij}\ R_{jl} = P_{il}$	
	$\vec{\vec{T}} \cdot \vec{v} = \vec{w}$	(1.^{er} orden = vector)
producto escalar (tensores)	$\vec{\vec{T}} : \vec{\vec{R}} = m$	(escalar)
(componentes)	$T_{ij}\ R_{kl}\ \delta_{jk}\ \delta_{il} = T_{ij}\ R_{ji} = m$	

8.1.3.2. Los cocientes de dos magnitudes

Se escriben de una de estas formas:

$$\frac{a}{b} = a/b = a \cdot b^{-1} = a\ b^{-1}$$

8.1.3.3. Otras operaciones sencillas

Vamos a dar a continuación algunas operaciones con tres magnitu des a, b, c, indicando la forma correcta (BIEN) o incorrecta (MAL):

$$\frac{a}{bc} = \frac{a/b}{c} = (a/b)/c \qquad \text{(BIEN)}$$

$$= a/(bc) = a/(b \cdot c) = a\ b^{-1}\ c^{-1} \qquad \text{(BIEN)}$$

$$= a/b \cdot c \qquad \text{(MAL)}$$

$$= a\,/\,b\,/\,c \qquad \text{(MAL)}$$

$$\frac{ab}{c} = ab/c = a\ b\ c^{-1} \qquad \text{(BIEN)}$$

$$\frac{a}{b+c} = a/(b+c) = a \cdot (b+c)^{-1} \qquad \text{(BIEN)}$$

$$= a/b + c \qquad \text{(MAL)}$$

$$\frac{a}{b} + c = (a\,/\,b) + c = a\ b^{-1} + c \qquad \text{(BIEN)}$$

Se han de evitar expresiones que induzcan a confusión o ambigüedad.

8.2. NORMAS PARA EXPRESAR UNIDADES

8.2.1. La denominación completa de una unidad

Se escribe con todas las letras minúsculas y en caracteres roma nos [letras verticales (redonda)]:

kilogramo
weber
newton

Muchas unidades tienen la misma denominación en todos los idiom as (weber, newton). Otras admiten una denominación especial en español. Veamos:

Español	Francés e inglés
voltio	volt
vatio	watt
julio	joule
culombio	coulomb
faradio	farad
henrio	henry
amperio	ampére
ohmio	ohm
hercio	hertz

8.2.2. Los símbolos de las unidades

Se representan por una o más letras (con mayúscula o minúscula según se haya acordado), siempre en caracteres romanos (redondas). En el símbolo de una unidad se emplea la primera letra mayúscula si la unidad deriva de un nombre propio:

kg	(kilogramo)
Wb	(weber)
N	(newton)
rad	(radián)
lm	(lumen)
Hz	(hertz o hercio)

En los símbolos de unidades no se indica el plural. No se escri be al final un punto (salvo que en la construcción de la frase se requiera gramaticalmente):

25 kg	(BIEN)
25 kgs	(MAL)
25 kg.	(MAL)

Entre el valor numérico y la unidad debe dejarse un espacio

25 kg	(BIEN)
25kg	(MAL)
25 °C	(BIEN)
25°C	(MAL)

Se exceptúan de esta regla las unidades «grado», «minuto» y «segundo» de ángulo, que no deben llevar espacio previo a la unidad:

90°	(BIEN)
90 °	(MAL)
30′	(BIEN)
30 ′	(MAL)

8.2.3. Las unidades derivadas

Se definen generalmente mediante monomios en los que figuran las unidades SI básicas o bien otras unidades derivadas (entre las cuales pueden estar las unidades angulares radián y estereorradián). Por ejemplo, la unidad SI de *campo eléctrico*:

$$N \cdot C^{-1} = N/C = V/m = kg \cdot m \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$$

Estas denominaciones son todas válidas (son preferibles las tres primeras, por su simplicidad). También podría indicarse USI (unidad del Sistema Internacional). Por ejemplo:

$$E = 1{,}2 \text{ USI} = 1{,}2 \text{ V/m}$$

Cualquier otra definición de una unidad derivada no constituye una verdadera definición, sino más bien una explicación, (a veces muy interesante y útil para aclarar conceptos). Por ejemplo, la unidad de *densidad* es el kg/m^3 («el kilogramo por metro cúbico»), con lo que queda definida; pero puede darse como explicación «es la densidad de una pieza homogénea de 1 kg de masa y 1 m^3 de volumen». Este tipo de definiciones explicativas no son necesarias.

Hay unas cuantas unidades derivadas que, aunque se definen en función de las básicas y derivadas, reciben un nombre especial (newton, pascal, watt, volt, joule, henry, etc., o en español, vatio, voltio, julio, henrio, etc.). Estas unidades con nombre especial pueden intervenir en la designación de otras unidades derivadas:

$$W/m^2 \qquad N/m \qquad Pa \cdot s \qquad W/sr$$

y ocurre que una misma unidad SI puede designarse con nombres diferentes (por ejemplo, la de *campo eléctrico*, cuyas denominaciones acabamos de ver en esta misma sección).

Pero es necesario destacar, una vez más, que a cada magnitud física le corresponde una única unidad SI. Lo inverso no es cierto, sin embargo, pues una misma unidad SI puede corresponder a varias magnitudes diferentes (que tengan las mismas dimensiones, lógicamente). Por ejemplo el pascal es la unidad de *presión* y también la del *módulo de Young*; y el Joule es la unidad SI de *energía* y también de *momento de fuerzas* (en este caso conviene usar el N · m para el *momento de fuerzas*, aunque sea igual al joule).

Las unidades derivadas angulares, radián y estereorradián, se usan por conveniencia o para conseguir mayor claridad. Pueden omitirse. Por ejemplo, para la *velocidad angular* se emplea la unidad:

$$\text{rad/s}$$

y aunque no se recomienda otra forma, se admite poner simplemente:

$$s^{-1}$$

si bien, en fotometría y radiaciones no conviene la omisión. Por ejemplo, la *intensidad radiante*:

$$\text{W/sr}$$

Las unidades dadas por un producto pueden escribirse poniendo un punto a media altura o bien separándolas por un espacio:

J = N m = N · m	(BIEN)
Nm	(MAL)
mN	(MAL; además se confunde con milinewton)

Las unidades dadas por cocientes deben escribirse sin que aparezcan varias barras sucesivas:

$\frac{m}{s^2} = m/s^2 = m \cdot s^{-2}$	(BIEN)
(m/s)s	(BIEN)
m/s/s	(MAL)

8.2.4. Las expresiones algebraicas de unidades

Las expresiones algebraicas complicadas pueden escribirse utilizando puntos, exponentes y líneas de fracción, siempre que no induzcan a confusión. Por ejemplo, la unidad de *flujo magnético*:

$kg \cdot m^2/(A \cdot s^2) = kg \cdot m^2 \cdot A^{-1} \cdot s^{-2} = Wb$	(BIEN)
$kg\ m^2/A\ s^2$	(MAL)

y la de *campo eléctrico*:

$$\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{s}^{-3} = \text{V/m} = \text{V} \cdot \text{m}^{-1} \qquad \text{(BIEN)}$$

La unidad SI de *viscosidad cinemática* ($\nu = \eta/\rho$; cociente de la viscosidad y la densidad) puede expresarse así:

$$\text{Pa} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s} \cdot \text{kg}^{-1} = \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}}{\text{kg}} = \frac{\text{Pa} \cdot \text{s}}{(\text{kg/m}^3)} = \text{Pa} \cdot \text{s}/(\text{kg/m}^3) = \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

Los valores concretos para el agua, como ejemplo numérico, se expresan así (en primera aproximación, a la temperatura ambiente):

viscosidad: $\eta = 10^{-3}$ Pa · s

densidad: $\rho = 10^3$ kg/m^3

viscosidad cinemática: $\nu = \dfrac{\eta}{\rho} = \dfrac{10^{-3}}{10^3} = 10^{-6}\ \text{Pa} \cdot \text{s} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^3$

o también

$$\nu = 10^{-6}\ \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

pudiendo obtenerse directamente la última e xpresión a partir de las dimensiones: $\text{L}^2\ \text{T}^{-1}$.

En estos casos puede ser preferible escribir simplemente:

$$\textit{viscosidad cinemática del agua}\ \nu = 10^{-6}\ \text{USI}$$

que es la expresión más simple posible, no presenta ambigüedad y es equivalente a todas las anteriores.

La *constante dieléctrica* o *permitividad del vacío*, tiene el valor:

$$\varepsilon_o = 8{,}854\ 188 \cdot 10^{-12}\ \text{USI}$$

siendo la USI la que se deduce de la fórmula de Coulomb:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q_1\, q_2}{r^2}$$

Por tanto, despejando

$$\varepsilon_o = \frac{1}{4\pi} \frac{q_1\, q_2}{F\, r^2}$$

y la unidad SI es

$$C^2 \cdot N^{-1} \cdot m^{-2} = F \cdot m^{-1}$$

(ya que el faradio es $F = C^2 \cdot N^{-1} \cdot m^{-1}$). También se puede hallar la unidad SI por las dimensiones

$$[\varepsilon_o] = L^{-3}\, M^{-1}\, T^4\, I^2$$

y queda para la unidad SI

$$m^{-3} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$$

que obviamente es la misma unidad anterior , y por ello se puede escribir indistintamente:

$$\varepsilon_o = 8{,}854\ 188 \cdot 10^{-12}\ C^2 \cdot N^{-1} \cdot m^{-2} = 8{,}854\ 188 \cdot 10^{-12}\ F \cdot m^{-1}$$
$$\varepsilon_o = 8{,}854\ 188 \cdot 10^{-12}\ m^{-3} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$$

pero evidentemente es mucho más sencillo poner

$$e_0 = 8{,}854\ 188 \cdot 10^{-12}\ USI$$

8.2.5. Unidades que se admiten sin ser del SI

Las actuales normas admiten las siguientes unidades junto a las del SI:

minuto (min) = 60 s
hora (h) = 60 min = 3600 s
día (d) = 24 h = 86 400 s
año (a, yr) = 365,242 d = $3{,}155\ 69 \cdot 10^7$ s
grado (°) = (π/180) rad
minuto (de arco) (′) = (1/60)° = (π/10 800) rad
segundo (de arco) (″) = (1/60)′ = (π/648 000) rad
litro (l) = 1 dm^3
tonelada (t) = 10^3 kg
eV = $1{,}602\ 177 \cdot 10^{-19}$ J
u = $1{,}660\ 540 \cdot 10^{-27}$ kg
hectárea (ha) = 1 hm^2 = 10^4 m^2

Para algunas de estas unidades se admiten pref ijos decimales (p or ejemplo, MeV = = megaelectrovoltio).

8.2.6. Unidades que no deben usarse junto a las del SI

Las unidades de otros sistemas coherentes e xistentes (por ejemp lo; las del sistema CGS, técnico o terrestre, sistema inglés, etc.) no deben usarse junto a las del SI. Tal es el caso de las unidades dina, maxwell, gauss, kilogramo fuerza o kilopond, pulgada, libra, etc., etc.

Se recomienda abandonar definitivamente el empleo de todas estas unidades, sustituyéndolas por las correspondientes del SI.

8.3. LOS VALORES NUMÉRICOS

La medida de la cantidad de una magnitud física es un v alor numérico. También son v alores numéricos los v alores que f iguran en tablas pa ra magnitudes concretas (por ejemplo, la viscosidad del agua pura a 20 °C, o la gravedad terrestre en París, o las constantes universales o particulares para un fenómeno físico). Y también los factores de conversión que relacionan dos unidades diferentes de la misma magnitud física.

8.3.1. La impresión de números

Debe realizarse con caracteres romanos (redonda).

8.3.2. Los números con muchas cifras

Deben separarse en *grupos de tr es cifr as* a ambos lados del signo decimal (excepto el año del calendario). Nunca se deben poner puntos ni comas para separar los grupos de cifras. Sea por ejemplo la velocidad de la luz:

$c = 2{,}997\ 924\ 58 \cdot 10^8$ m/s (BIEN)

$c = 299\ 792\ 458$ m/s (BIEN)

$c = 299.792.458$ m/s (MAL)

8.3.3. El signo decimal

Es una coma en la parte inferior (también puede utilizarse un p unto, siempre en la parte inferior, pero no se aconseja):

$c = 2{,}997\ 924\ 58 \cdot 10^8$ m/s (BIEN)

$c = 2.997\ 924\ 58 \cdot 10^8$ m/s (No se aconseja)

8.3.4. Los productos de números

Se indican con el símbolo de aspa (×) o bien con un punto situado a media altura (nunca en la parte inferior).

$$12 \times 235 = 12 \cdot 235 \text{ (BIEN)}$$

$$12 \,.\, 235 \qquad \text{(MAL)}$$

8.3.5. Los logaritmos

El *logaritmo neperiano* (o *natural*) se expresa así

$$\ln x = y \qquad x = e^y$$

El *logaritmo decimal* se expresa así

$$\lg x = y \qquad x = 10^y$$

El *logaritmo binario* se expresa así

$$\text{lb } x = y \qquad x = 2^y$$

El logaritmo en una base cualquiera z se expresa así

$$\log_z x = y \qquad x = z^y$$

Evidentemente, de esta última manera pueden también expresarse los logaritmos neperiano, decimal y binario (se recomienda, sin embargo, usar las expresiones de arriba):

$$\ln x = \log_e x \qquad \lg x = \log_{10} x \qquad \text{lb } x = \log_2 x$$

La expresión log x, que venía indicando el log aritmo decimal, debería dejar de utilizarse.

8.3.6. Las expresiones matemáticas

Todas las e xpresiones matemáticas, igual que los v alores numéric os, deben escribirse con letras romanas (redondas) (siempre que sea posib le al imprimir). Veamos ejemplos:

$$\pi \qquad \text{e} \qquad \text{sen } x \qquad \cot x \qquad \text{arc sen } x \qquad \text{senh } x \qquad i^2 = -1$$

$$\text{d}x/\text{d}t \qquad \int x \, \text{d}t \qquad \sum x_i \qquad \text{Re } z \qquad \text{div } \vec{a} = \vec{\nabla} \cdot \vec{a}$$

8.3.7. La expresión de la incertidumbre

La incertidumbre del valor numérico de una magnitud puede expresarse como en el siguiente ejemplo:

$$h = 6{,}626\ 068\ 76(52) \cdot 10^{-34}\ \text{J s}$$

en donde la incertidumbre es la cantidad expresada entre paréntesis, (52).

8.3.8. La expresión del error absoluto

Se puede indicar así:

$m = (1{,}674\ 927\ 28 \pm 0{,}000\ 000\ 3) \cdot 10^{-27}$ kg
$m = (1\ 674\ 927{,}28 \pm 0{,}3) \cdot 10^{-33}$ kg
$l = (22{,}5 \pm 0{,}2)$ m (BIEN)
$l = 22{,}5$ m $\pm$ 0,2 m (BIEN)
$l = 22{,}5 \pm 0{,}2$ m (no se aconseja)

Con carácter general, en una medida en que no figura el error absoluto se puede considerar como tal una unidad de la última cifra consignada. Ejemplo:

$E = 0{,}510\ 999\ 06$ MeV
$E = (0{,}510\ 999\ 06 \pm 0{,}000\ 000\ 01)$ MeV
$E = (510\ 999{,}06 \pm 0{,}01) \cdot 10^{-6}$ MeV

8.3.9. Cifras significativas y valores exactos

El número de cifras significativas recomendado suele ser como máximo siete, si bien pueden figurar menos o más, según sea la tolerancia, los errores inherentes al problema concreto, o el grado de información requerido. La «precisión» de un instrumento de medida es mayor cuanto mayor número de cifras significativas puedan consignarse al utilizarlo.

Si conviene disminuir el número de cifras significativas se procede a su «redondeo»:

$G = 6{,}672\ 59 \cdot 10^{-11}$ USI (seis cifras significativas)
$G = 6{,}673 \cdot 10^{-11}$ USI (redondeo a cuatro cifras significativas)
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ USI (redondeo a tres cifras)

Si los valores son exactos (como en definiciones y en algunos factores de conversión tomados por acuerdo) se añade la palabra «exactamente». Por ejemplo, la atmósfera y su equivalencia con la USI (pascal):

$$\text{atm} = 1{,}013\ 25 \cdot 10^{5}\ \text{Pa} \quad \text{(exactamente)}$$

o las unidades de fuerza

$$kg = 9{,}806\ 65\ N \quad \text{(exactamente)}$$

(llamando kg, o bien kgf, al kilogramo fuerza, también llamado ant eriormente kilopond, cuyo uso se recomienda abandonar).

Algunos otros factores de conversión son, para unidades de presión:

$$\text{torr} = \text{mm Hg} = 133{,}322\ 4\ Pa$$
$$kg/cm^2 = 98\ 066{,}5\ Pa = 0{,}980\ 665 \cdot 10^5\ Pa \quad \text{(exactamente)}$$
$$lb/in^2 = 6\ 894{,}757\ Pa = 6{,}894\ 757 \cdot 10^3\ Pa$$

(lb/in^2 = libras/pulgada cuadrada)(aquí tanto kg como lb son unidades d e fuerza).

También pueden usarse los prefijos decimales:

$$kg/cm^2 = 98{,}066\ 5\ kPa \quad \text{(exactamente)}$$
$$lb/in^2 = 6{,}894\ 757\ kPa$$

8.3.10. Términos que indican números en diversos idiomas

Los mismos o parecidos términos representan números diferentes en diversos idiomas. Veamos algunos ejemplos:

En español:

millar = 10^3
millón = 10^6
billón = 10^{12}
trillón = 10^{18}
cuatrillón = 10^{24}

En inglés:

million = 10^6
billion (UK) = 10^{12}
billion (US) = 10^9
milliard = 10^9
trillion (UK) = 10^{18}
trillion (US) = 10^{12}

En francés:

million = 10^6
milliard = 10^9
billion = 10^9
trillion = 10^{12}

8.4. CÁLCULOS REALIZADOS MEDIANTE FÓRMULAS

Este apartado consta sólo de ejemplos prácticos y sugerencias de los autores; no contiene norma alguna. Es recomendable, al utilizar una fórmula física para efectuar un cálculo numérico y obtener así el valor correspondiente a una magnitud física, usar exclusivamente las unidades SI sin prefijos decimales, y preferiblemente con potencias de diez.

No es preciso, sin embargo, escribir los nombres o símbolos de las unidades junto a los correspondientes valores numéricos de todas las magnitudes (incluso es recomendable no hacerlo).Lo que es necesario, evidentemente, es escribir la unidad SI junto al resultado numérico final obtenido. Veamos algunos ejemplos:

Calcular la resistencia hidrodinámica para un líquido que circula por un tubo de radio $r = 20$ cm. y longitud 1,2 km, siendo la viscosidad 0,01 poisse. Para resolverlo se usa la expresión de Poiseuille:

$$R_H = \frac{8\,\eta\,l}{\pi\,r^4}$$

Un método antiguo y poco recomendable es utilizar los valores dados con todas las unidades y sus factores de conversión, haciendo figurar todo ello en la expresión de cálculo.

Pero esta forma de operar resulta hoy poco recomendable (podía ser útil cuando todavía se usaban unidades mezclando diversos sistemas, de manera poco práctica). Se recomienda utilizar las unidades SI con exclusividad desde el comienzo, y no es entonces necesario que figuren las unidades en las expresiones de los cálculos numéricos. Veamos la resolución en dos pasos:

1.° Cambio a unidades SI:

$$\eta = 0{,}01 \text{ poisse} = 0{,}01 \cdot 10^{-1} = 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$
$$l = 1{,}2 \text{ km} = 1{,}2 \cdot 10^3 \text{ m}$$
$$r = 20 \text{ cm} = 20 \cdot 10^{-2} = 0{,}2 \text{ m}$$

2.° Aplicación de la fórmula:

$$R_H = \frac{8\,\eta\,l}{\pi\,r^4} = \frac{8 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}2 \cdot 10^3}{\pi\,(0{,}2)^4} = 1{,}91 \text{ Pa} \cdot \text{s/m}^3$$

y simplemente, al final

$$R_H = 1{,}91 \text{ Pa} \cdot \text{s/m}^3$$

o también

$$R_H = 1{,}91 \text{ USI}$$

Utilizar este método es claramente v entajoso por la sencillez y claridad, y para evitar posibles errores de cálculo. Es una de las ventajas de usar el SI.

En determinados campos de la Física y la Ingeniería se puede pr oceder de otra forma, cuando las v entajas (la costumbre) sean e videntes. Por ejemplo en Física nuclear y de partículas es costumbre dar la *masa* en MeV, que es una unidad de *energía* (que además no es del SI). Ello es posible debido a la relación de Einstein:

$$E = mc^2$$

Como ejemplo, consideremos la masa en reposo del mesón K^-. Se expresa la masa en MeV:

$$m = 493{,}667 \text{ MeV}$$

y con ello se quiere indicar realmente que esta es su energía en reposo:

$$E = 493{,}667 \text{ MeV}$$

que en Unidades SI será

$$E = 493{,}667 \cdot 1{,}602\,177 \cdot 10^{-13} = 7{,}909\,419 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

(ya que 1 MeV = $1{,}602\,177 \cdot 10^{-13}$ J). Por tanto, la *masa* en unidades SI se obtiene despejando

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{7{,}909\,419 \cdot 10^{-11}}{(2{,}997\,924\,58 \cdot 10^8)^2} = 8{,}800\,417 \cdot 10^{-28} \text{ kg}$$

Y ello también puede obtenerse directamente si partimos del f actor de conversión de MeV a kg:

$$1 \text{ MeV} = 1{,}782\,663 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

y resulta como anteriormente:

$$m = 493{,}667 \cdot 1{,}782\,663 \cdot 10^{-30} = 8{,}800\,417 \cdot 10^{-28} \text{ kg}$$

A veces, en vez de expresar la masa en MeV, se expresa en MeV/c^2, con lo cual se indica exactamente lo mismo, y no cambia nada respecto a lo dicho arriba; para el mesón K^- es:

$$m = 493,667\ MeV/c^2 = 493,667\ MeV$$

La *cantidad de movimiento* (también llamado *momento*) para una partícula, suele darse, en Física nuclear, en MeV/c, que representa una unidad cuya equivalencia con la del Sistema Internacional es:

$$1\ MeV/c = \frac{1,602\,177 \cdot 10^{-13}}{2,997\,924\,58 \cdot 10^{8}} = 5,344\,288 \cdot 10^{-22}\ kg \cdot m/s$$

De la misma manera se emplea en Física nuclear la unidad de masa atómica (u), cuya equivalencia con la USI es:

$$1\ u = 1,660\,539 \cdot 10^{-27}\ kg$$

y su equivalencia en MeV es

$$1\ u = 931,494\ MeV$$

que son unidades no pertenecientes al SI. Para cálculos en el caso general se recomienda usar las unidades SI con exclusividad.

8.5. LA NOTACIÓN DE LOS ELEMENTOS QUÍMICOS Y LOS NUCLEIDOS

Los símbolos químicos deben escribirse con caracteres romanos (redonda). La palabra completa puede escribirse con inicial mayúscula o minúscula:

H	Hidrógeno
F	Flúor
Ca	Calcio
Fe	Hierro
Pm	Promecio

El número atómico *Z* (número de protones), si se desea indicarlo, se hará por un subíndice a la izquierda:

$_{1}H$
$_{9}F$
$_{20}Ca$
$_{26}Fe$
$_{61}Pm$

El número másico A (número nucleónico; número de nucleones: protones más neutrones) se indica por un superíndice a la izquierda (que caracteriza los isótopos):

^{3}H	$^{3}_{1}H$	Tritio o Hidrógeno 3
^{19}F	$^{19}_{9}F$	Flúor 19
^{40}Ca	$^{40}_{20}Ca$	Calcio 40
^{55}Fe	$^{55}_{26}Fe$	Hierro 55
^{145}Pm	$^{145}_{61}Pm$	Promecio 145

Un nucleido en estado excitado se indica con un asterisco

$^{99}Tc^{*}$ $^{99}Tc^{*m}$ (Tecnecio 99 excitado)

el superíndice m indica «metaestable» (lo que quiere decir que la desexcitación por emisión gamma tiene un periodo relativamente grande).

La tabla de los elementos químicos del sistema periódico, con sus nombres en diversos idiomas, puede verse en la sección 15.10.5

8.6. LOS SUBÍNDICES Y SUPERÍNDICES

Cuando a varias magnitudes diferentes les corresponde el mismo símbolo, para distinguirlas se emplean subíndices o superíndices (Unidades de Medida, AENOR, 2002, y Quantities and Units, ISO, 1993). También para las componentes de un vector (o tensor). En este caso existe la recomendación de utilizar caracteres itálicos (cursiva o letra inclinada).

C_p (capacidad calorífica específica a presión constante)
E_p (energía potencial)
E_k (energía cinética)
ε_r (permitividad relativa)
ρ_s (densidad superficial)
I_{ij} (componentes del tensor de inercia)
T^{k}_{ij} (componentes de un tensor de 3.er orden, dos veces covariante y una vez contravariante)

También se emplean subíndices cuando una magnitud física tiene diferentes valores o diferentes aplicaciones. En este caso se recomienda emplear subíndices en caracteres romanos (redonda). Los números siempre se escriben verticales:

n_1 (índice de refracción del medio 1)
υ_n (frecuencia del modo n-ésimo)
$d_{1/2}$ (capa de hemirreducción)
T_c (temperatura de Curie)
p_s (presión saturante)

Otras veces los subíndices indican la derivada respecto al símbolo representado por el subíndice. Tal es el caso de las funciones de distrib ución. Pueden emplearse para los subíndices caracteres romanos o itálicos.

$J_v = \frac{dJ}{dv}$ (densidad de corriente por intervalo de velocidad)

$J_{x,v} = \frac{dJ_x}{dv}$ (componente X de la densidad de corriente por intervalo de velocidad)

$\Phi_\lambda = \frac{d\Phi}{d\lambda}$ (flujo radiante por intervalo de longitud de onda)

8.7. DIVERSAS EXPRESIONES DE MAGNITUDES Y UNIDADES

8.7.1. Indicación de unidades determinadas

Si los valores de una magnitud están e xpresados en una unidad d eterminada que es necesario especif icar, puede indicarse de alguna de estas maneras, siguiendo las reglas del álgebra:

$$\{C\}_{\mu F} \qquad C/_{\mu F} \qquad C_{(\mu F)} \qquad C(\mu F)$$

o también con una barra de fracción (por ejemplo, a veces, en las indicaciones de las gráficas):

$$C/\mu F = 5 \qquad C = 5\mu F = 5 \cdot 10^{-6}\ F \qquad C/10^{-6}\ F = 5$$

8.7.2. Expresión en diversos idiomas

La expresión de los v ocablos magnitud, cantidad y unidad en algu nos idiomas es:

Español	Inglés	Francés	Alemán	Ejemplo
magnitud	quantity	grandeur	Grobe	impedancia, Z
cantidad	magnitude, amount	quantité	Menge	$Z = 20\ \Omega$
unidad	unit	unité	Einheiten	ohmio, Ω

En español se emplea a v eces excepcionalmente el vocablo *magnitud* como sinónimo de *cantidad*: «Una densidad de gran magnitud», indica una densidad grande. En todos los idiomas se usa el v ocablo *magnitud* con significado astronómico (estrellas de 1.ª, 2.ª, ... magnitud, según su brillo; puede verse la sección 14.17).

8.8. EMPLEO DE ALGUNOS TÉRMINOS EN LOS NOMBRES DE MAGNITUDES

El contenido de esta sección, que es meramente informativo, está basado en la publicación de Unidades de Medidas (AENOR, 2002) y en Quantities and Units (ISO, 1993). Damos aquí algunas ideas orientativas acerca del modo que hoy parece más conveniente para utilizar muchos de los términos científicos usuales. Estos vocablos sirven generalmente para definir magnitudes físicas que no tienen nombre particular (se trata de sustantivos o adjetivos).

8.8.1. El término *específico*

Se añade al nombre de una magnitud física para designar, generalmente, el cociente de esta magnitud por la masa (el término *másico* se emplea con el mismo significado):

$v = V / m$ volumen específico (volumen másico)
$s = S / m$ entropía específico (entropía másica)
$a = A / m$ actividad específica (actividad másica)

8.8.2. El término *molar*

Se añade al nombre de una magnitud para designar el cociente de esta magnitud por la cantidad de sustancia (no debe decirse *específico molar*)

$$v_m = \frac{V}{n} \qquad \text{volumen molar}$$

$$s_m = \frac{S}{n} \qquad \text{entropía molar}$$

$$M = \frac{m}{n} \qquad \text{masa molar}$$

(en Termodinámica se suele suprimir el subíndice, en estos casos).

8.8.3. El término *densidad*

Se antepone al nombre de una magnitud para designar el cociente entre esta magnitud y el volumen (en vez de usar el vocablo *densidad*, se puede añadir el adjetivo *volumétrico,* aunque no es muy frecuente, y también el adjetivo *cúbico).*

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad \text{densidad de masa; densidad (masa volumétrica)}$$

$$\rho = \frac{Q}{V}$$ densidad de carga (carga volumétrica)

$$w = \frac{W}{V}$$ densidad de energía (energía volumétrica)

También se llama densidad de partículas al número de partículas por unidad de volumen.

8.8.4. El término densidad antepuesto a una magnitud de *flujo*

Si el término *densidad* se antepone a una magnitud que represente un flujo, designa el cociente entre dicha magnitud y una superficie:

$$J = \frac{m}{A}$$ densidad de corriente

$$B = \frac{\Phi}{A}$$ densidad de flujo magnético; inducción magnética

8.8.5. El término *densidad lineal*

Las palabras *densidad lineal* se anteponen a una magnitud para indicar el cociente entre dicha magnitud y la longitud. (A veces se escribe solamente la palabra *lineal*). (Otras veces el término se emplea sólo para caracterizar mag nitudes que se relacionan con una longitud).

$$\rho_l = \frac{m}{l}$$ densidad lineal de masa; densidad lineal (masa lineal)

$$\rho_l = \frac{Q}{l}$$ densidad lineal de carga (carga lineal)

$$K = \frac{I}{l}$$ densidad lineal de corriente (corriente eléctrica lineal)

$$a_l = \frac{dl/dT}{l}$$ coeficiente de dilatación lineal

8.8.6. El término *densidad superficial*

Las palabras *densidad superficial* se anteponen a una magnitud para indicar el cociente entre esa magnitud y la superficie:

$$\rho_s \equiv \rho_A = \frac{m}{A}$$ densidad superficial másica; densidad superficial

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$ densidad superficial de carga

8.8.7. El término *concentración*

Se antepone generalmente al nombre de una magnitud, especialmente en las mezclas, para indicar el cociente entre esa magnitud y el volumen total:

$c_B = \frac{n_B}{V}$ concentración en cantidad de sustancia del componente B; concentración de B (moles por unidad de volumen) (anteriormente se decía *concentración molar)*

$C_B = \frac{N_B}{V}$ concentración molecular del componente B (moléculas por unidad de volumen). Densidad de moléculas del componente B.

$\rho_B = \frac{m_B}{V}$ concentración en masa del componente B

8.8.8. El término *espectral*

O también *concentración espectral*, tiene dos posibles signif icados; uno de ellos es la derivada con relación a la longitud de onda o a la frecuencia. Se utiliza entonces el subíndice λ o el subíndice ν. Las magnitudes que tienen este carácter suelen denominarse *funciones de distribución*. Veamos, como ejemplo, la *concentración espectral de la densidad de energía radiante:*

$w_\lambda = \frac{dw}{d\lambda}$ (energía radiante por unidad de volumen y por intervalo de longitud de onda)

$w_\upsilon = \frac{dw}{d\upsilon}$ (energía radiante por unidad de volumen y por intervalo de frecuencia)

$w = \int w_\lambda \, d\lambda$ densidad de energía radiante

Otras veces el término *espectral* indica simplemente que una magnitud es función de la longitud de onda o la frecuencia. En este caso no se emplea el subíndice, sino el paréntesis:

$a(\lambda)$ absortancia espectral

8.8.9. El término *constante universal*

Se denomina *constante universal* a una magnitud física que tiene siempre el mismo valor

c velocidad de la luz en el vacío
h constante de Planck
G constante de la gravitación

8.8.10. El término *constante particular*

Se denomina *constante particular* a una magnitud que tiene siempre el mismo valor para una sustancia determinada:

$T_{1/2}$ periodo de semidesintegración

8.8.11. El término *constante*

Se denomina simplemente *constante* a una magnitud que puede tener diferentes valores según las condiciones:

a constante de una red de difracción
K_i constante de equilibrio de una reacción química

8.8.12. El término *coeficiente*

Se debería emplear cuando dos magnitudes son proporcionales ent re sí pero no tienen las mismas dimensiones. Por tanto, el *coeficiente* sería una magnitud con dimensiones:

$\vec{J} = -D\ \overrightarrow{\text{grad}}\ n$ coeficiente de difusión: D

$\Phi = L\,I$ coeficiente de autoinducción: L

$dl/l = \alpha_l\, dT$ coeficiente de dilatación lineal: a_l

8.8.13. El término *módulo*

Se emplea a veces en lugar de *coeficiente*. Es frecuente que represente el recíproco de un coeficiente:

$$\kappa = -\frac{1}{V}\left(\frac{dV}{dp}\right)_T \quad (k \text{ es el } \textit{coeficiente de compresibilidad isoterma})$$

$$K = \frac{1}{\kappa} \quad (K \text{ es el } \textit{módulo de compresibilidad isoterma})$$

8.8.14. El término *factor*

Se debería emplear (aunque no siempre es así) para indicar el f actor de proporcionalidad entre dos magnitudes con las mismas dimensiones. El *factor*, por tanto, sería adimensional:

$F = \mu\, F_n$ (μ es el *factor de fricción*, comúnmente llamado coeficiente de rozamiento por deslizamiento)

8.8.15. El término *parámetro*

Se emplea en muy diferentes casos. Generalmente un parámetro es una magnitud que se obtiene por combinación de otras magnitudes, tanto si resulta una magnitud con dimensiones como en el caso contrario.

8.8.16. El término *número de*

Se emplea generalmente para determinados parámetros adimensionales, que se denominan *números característicos* y que intervienen en los procesos de transferencia:

$$Re = \frac{v\,\rho\,l}{\eta}$$ número de Reynolds

8.8.17. El término *relación*

Se emplea para designar el cociente entre dos magnitudes de las mismas dimensiones:

$b = \mu_- / \mu_+$ relación de movilidad (entre los portadores de carga negativa y positiva)

$\lambda = C_p / C_v$ relación de capacidades caloríficas

8.8.18. El término *índice*

Se emplea a veces sustituyendo al término *relación*:

$$n_{12} = \frac{c_2}{c_1}$$ índice de refracción del medio 1 respecto al 2

8.8.19. El término *fracción*

Se emplea a veces sustituyendo al término *relación* cuando su valor es inferior a uno (en particular, en mezclas):

$x_B = \frac{n_B}{n}$ fracción molar del componente B (cociente entre la cantidad de sustancia de B y la cantidad de sustancia total)

$v_B = \frac{V_B}{V}$ fracción de volumen del componente B (cociente entre el volumen de B y el volumen total)

$w_B = \frac{m_B}{m}$ fracción másica del componente B (cociente entre la masa de B y la masa total)

En el estudio de la composición de una mezcla, la abundancia de cada componente se da mediante la fracción como un número menor que 1. Pero también puede darse en tanto por ciento (*porcentaje*):

$$x_B = 100\,\frac{n_B}{n}\,\% \qquad \text{fracción molar de B expresada en \%}$$

$$w_B = 100\,\frac{m_B}{m}\,\% \qquad \text{fracción másica de B expresada en \%}$$

El símbolo % equi vale al número 0,01. El símbolo $^0/_{00}$ indica tanto por mil (equivale a 0,001), y su uso no se recomienda. Los símbolos ppm (partes por millón) y otros similares no deben usarse. La palabra *concentración* no debe usarse para sustituir a *fracción.*

8.8.20. Los términos *nivel* y *diferencia de nivel*

se emplean para indicar el logaritmo neperiano del cociente entre dos valores de una magnitud (unidad néper). También puede emplearse el log aritmo decimal, lo que lleva a las unidades belio y decibelio introduciendo los factores adecuados (pueden verse las secciones 11.39 y 11.40)

8.9. LAS TABLAS Y GRÁFICAS

8.9.1. Tablas

En una tabla o en un conjunto de v alores numéricos de una misma magnitud suele ser conveniente utilizar siempre un mismo múltiplo o submúltiplo de la correspondiente unidad. Esto resulta útil para el e xamen de los v alores en el estudio a realizar.

El múltiplo o submúltiplo se debe elegir de manera que los valores numéricos estén comprendidos en el interv alo entre 0,1 y 1 000, siempre que sea posible. También se pueden emplear potencias de diez.

Las unidades pueden indicarse de la forma que vimos en la sección 8.7.1.

8.9.2. Gráficas

En las gráficas más frecuentes se representan valores numéricos de dos magnitudes físicas utilizando dos ejes perpendiculares. En cada ej e debe f igurar el nombre o abreviatura de la magnitud física y la unidad empleada (con el múltiplo apropiado si fuera necesario).

Las escalas se deben establecer de manera que los v alores repre sentados no queden desproporcionados o agrupados en los extremos del gráfico. Las divisio-

nes se deben elegir de manera que sea fácil la interpolación (entre dos indicaciones numéricas debe haber diez divisiones, cinco ó dos; nunca tres u otros números de divisiones).

Las indicaciones numéricas en las di visiones de la escala deben ser las suficientes, y siempre utilizando valores a intervalos fijos (5, 10, 15, por ejemplo, o los valores convenientes si la escala es log arítmica). No se de ben indicar en la escala los puntos o valores numéricos particulares de los procesos o experiencias estudiados.

8.10. EL ALFABETO GRIEGO

Damos a continuación las letras grie gas con su pronunciación ap roximada.

Letra (mayúscula y minúscula)	Nombre
Α α	Alfa
Β β	Beta
Γ γ	Gamma
Δ δ	Delta
Ε ε	Épsilon
Ζ ζ	Dseta
Η η	Eta
Θ θ	Zeta (Theta)
Ι ι	Iota
Κ κ	Kappa
Λ λ	Lambda
Μ μ	Mü (Mu, Mi)
Ν ν	Nü (Nu, Ni)
Ξ ξ	Xi
Ο ο	Omicron
Π π	Pi
Π ρ	Ro
Σ σ ς	Sigma
Τ τ	Tau
ϒ υ Υ	Üpsilon
Φ φ ϕ	Fi
Ξ χ	Ji
Ψ ψ	Psi
Ω ω	Omega

9

MECÁNICA (PARTÍCULAS Y SÓLIDOS)

9.1. LONGITUD, *l, x, y, z, s, a, b, c, h, d, D, r, R, δ, ρ, q*

9.1.1. Observaciones y definición

Se trata de la magnitud física cuyo concepto es más antiguo. Las más remotas civilizaciones manejaban la idea de distancia entre dos lugares y de longitud de un objeto antes, seguramente, que cualquier otra magnitud física. Por esa razón las primeras unidades que el hombre primitivo estableció fueron de longitud.

Esta magnitud física engloba los conceptos de distancia o separación, espacio recorrido, longitud o largura, espesor o anchura, altura, profundidad, radio, diámetro, etc.

A veces se emplea el vocablo «dimensiones» para indicar longitudes. Por ejemplo, «las dimensiones de un eje» se refieren a su longitud y su radio.

9.1.2. Fórmulas

La longitud de la circunferencia dividida por el diámetro origina el número irracional π:

$$\frac{l}{d} = \pi = 3{,}141592\ 653\ 589\ 793\ 238\ 462\ 643\ 383\ 279\ 5...$$

Otro número irracional que podemos considerar, como ejemplo, es el número *e,* base de los logaritmos neperianos, definido como el límite de la expresión

$$(1 + 1/n)^n$$

cuando $n \to \infty$, cuyo valor es:

$$e = 2{,}718\ 281\ 828\ 459\ 045\ 235\ 360\ 278\ 471\ 352\ 6...$$

9.1.3. Dimensiones

La longitud se toma como una de las magnitudes que forman la ba se del sistema dimensional

$$[\ l\ ] = \mathrm{L}$$

9.1.4. Unidad SI

La unidad SI es el metro

m (metro)

que es una de las unidades básicas del SI y se define así: «es la distancia recorrida por la luz en un tiempo de 1/299 792 458 de se gundo» (XVII CGPM, 1983).

9.1.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = cm = 10^{-2} m (exactamente)
pulgada (inch, in) = 0,025 4 m (exactamente) (la palabra *inch* viene del latín *uncia doceavo*, por ser la pulgada la doceava parte del pie)
pie (foot, ft) = 12 in = 0,304 8 m (exactamente)
ft US Survey = 1200/3937 m = 0,304 800 609 m
hand = ft/3 = 0,101 6 m
milipulgada (mil, thou) = $2{,}54 \cdot 10^{-5}$ m (exactamente)
yarda (yd) = 3 ft = 0,914 4 m (exactamente)
span = 9 in = 0,228 6 m (exactamente)
line (línea) = in/12 = $2{,}117 \cdot 10^{-3}$ m
line (button) (US) = $6{,}35 \cdot 10^{-4}$ m
point (US) = $3{,}514\ 6 \cdot 10^{-4}$ m
fathom (braza náutica) = 2 yd = 1,828 8 m (exactamente)
rod (pole, perch) = 5,5 yd = 5,029 2 m
chain (cadena) = 22 yd = 20,116 8 m
link (eslabón) = chain/100 = 0,201 168 m
furlong (fg) = 220 yd = 201,168 m
cable = 240 yd = 219,456 m
milla (mile, mi) = statute mile = 1 760 yd = 1 609,344 m (exactamente)
milla náutica = nautic mile = 1 852 m (e xactamente) $\approx$ longitud del arco del meridiano terrestre correspondiente a 1' (un minuto).

milla náutica imperial UK = 1 853, 181 m
milla geográfica = (longitud de arco ecuatorial de 4') = 7 420 m
grado del meridiano = longitud del arco de 1° = 111 111 m
Ångstrom (Å) = 10^{-10} m (exactamente)
año de luz (año-luz, a.l., ly) = 9,460 53 · 10^{15} m (exactamente, por acuerdo de la U. Astron. Intern.)
año de luz (calculado por la duración del año) = 9,460 528 173 · 10^{15} m
segundo de luz = 2,997 924 58 · 10^{8} m (exactamente)
minuto de luz = 1,798 754 75 · 10^{10} m
hora de luz = 1,079 252 85 · 10^{12} m
día de luz = 2,590 206 84 · 10^{13} m
mes de luz (30 días de luz) = 7,770 620 51 · 10^{14} m
unidad astronómica = (UA, AU) = 1,495 978 71 · 10^{11} m
La UA es aproximadamente el radio de la órbita de la Tierra, supuesta circular. Con más precisión se define así: «es el radio de una órbita circular en torno al Sol, de un cuerpo de pequeña masa con velocidad angular ω = 0,017 202 098 950 rad/día, siendo el día de 86 400 segundos». La Unión Astronómica Internacional ha acordado la equivalencia: 1 UA = = 1,496 · 10^{11} m.
parsec (pc) = 3,085 677 58 · 10^{16} m
El pc es la distancia para la que 1 UA subtiende un ángulo de 1'' (un segundo).
megaparsec (Mpc) = 3,085 677 58 · 10^{22} m
unidad nuclear = 1,974 · 10^{-13} m
unidad X (difracción de rayos X) (UX) = 10^{-13} m

9.1.6. Constantes y valores concretos

Radio ecuatorial de la Tierra: R = 6,378 136 · 10^{6} m
Radio polar de la Tierra: R' = 6,356 751 · 10^{6} m(*)
Longitud de la línea del ecuador terrestre: l = 40,075 010 · 10^{6} m
Id. del meridiano: l = 40,007 828 · 10^{6} m (año 2000)
Radio ecuatorial de Júpiter: R = 71,4 · 10^{6} m
Radio polar de Júpiter: R = 66,9 · 10^{6} m
Radio del núcleo de la Tierra: R = 3,486 · 10^{6} m (incluida parte fluida)
Radio núcleo sólido de la Tierra: R = 1,270 · 10^{6} m
Espesor de la litosfera terrestre (y sus placas tectónicas deslizantes): h = 10^{5} m
Altura a la que se encuentra la ionosfera: h = 1,45 · 10^{5} m
Radio del Sol: R_{SOL} = 6,959 · 10^{8} m (es mayor que el radio de la órbita de la Luna !)

(*) Determinado mediante medidas geodésicas por satélite en el año 1997.

Radio de la estrella Capella (gigante roja): $R \approx 200\ R_{SOL} \approx 10^{11}$ m
Radio de la Luna: $R = 1{,}738 \cdot 10^6$ m
Radio de Mercurio: $R = 0{,}383\ R_{Tierra} = 2{,}439 \cdot 10^6$ m
Radio de Venus: $R = 0{,}949\ R_{Tierra} = 6{,}042 \cdot 10^6$ m
Radio de Marte: $R = 0{,}533\ R_{Tierra} = 3{,}394 \cdot 10^6$ m
Radio de Júpiter: $R = 11{,}209\ R_{Tierra} = 7{,}137 \cdot 10^7$ m
Radio de Saturno: $R = 9{,}449\ R_{Tierra} = 6{,}016 \cdot 10^7$ m
Longitud de Phobos (satélite de Marte): $l = 27 \cdot 10^3$ m
Radio de Titán (satélite de Saturno): $R = 0{,}404\ R_{Tierra} = 2{,}575 \cdot 10^6$ m
Radio de Ganímedes (satélite de Júpiter): $R = 0{,}444\ R_{Tierra} = 2{,}826 \cdot 10^6$ m
Radio medio de la órbita terrestre: $R = 1{,}496 \cdot 10^{11}$ m ($\approx$ 1 UA) (excentricidad = 0,016 71)
Perihelio de la órbita terrestre: $r_p = 0{,}938\ 298$ UA $= 1{,}403\ 823 \cdot 10^{11}$ m
Afelio de la órbita terrestere: $r_a = 1{,}016\ 697$ UA $= 1{,}520\ 957 \cdot 10^{11}$ m
Radio medio de la órbita lunar: $R = 3{,}844 \cdot 10^8$ m (excentricidad = 0,054 9)
Perigeo de la órbita lunar: $r_p = 3{,}604\ 13 \cdot 10^8$ m
Apogeo de la órbita lunar $r_a = 4.062\ 35 \cdot 10^8$ m
Longitud de Planck (Big Bang; inicio del Universo): $l_P = 1{,}6 \cdot 10^{-35}$ m
Radio de Bohr (del átomo H; r_H): $a_0 = 5{,}291\ 772 \cdot 10^{-11}$ m
Radio del protón: $r_p = 1{,}25 \cdot 10^{-15}$ m
Radio del electrón: $r_e = 2{,}818 \cdot 10^{-18}$ m
Radio del Universo conocido actualmente (año 2007): R = $1{,}3 \cdot 10^{27}$ m
Radio de la Galaxia (Vía Láctea): $R_G \approx 5 \cdot 10^4$ años luz $\approx 5 \cdot 10^{20}$ m
Distancia a la g alaxia de Andrómeda (M 31): $d = 2{,}446 \cdot 10^6$ a.l. = $2{,}314 \cdot \cdot 10^{22}$ m
Distancia del Sol al centro de la Galaxia (radio órbita): $R = 26\ 000$ a.l. = $2{,}46 \cdot \cdot 10^{20}$ m
Distancia del Sol al plano g aláctico (periodo de la oscilación, 66 Ma): $h =$ = 36 a.l. = $3{,}41 \cdot 10^{17}$ m
Longitud de onda de máxima emisión del Sol (v erde-amarillo): $l = 5{,}5 \cdot \cdot 10^{-7}$ m = 550 nm
Longitud de onda Compton del electrón: $\lambda_e = h/mc = 2{,}426\ 310 \cdot 10^{-12}$ m
Longitud de onda Compton del protón: $\lambda_p = 1{,}321\ 41 \cdot 10^{-15}$ m
Radio de una enana blanca: $R \approx R_{\text{Tierra}} \approx 7 \cdot 10^6$ m
Radio de una estrella de neutrones (pulsar): $R \approx 20$ km $= 2 \cdot 10^4$ m
Radio de una agujero negro: $R \leq 9$ km $= 9 \cdot 10^3$ m
Longitud de los mayores animales (ballena azul) : $l = 30$ m
Longitud de la mandíbula de ballena: $l = 6$ m
Longitud de los mayores peces (tiburón ballena): $l = 15$ m

Altura de los mayores árboles (Sequoia sempervivens): $h = 120$ m

Longitud del mas pequeño mamífero (Suncus etruscus): $l = 3$ cm $= 3 \cdot 10^{-2}$ m

Longitud de la Gran Caverna de Santo Tomás (Cuba): $l = 45 \cdot 10^3$ m

Longitud del río Amazonas: $l = 7{,}5 \cdot 10^6$ m

Anchura del Río de la Plata en la desembocadura (río Paraná): $a = 2{,}2 \cdot 10^5$ m

Altura de las cataratas del Salto del Ángel (Venezuela): $h = 979$ m

Altura de las cataratas Victoria del río Zambeze: $h = 119$ m

Altura de las cataratas del río Iguazu: $h = 70$ m

Altura de las cataratas del río Niágara: $h = 49$ m

Altura salvada por las exclusas del canal de Panamá: $h = 24$ m

Altura del Everest sobre el nivel del mar (aumenta unos centímetros al año): $h = 8{,}882 \cdot 10^3$ m

Profundidad de la fosa de las islas Guam: $h = 11{,}521 \cdot 10^3$ m

Profundidad de la fosa de Valencia: $h = 1{,}5 \cdot 10^3$ m

Longitud de la pista de grabación de un disco D VD (año 1999): $l = 11$ km $= 1{,}1 \cdot 10^4$ m

Longitud del puente colgante de Akashi Kaikyo (Japón): $l = 3\,910$ m

Luz central del citado puente: $l = 1\,990$ m

Diámetro de los cables del citado puente: $d = 1{,}122$ m

Anchura de las cañadas de la Mesta (antiguos caminos de ganado ovino): $l = 90$ varas $= 75{,}3$ m

Longitud del gasoducto Argel-España: $l = 1{,}430 \cdot 10^6$ m

Altura de vuelo de avión comercial: $h = 11 \cdot 10^3$ m

Anchura de vía internacional de ferrocarril: $h = 1{,}435$ m

Anchura de vía de ferrocarril en España: $h = 1, 668$ m

Id. en Rusia: $h = 1{,}520$ m

Anchura de ferrocarriles de vía estrecha: $h = 1{,}020$ m (ó 1,050 m)

Longitd mínima de *clotoide* (curva de radio variable) en trenes de alta velocidad ($v = 350$ km/h; radio de curvatura = 7 250 m): $l = 140$ m

Longitud de la estación espacial internacional ISS (en servicio a comienzos del siglo XXI): $l = 100$ m

Longitud de los enlaces del carbono en moléculas orgánicas: $l \approx 10^{-10}$ m

Longitud de un aminoácido: $l \approx 10^{-9}$ m

Longitud de una proteína: $l \approx 10^{-7}$ m

Longitud media de una molécula de DNA: $l \approx 10^{-2}$ m

Longitud de DNA en una célula humana: $l = 2$ m

Longitud total de DNA en un ser humano (que posee 10^{14} células): $l = 2 \cdot 10^{14}$ m (longitud equivalente a 7,7 días de luz, lo que representa unas 1 330 veces la distancia Sol-Tierra).

Longitud del aparato digestivo humano: $l = 22$ m

Longitud de una neurona: $l \approx 50$ mm, pero su axón puede llegar a 1 m
Longitud de un iceber g despredido de la Antártida en 1998: $l = 1{,}5 \cdot 10^{5}$ m
Longitud de un transistor de microinformática: $l = 3 \cdot 10^{-7}$ m
Altura de algunos edificios:
Torre CN (Toronto, Canadá): $h = 553$ m
Torre Ostankino de comunicaciones (Moscú): $h = 540$ m
Torres Petronas (Kuala Lumpur, Malasia): $h = 451{,}9$ m
Torre Sears (Chicago): $h = 443$ m
Torres Gemelas (Ne w York) (destruidas en atentado terrorista el 11-09-2001): $h = 411$ m
Empire State Building (New York): $h = 381$ m
Banco de China (Hong Kong): $h = 369$ m
Torre Eiffel (París): $h = 300$ m
Gran Hotel Balí (Benidorm): $h = 186$ m
Cuatro torres «Espacio» (Madrid): $h = 230$ m.
Torre Picasso (Madrid): $h = 150$ m
Torre Agbar (Barcelona): $h = 142$ m
Chrysler Building (New York): $h = 319$ m
Antiguo faro de Alejandría: $h = 146$ m

9.1.7. Unidades antiguas

alem (Dinamarca) = 0,627 7 m
ana de Brabante (de Bélgica) = 0,691 5 m
Aquisgrán = 0,668 7 m
Amsterdam = 0,690 3 m
Amberes (para seda) = 0,694 3 m
(para lana) = 0,684 4 m
Austria = 0,799 7 m
Baden = 0,600 0 m
Basilea = 1,178 0 m
Batavia = 0,685 7 m
Baviera = 0,833 01 m
Bergen = 0,627 6 m
Berlín (antigua) = 0,667 7 m
(nueva) = 0,666 9 m
Berna = 0,542 5 m
Brescia = 0,467 3m
Brema = 0,578 4 m
Breslau = 0,575 9 m
Brunswick = 0,570 7 m
Cassel = 0,569 4 m
Cerdeña = 0,548 8 m
Coblentz = 0,558 5 m
Coburgo = 0,585 7 m
Colonia = 0,575 2 m
Cracovia = 0,617 0 m
Dinamarca = 0,627 7 m
Dresde = 0,566 5 m
Escocia = 0,944 5 m
Francia = 1,188 45 m
Francfurt Mein = 0,547 3 m
Ginebra = 1,143 7 m
Hamburgo = 0,573 0 m
Hannover = 0,584 0 m
Harlem (común) = 0,683 5 m
(de lienzo) = 0,742 6 m
Hesse, Darmstadt = 0,600 0 m

Inglaterra = 5/4 de yarda = 1,143 m
Leipsick = 0,565 3 m
Leide = 0,683 1 m
Lubeck = 0,577 0 m
Maestricht = 0,683 5 m
Manheim = 0,555 8 m
Maguncia = 0,548 6 m
Múnich = 0,833 0 m
Neuchâtel = 1,111 1 m
Niza = 1,187 5 m
Nuremberg = 0,656 4 m
Ostende = 0,699 3 m
Polonia = 0,575 3 m
Prusia = 0,666 9 m
Ragusa = 0,513 2 m
Ratisbona = 0,811 0 m
Riga = 0,537 6 m
Rostoch = 0,575 2 m
Sajonia = 0,565 3 m
Suecia = 0,593 8 m
Suiza (grande) = 1,200 m
(pequeña) = 0,600 m
Trieste (para lana) = 0,675 8 m
(para seda) = 0,640 6 m
Ulm = 0,568 2 m
Varsovia (antigua) = 0,584 6 m
(moderna) = 0,576 0 m
Viena = 0,779 2 m
Wismar = 0,581 6 m
Wurtemberg = 0,614 3 m
Wurtzburgo = 0,578 9 m
Zurich = 0,600 1 m

anker de Berlín = 0,374 5 m
de Copenhague = 0,376 55 m
de Revel = 0,422 76 m
de Riga = 0,390 97 m

arshín o archina (Rusia) = 0,711 19 m

berri (Turquía) = 1476 m

braza de Ancona = 0,643 3 m
de Basilea = 0,543 8 m
de Bérgamo = 0,655 3 m
de Brasil = 2,20 m
de Bolonia = 0,645 2 m
de Carrara = 0,619 7 m
de Estonia (fathom, fadem)
2,133 57 m
de Ferrara (para seda) = 0,634 4 m
(para lienzo) = 0,673 6 m
de Gran Canaria = 1,671 8 m
de Luca = 0,595 1 m
de Mantua = 0,643 8 m
de Milán = 0,594 0 m
de Módena = 0,648 1 m
de Padua (para paño) = 0,681 0 m
(para seda) = 0,637 5 m
de Parma (para lana y lienzo) =
= 0,643 8 m
de Parma (para seda) = 0,594 4 m
de Pavía = 0,594 9 m
de Rávena = 0,672 2 m
de Roma (para mercaderes) =
= 4 palmos = 0,848 2 m
(para tejedores) = 3 palmos =
= 0,636 1 m
de Toscana = 0,583 6 m
de Venecia (para lana) = 0,682 5 m
(para seda) = 0,637 2 m
de Verona (grande) = 0,649 m
(pequeña) = 0,642 4 m
de Vicencio (de paño) = 0,690 3 m
(de seda) = 0,637 5 m

náutica de Inglaterra = 1,828 8 m
de Dinamarca = 1,883 m
de España = 1,696 m
de Francia = 1,624 m
de Holanda = 1,883 m
de Portugal = 2,20 m
de Rusia = 2,134 m

de Suecia = 1,783 m
brazo (Vizcaya) = 0,558 m
bu (Japón) = 3,030 3 · 10^{-3} m
cable (Canarias) = 200,616 m
cadena (Roma) = 46,1 pies de Burgos = = 12,845 m
cahizada (Valencia) = 17,879 m
cal (Polonia) = 0,024 m
cana de Barcelona = 1,555 m
de Gerona = 8 palmos = 1,559 m
de Lérida = 1,556 m
de Tarragona = 1,555 m
de Baleares = 1,564 m
de Carrara para maderas = 0,624 6 m
de Nápoles = 2,107 9 m
de Palermo = 1,942 3 m
de Roma = 1,992 7 m
de Malta = 2,079 4 m
de Sicilia = 1,936 m
de Aviñón = 1,941 8 m
de Florencia = 2,359 7 m
de Francfort = 1,183 4 m
de Gante = 0,690 9 m
de Gerona = 1,559 5 m
de Génova = 2,632 7 m
de Ginebra = 1,139 4 m
de Lérida = 1,556 5 m
de Mahón = 1,594 3 m
de Mesina = 1,930 6 m
de Provenza = 2,000 3 m
de Tarragona = 1,560 5 m
de Tolosa = 1,616 4 m
de Tortosa = 1,412 5 m
cho (Japón) = 109,090 91 m
cobedo (Portugal) = 0,655 75 m
codo (España) = $^1/_2$ de vara = 1,5 pies de Burgos = 0,417 95 m
codo (Gran Canaria) = 33 dedos = = 0,574 5 m
codo común antiguo = 0,347 m
codo común (antiguo Egipto, Israel) = = 6 manos = 24 dedos = 0,450 m
codo real (antiguo Egipto) = 7 manos = = 28 dedos = 0,524 m
codo (antigua Babilonia) = 0,530 m
codo olímpico (antigua Grecia) = 1,5 pies de Grecia = 0,463 2 m
codo pítico o délfico = 0,371 m
codo romano (antigua Roma) = 0,445 m
cordel (España) = 150 pies de Burgos = = 0,418 m
cordel de agrimensor (Cuba) = 20,352 m
coto (España) = 1/8 vara = 0,104 5 m
covado (codo) (Portugal) = 0,678 1 m (ó 0,656 m)
covid de Bombay = 0,457 1 m
covid de China = 0,371 3 m
craveiro (palmo portugués) = 8 pulgadas portuguesas = 0,219 m (ó 0,226 m)
cuadra (Brasil) = 129,99 m
cuarta (palmo de España) = $^1/_4$ de vara = = 0,208 97 m
cuarta (Canarias) = 0,210 5 m
cuarta (Guatemala) = 0,208 9 m
cuarta (Lugo) = 0,225 m
cuerda (España) = 6,90 m
cuerda (Paraguay) = 69,88 m
cuje de chapeo (Cuba) = 5,088 m
dedo = $^1/_2$ de palmo (España) = = 0,017 4 m
dedo (Valencia) = 0,020 1 m
dedo (antiguo Egipto, Israel) = $^1/_4$ de mano = 0,018 73 m
dedo (antigua Grecia) = 1/16 de pie de Grecia = 0,019 3 m
destre (Mallorca) = 4,214 m
dilochas de los griegos (antigua Grecia) = legua de los galos = = 2 222 m
ellen de Bergen = 0,621 8 m
de Berlín = 0,665 8 m
de Berna = 0,540 4 m
de Belzano = 0,788 4 m

de Brema = 0,576 7 m
de Breslau = 0,548 8 m
de Brunswick = 0,568 3 m
de Colonia = 0,498 6 m
de Copenhague = 0,626 8 m
de Cracovia = 0,615 7 m
de Dantzick = 0,562 7 m
de Dresde, igual al de Dantzick
de Dublín = 1,139 4 m
de Edimburgo = 0,941 6 m
de Hamburgo = 0,571 1 m
de Hanover = 0,582 2 m
de Konisberg = 0,574 8 m
de Leipsick = 0,562 9 m
de Lieja = 0,551 6 m
de Maguncia = 0,548 m
de Nuremberg = 0,617 4 m
de Noruega = 0,626 8 m
de Polonia = 0,610 7 m
de Praga = 0,587 8 m
de Sangall = 0,618 4 m
de Silesia = 0,573 9 m
de Stokolmo = 0,590 6 m
de Estrasburgo = 0,439 7 m
de Stalsund = 0,579 4 m
de Suecia = 0,590 6 m
de Tolon = 1,936 2 m
de Varsovia = 0,615 7 m
de Viena = 0,774 5 m
de Zurich = 0,599 8 m

endace (Turquía, para seda) = = 0,652 5 m

estadal = 4 varas de Castilla = = 3, 343 584 m

estadal (Francia) = 7,15 m

estadio (antiguo Egipto, Persia, Israel) = = 222 m

estadio (antigua Grecia, Roma, Alejandría) (estadio olímpico) = = 600 pies griegos = 185 m

estadio pítico = 148 m

estadio (antigua Olympia) = = 192 m

estadio de Eratóstenes (Stadiwn) = = 157,5 m

estadio de Arquímedes y de Cleómenes = 133 m

estadio náutico = 166 m

fannar (braza marina de Suecia) = = 1,783 m

faun o faon (braza marina de Dinamarca) = 1,883 m

fod (yaon o toesa) (Dinamarca) = = 0,313 85 m

geme = $^1/_2$ pie de Burgos = 0,139 3 m

gizadiña (estadal) (Vizcaya) = 1,67 m

guz (Calicut) = 0,721 m

halibina (Rumanía) = 0,701 m

hand (mano de caballo) = 0,101 6 m

jo (Japón) = 3,030 3 m

ken (Japón) = 1,818 18 m

khalev (Moldavia) = 0,671 3 m

khval (Checoslovaquia) = 1,896 m

kot para la seda (Moldavia) = = 0,631 4 m

legua (USA) = 4 828,032 m

legua náutica (USA) = 5 559,552 m

legua (Portugal) = 1/18 grados de meridiano = 6 172,83 m

legua de camino (Francia) = = 2 000 toesas = = 3 898 m

legua náutica (Francia) = 1/25 grados de meridiano = 4 444,44 m

legua común (España) = 6 666,7 varas castellanas = 5 572,7 m

legua de camino (España) = 8 000 varas castellanas = 6 687,2 m

legua de Valencia = 6 037,092 m

legua de Huesca = 6 180 m

legua de Pastrana = 5 500 m

legua de Sigüenza = 5 556 m

legua jurídica (España) = 5 000 varas castellana = 4 179,5 m

legua náutica (España, Portugal) = = 1/20 grados de meridiano = = 5 555,55 m

legua de Bravante = 5 556 m
legua de Brasil = 6 173 m ó 6 600 m
legua de Argentina = 5 196 m
legua de México = 4 190 m
legua de Paraguay = 4 193 m
legua de Guatemala = 5 572,7 m
legua de Colombia = 5 000 m
legua de Cuba = 4 240 m
legua romana = 4 millas romanas (antigua Roma) = 5 908 m
legua de los galos (antigua; dilochas de los griegos) = 2 222 m
li (China) = 577 m
línea (España y México) = 1/12 de pulgada de España = $1{,}935 \cdot 10^{-3}$ m
línea (Haití) = $2{,}25 \cdot 10^{-3}$ m
línea (Portugal) = $2{,}291 \cdot 10^{-3}$ m
línea (Francia) = $2{,}256 \cdot 10^{-3}$ m
linja (Checoslovaquia) = $=2{,}195 \cdot 10^{-3}$ m
linja (Polonia) = $2 \cdot 10^{-3}$ m
lokiec (Polonia) = 0,576 m
mano (antiguo Egipto) = 4 dedos = = 0,074 9 m
meridiano (terrestre) = $4 \cdot 107$ m
mijero = milla náutica = 1 852 m
milla de Italia = 1 485 m
milla de Roma = 1 742 m
milla romana (antiguo Imperio de Roma) = 1 000 pasos = 1 477 m
milla árabe = 1 964 m
milla de Hamburgo y de Dinamarca = = 7538 m
milla de Holanda = 5 856 m
milla de Suecia = 10 688 m
milla común de Alemania = = 6 404 m
milla geográfica de Alemania = = 7 408 m
milla de Austria = 7 586 m
milla de Inglaterra, de Escocia y de Irlanda (statute mile; valor actual) = = 1 609,344 m
del Piamonte = 2 466 m
de Polonia = 8 534 m
del Rhin = 7 532 m
de Suiza = 8 369 m
de Toscana = 1 476 m
de Londres = 1 524 m
de Rusia = 7 467 m
milla oriental antigua (millón de los griegos) = 1 666 m
milla de 65 al grado = 1/65 del arco de un grado del meridiano = 1 709 m
milla náutica de Francia y Polonia = = 5 556 m
milla náutica de Inglaterra, de Alemania, de Roma, de Portugal, de Canarias, etc. (es la actual milla náutica) = 1 852 m
oña (pie) (Vizcaya) = 0,279 m
ontza (pulgada, erpuru) = 0,023 m
pace = 0,762 m
palaz (Checoslovaquia) = 0,036 34 m
palmo castellano (España) = $^1/_4$ de vara castellana = $^3/_4$ pies de Burgos = = 0,208 974 m
de Valencia = 0,226 5 m
de Baleares = 0,195 5 m
de Murcia = 0,209 m
de Barcelona y de Gerona = = 0,194 9 m
de Lérida = 0,194 5 m
de Tarragona = 0,195 m
de Zaragoza = 0,193 m
de Albacete = 0,209 m
de Lisboa = 0,218 6 m
de Génova = 0,248 3 m
de Nápoles = 0,262 m
de arquitecto en Italia = 0,223 m
de Palermo = 0,242 8 m
de Roma = 0,249 m
de tejedores de Roma = 0,212 m
de Cagliari = 0,262 5 m
(de ciudad) = 0,202 6 m
(de campo) = 0,2484 m

de Rumanía = 0,200 m
de Cerdeña = 0,248 3 m
de Carrara = 0,243 6 m
de Niza = 0,261 5 m
de Pisa = 0,298 4 m
de México = 0,208 98 m
de Sicilia = 0,258 6 m
palmo del antiguo Egipto = 3 manos = = 0,225 m
pandipa (Filipinas) = 1,694 m
parasange (Persia, Egipto antiguo) = = 5 565 m
paso (antigua Roma) (era doble paso humano) = 5 pies de Roma = = 1,477 m
paso geométrico (España) = 5 pies de Burgos = 1,393 m
paso geométrico (Portugal) = 1,650 m
percha (Suiza) = 3,00 m
percha (Noruega y Dinamarca) = = 3,138 m
pic de Alepo = 0,677 1 m
Alejandría = 0,680 6 m
Argel = 0,623 m
Abisinia = 0,685 7 m
Candia = 0,637 7 m
Chipre = 0,671 5 m
Túnez (para lana) = 0,673 m
(para seda) = 0,629 8 m
(para lienzo) = 0,472 7 m
Turquía (para paño) = 0,683 2 m
(para seda) = 0,652 5 m
pic endace de Egipto = 0,636 1 m
pic de Constantinopla (el gran pic) = = 0,669 1 m
pic pequeño de Constantinopla (draa de Stambul) = 0,647 9 m
pie (antigua Grecia) (pie olímpico) = = 0,308 7 m
pie (antigua Roma) (pie del Capitolio) = 0,295 4 m
pie (antigua Caldea, Asiria) = 0,320 m
pie (antigua Macedonia) = 0,350 m
pie pítico = 0,247 m
pie de Amberes = 0,285 588 m
Amsterdam = 0,283 056 m
Anspach = 0,297 8 m
Aquisgrán = 0,289 6 m
Argentina = 0,288 9 m
Augsburgo = 0,295 9 m
Austria = 0,316 02 m
Basilea = 0,298 3 m
Baviera = 0,291 m
Bérgamo = 0,436 m
Berlín = 0,313 854 m
Berna = 0,293 258 m
Bolonia = 0,380 5 m
Brasil = 0,330 m
Bremen = 0,289 197 m
Breslau = 0,284 2 m
Bruselas = 0,275 75 m
Brunswick = 0,285 362 m
Burgos (de España) = 0,278 632 m
Calemberg = 0,293 032 m
Carlsruhe (pie nuevo) = 0,300 m
Cassel (de construcción) = = 0,284 911 m
Cephalonia = 0,347 398 m
China (pie matemático) = 0,333 1 m
(pie de arquitecto) = 0,322 8 m
(pie de comercio) = 0,338 3 m
(pie de agrimensor) = 0,319 6 m
Cleveris = 0,295 5 m
Colonia = 0,313 854 m
Copenhague = 0,313 621 m
Cracovia = 0,356 421 m
Cremona = 0,397 m
Dantzick = 0,286 9 m
Darsmtadt (de contrucción) = 0,300 m
Dresde = 0,283 260 m
Durlach = 0,291 002 m
Erfurt = 0,282 2 m
España = 0,278 632 m
Ferrara = 0,401 1 m
Francia (pie de Rey) = 0,324 84 m
Franfort Mein = 0,286 5 m

Ginebra = 0,487 9 m
Gotha = 0,287 618 m
Haití = 0,324 8 m
Hamburgo = 0,286 490 m
Hannover = 0,291 995 m
Harlem = 0,285 8 m
Hidelberg = 0,278 5 m
Inglaterra (foot) = 0,304 794 m (pie actual = 0,304 8 exactamente)
Inspruck = 0,317 6 m
Konisberg = 0,307 6 m
Leipsick = 0,282 2 m
Leyden = 0,313 5 m
Lieja = 0,287 4 m
Lindau = 0,289 4 m
Lindau (pie largo) = 0,314 8 m
Lisboa = 0,328 5 m
Lisboa (pie de construcción) = = 0,338 600 m
Lubeck = 0,291 002 m (y también 0,287 7 m)
Lugo = 0,350 m (y también 0,280 m)
Maestricht = 0,208 6 m
Magdeburgo = 0,283 6 m
Malta = 0,283 6 m
Manheim = 0,289 6 m
Meclemburgo = 0,290 8 m
México = 0,279 33 m
Middelburgo = 0,300 025 m
Milán = 0,396 5 m
Moscú = 0,334 3 m
Múnich = 0,291 859 m
Neufchatel = 0,293 26 m (y también 0,300 025 m)
Nuremberg = 0,303 793 m
Oldemburgo = 0,296 416 m
Oviedo = 0,283 80 m
Padua = 0,353 6 m
Pavia = 0,464 6 m
París (pie de Rey) = 0,324 84 m
Paraguay = 0,278 m
Piamonte (pie liprando) = 0,513 6 m
Polonia = 0,288 m
Praga = 0,300 2 m
Prusia = 0,313 86 m
Ratisbona = 0,289 9 m
Revel = 0,267 7 m
Rhin = 0,314 m
Riga = 0,263 9 m
Roma = 0,297 8 m
Rostock = 0,289 1 m
Rusia = 0,538 151 m
Rusia (se usa el de Inglaterra) = = 0,304 794 m
Sajonia = 0,283 3 m
San Petesburgo (pie de Rusia) = = 0,538 151 m
Siena = 0,377 4 m
Stetin = 0,282 6 m
Stockolmo = 0,296 838 m
Stralsund = 0,290 8 m
Stuttgard = 0,286 490 m
Suecia = 0,296 838 m
Suiza = 0,300 m
Turín = 0,323 m
Ulm = 0,289 2 m
Valencia = 0,302 m
Varsovia = 0,297 769 m
Venecia = 0,347 3 m
Verona = 0,342 6 m
Vicencio = 0,346 1 m
Viena = 0,316 103 m
Weimar = 0,281 972 m
Wisbaden = 0,287 844 m
Wurtemberg = 0,286 4 m
Zante = 0,347 398 m
Zurich = 0,30137 9 m
pret (Polonia) = 4,320 m
preschina (Noruega) = 5,886 m
pika (Grecia) = 0,685 8 m
pulgada (antigua Roma) = 1/12 pie de Roma = 0,024 6 m
de España = 1/12 pie de Burgos = = 0,023 219 m

de Portugal = 0,028 25 m
de Francia = 0,027 07 m
de Inglaterra (inch) =
= 0,025 399 54 m (actual =
= 0,0254 m exactamente)
de México = 0,023 28 m
de Haití = 0,027 07 m
de Colombia = 0,025 m
de Argentina = 0,024 08 m
de Valencia (cuarto) =
= 0,025 2 m
de Oviedo = 0,023 6 m
de Murcia = 0,023 2 m
de Lugo = 0,025 m

punto (tipográfico) =
= $3{,}514\,459 \cdot 10^{-4}$ m
punto (Portugal) = $1{,}961\,8 \cdot 10^{-4}$ m
punto (España) = $1{,}612\,454 \cdot 10^{-4}$ m
raso (Cagliari) = 0,549 3 m
ri (Japón) = $3{,}927\,27 \cdot 10^{3}$ m
rode (estadal) (Dinamarca) =
= 3,138 5 m
sazen (Polonia) = 1,728 m
sazhzen o toesa (sagena) (Rusia) =
= 2,133 56 m
section (US) = $2{,}589\,988 \cdot 10^{3}$ m
shaku (Japón) = 0,303 03 m
span = 9 inch = 0,228 6 m
stopa (Polonia) = 0,288 m
stopa (Checoslovaquia) =
= 0,316 m
sun (Japón) = $3{,}030\,3 \cdot 10^{-2}$ m
tercia (Albacete) = 0,280 m
tercia (Guatemala) = 0,278 6 m
toesa (antigua Grecia) = 6 pies de
Grecia = 1,85 m
toesa (Francia) = 6 pies franceses =
= 1,949 04 m
toesa (Haití) = 1,948 8 m
toesa (Portugal) = 1,980 m
toesa (Suecia) = 1,781 m
tomme (Dinamarca) = 0,026 15 m

vara castellana (España) = 3 pies de
Burgos = 0,835 896 m
de Albacete = 0,837 5 m
de Alicante = 0,912 5 m
de Almería = 0,833 5 m
de Amberes = 0,687 7 m
de Amsterdam = 0,710 4 m
de Aragón (de Teruel) =
= 0,768 9 m
de Argentina = 0,866 6 m
de Augsburgo = 0,607 2 m
de Brasil = 1,100 m
de Canarias = 0,842 m
de Castellón = 0,906 m
de Ciudad Real = 0,839 m
de Colombia = 0,800 m
de La Coruña = 0,843 m
de Costa Rica = 0,838 2 m
de Cuba = 0,848 m
de Filipinas (vara castellana) =
= 0,835 896 m
de Guipúzcoa = 0,837 5 m
de Guatemala = 0,835 9 m
de La Habana = 0,841 m
de Honduras = 0,812 8 m
de Huesca = 0,772 5 m
de Inglaterra (es la yarda) =
= 0,914 4 m
de Jaén = 0,839 m
de Játiva = 0,888 7 m
de Lisboa = 1,094 1 m
de Logroño = 0,837 m
de Lugo = 0,855 5 m
de Madrid = 0,843 m
de Manila = 0,847 4 m
de México = 0,838 m
de Molina de Aragón = 0,840 m
de Oviedo = 0,851 39 m
de Pamplona = 0,785 5 m
de Paraguay = 0,837 m
de Perú = 0,836 m
de Portugal = 1,100 m

de Puerto Rico (vara castellana) = = 0,835 896 m
de Santo Domingo = 0,836 m
de Sigüenza =0,835 m
de Tortosa = 0,800 m
de Teruel = 0,768 9 m
de Toledo = 0,837 m
de Valencia = 0,906 m (ó 0,945 4 m)
de Zaragoza = 0,772 m
verchoc (Rusia) = 0,044 45 m
waam (braza de Holanda) = = 1,883 m
werst o verstá (Rusia) = 1 066,78 m
yarda (imperial, Inglaterra) = 3ft = = 0,914 383 48 m (valor actual = = 0,914 4 exactamente)

9.2. ÁREA O SUPERFICIE, *A*, *S*

9.2.1. Observaciones y definición

La superficie o área es una magnitud muy usada desde la antigüe dad, especialmente en la agricultura. Por ello e xisten muchas unidades h istóricas y locales.

9.2.2. Fórmulas

La superficie se puede tomar como producto de dos longitudes:

$$S = x\, y = l_1\, l_2$$

(x, $y = l_1$, l_2) = longitud. El área de un rectángulo sirve como ejemplo.

9.2.3. Dimensiones

$$[S] = \mathrm{L}^2$$

9.2.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{m}^2}$ (metro cuadrado)

9.2.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = $\mathrm{cm}^2 = 10^{-4}\ \mathrm{m}^2$ (exactamente)
área = $10^2\ \mathrm{m}^2$ (exactamente)
hectárea (hm^2) = $10^4\ \mathrm{m}^2$ (exactamente)
centiárea = $1\ \mathrm{m}^2$ (exactamente)
pulgada cuadrada = (inch^2, sq in) = $6{,}451\ 6 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^2$ (exactamente)
pie cuadrado (ft^2, sq ft) = $9{,}290\ 304 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^2$ (exactamente)
yarda cuadrada (yd^2, sq yd) = $0{,}836\ 127\ 36\ \mathrm{m}^2$ (exactamente)

milla cuadrada (mile^2, sq mile) = 640 acres = 2,589 988 $\cdot 10^6$ m^2
mile^2 US survey = 2,589 998 $\cdot 10^6$ m^2
acre (ac) = 4 840 yd^2 = 4,046 856 $\cdot 10^3$ m^2
circular mil (círculo de 1 milipulgada de diámetro) = 5,067 074 7 $\cdot 10^{-10}$ m^2
circular inch = 5,067 074 7 $\cdot 10^{-4}$ m^2
rod cuadrado (sq rod, sq pole, sq perch, rod^2) = 25,292 852 64 m^2
rood (UK) = 1 210 yd^2 =1,011 714 106 $\cdot 10^3$ m^2
square link (li^2) (US) = 4,046 856 $\cdot 10^{-2}$ m^2
square chain (ch^2) (US) = 4,046 856 $\cdot 10^2$ m^2
barn = 10^{-28} m^2 (exactamente)

9.2.6. Constantes y valores concretos

Superficie del cultivo de trigo en toda la Tierra (1997):

$$S = 250 \text{ millones de hectáreas} = 2{,}5 \cdot 10^{12} \text{ m}^2$$

Superficie total de la Tierra:

$$S = 5{,}1 \cdot 10^{14} \text{ m}^2$$

Superficie emergida (continentes e islas) (26 %)

$$S \approx 1{,}34 \cdot 10^{14} \text{ m}^2$$

Sección del cable del puente colgante de Akashi Kaikyo (Japón):

$$S = 0{,}989 \text{ m}^2$$

9.2.7. Unidades antiguas

acre de Inglaterra (casi igual al acre actual) = 4,046 71 $\cdot 10^3$ m^2
de Zurich común = 3,240 4 $\cdot 10^3$ m^2
de bosques = 3,600 4 $\cdot 10^3$ m^2
de prados = 2,880 4 $\cdot 10^3$ m^2
de Irlanda = 6,554 9 $\cdot 10^3$ m^2
álbum (Dinamarca) = 141,83 m^2
alquire (Brasil) = 48,40 $\cdot 10^3$ m^2 (ó 24,20 $\cdot 10^3$ m^2)
aranzada (de viña) (Ávila, Cádiz) = 4,471 918 $\cdot 10^3$ m^2
(Sevilla) = 4,755 78 $\cdot 10^3$ m^2
(Córdoba) = 3,672 737 $\cdot 10^3$ m^2
arduzada = 4,472 5 $\cdot 10^3$ m^2 (o bien 3,865 2 $\cdot 10^3$ m^2)

arpante de montes (Francia) = $5{,}107 \cdot 10^3$ m^2
de París = $3{,}419 \cdot 10^3$ m^2
de Ginebra = $5{,}166\ 1 \cdot 10^3$ m^2
catastral (kadastral hold) (Hungría) = $5{,}754\ 6 \cdot 10^3$ m^2
catastral pequeña (Hungría) = $4{,}315\ 9 \cdot 10^3$ m^2
arpent forestal (Francia) = $5{,}106 \cdot 10^3$ m
balitán (Filipinas) = 487,641 6 m^2
bu (Japón) = 3,305 78 m^2
caballería (Guatemala) = $4{,}481\ 9 \cdot 10^5$ m^2
caballería (México) = $4{,}279\ 531 \cdot 10^5$ m^2
caballería de tierra (Cuba) = $1{,}342\ 021 \cdot 10^5$ m^2
cahiz (Zaragoza) = 670,8 m^2
cana superficial (cana cuadrada) (Barcelona) = 2,418 025 m^2
cana cuadrada (Tarragona) = 2,433 6 m^2
cana de rey superficial (Tarragona) = $6{,}084 \cdot 10^3$ m^2
carro (Cantabria) = 93,2 m^2
carro (Cuba) = $1{,}342\ 021 \cdot 10^4$ m^2
carro de tierra (Santander) = 178,0 m^2
cavadura (Orense) = 436,710 7 m^2
celemín (de tierra) = 536,63 m^2
cho (Japón) = $9{,}917\ 4 \cdot 10^3$ m^2
corral (hacienda de ganado menor) (Cuba) = $5{,}651\ 41 \cdot 10^7$ m^2
corte de ingenio (Cuba) = $4{,}026\ 06 \cdot 10^5$ m^2; o bien $5{,}368\ 082 \cdot 10^5$ m^2
cuadra cuadrada (Argentina) = $1{,}689\ 74 \cdot 10^4$ m^2
cuadrado de tierra (Haití) = 100 m^2
cuadrato (Toscana) = $3{,}406\ 2 \cdot 10^3$ m^2
cuartal superficial (Zaragoza) = 400 varas cuadradas = 238,394 m^2
cuartera (Barcelona) = $2{,}857 \cdot 10^3$ m^2
cuarterada (Mallorca) = $4{,}303\ 5 \cdot 10^3$ m^2; o bien $7{,}103\ 1 \cdot 10^3$ m^2
déciatine (Rusia, Letonia, Estonia) = $1{,}092\ 50 \cdot 10^4$ m^2
destre mallorquín superficial = 17,757 8 m^2
deunum (Turquía) = $91{,}266\ 7 \cdot 10^3$ m^2
día de bueyes (Oviedo) = $1{,}257\ 727 \cdot 10^3$ m^2
émina superficial para tierras de regadío (León) = 626,224 m^2
émina superficial secano (León) = 939,413 3 m^2
estadal cuadrado = 11,179 554 m^2
fanega (Álava, Vitoria) = $2{,}510\ 796 \cdot 10^3$ m^2
(Albacete) = $7{,}005\ 69 \cdot 10^3$ m^2
(Ávila) = $6{,}436\ 32 \cdot 10^3$ m^2
(Ávila) (de puño) = $4{,}192\ 332 \cdot 10^3$ m^2
(Badajoz) (de sembrado) = $4{,}40 \cdot 10^3$ m^2
(de tierra) = $3{,}930\ 34 \cdot 10^3$ m^2

(Burgos) (de huerta) = $1{,}80 \cdot 10^3$ m^2
(de secano de 1.ª) = $2{,}20 \cdot 10^3$ m^2
(de secano de 2.ª) = $2{,}80 \cdot 10^3$ m^2
(de secano de 3.ª) = $3{,}60 \cdot 10^3$ m^2
(Cáceres) (de marco provincial) = $4{,}472 \cdot 10^3$ m^2
(Cádiz) = $5{,}962 \cdot 10^3$ m^2 (ó $5{,}360 \cdot 10^3$ m^2)
fanega (hanegada) (Castellón) = 831,096 4 m^2
fanega (fanegada) (Colombia) = $6{,}40 \cdot 10^3$ m^2
fanega (Córdoba) $6{,}121\,229 \cdot 10^3$ m^2 (ó $6{,}439\,562 \cdot 10^3$ m^2)
fanega (fanega de marco real) (España) (Almería, Badajoz, Burgos, Cáceres, Cádiz, Ciudad Real, Cuenca, Granada, etc.) = $6{,}439\,562 \cdot 10^3$ m^2
fanega (fanegada) (Fuerteventura, Lanzarote) = $13{,}895\,69 \cdot 10^3$ m^2
(Gran Canaria) = $5{,}503\,66 \cdot 10^3$ m^2
fanega (Guadalajara) = $3{,}105 \cdot 10^3$ m^2 (ó $6{,}44 \cdot 10^3$ m^2)
(Guipúzcoa) = $3{,}432\,788 \cdot 10^3$ m^2
(Huelva) = $3{,}689\,332 \cdot 10^3$ m^2
(Huesca) = 715,180 8 m^2
(Jaén) = $6{,}262\,781 \cdot 10^3$ m^2 (ó $4{,}087 \cdot 10^3$ m^2)
(Logroño) = $1{,}901\,963 \cdot 10^3$ m^2 (ó $2{,}091 \cdot 10^3$ m^2)
fanega (marco) (Madrid) = $3{,}423\,812 \cdot 10^3$ m^2 (ó $3{,}482\,180 \cdot 10^3$ m^2)
(Málaga) = $6{,}037\,089 \cdot 10^3$ m^2
(México) = $35{,}662\,8 \cdot 10^3$ m^2
(Murcia) (de secano) = $6{,}707\,877 \cdot 10^3$ m^2
(Orense) = $3{,}145 \cdot 10^3$ m^2
(Palencia) = $2{,}70 \cdot 10^3$ m^2 (ó $2{,}00 \cdot 10^3$ m^2)
fanega (fanegada) (Perú) = $6{,}459\,6 \cdot 10^3$ m^2
fanega (Santander) = $2{,}40 \cdot 10^3$ m^2
(Salamanca) (de linaza) = $2{,}234 \cdot 10^3$ m^2
(Sevilla) = $3{,}944\,725 \cdot 10^3$ m^2
(Soria) = $2{,}235\,959 \cdot 10^3$ m^2
(fanegada) (Tenerife) = $5{,}248\,293 \cdot 10^3$ m^2
(Teruel) = $1{,}117\,980 \cdot 10^3$ m^2
(Toledo) = $3{,}757\,653 \cdot 10^3$ m^2
(grande) (Toledo) = $4{,}697 \cdot 10^3$ m^2
fanega (hanegada) (Valencia) = 831,096 4 m^2
fanega (Vizcaya) = $6{,}439 \cdot 10^3$ m^2 (ó $4{,}723 \cdot 10^3$ m^2)
(Zamora) = $3{,}353\,938 \cdot 10^3$ m^2 (ó $4{,}472 \cdot 10^3$ m^2)
faón cuadrado (Dinamarca) = $3{,}545\,7 \cdot 10^3$ m^2
fausc (Suiza) = $6{,}567\,4 \cdot 10^3$ m^2
ferrado de sembradura (Pontevedra) = 628,863 5 m^2
ferrado superficial (La Coruña) = 639,548 m^2; o bien 444,156 m^2
(Lugo) = 436,710 7 m^2
(Orense) = 628,863 5 m^2

geira (Portugal) = $5{,}827\,5 \cdot 10^3$ m^2
hacienda de ganado (Cuba): ver corral y hato
hanegada (fanega) (Valencia y Castellón) = $831{,}096\,4$ m^2
hanegada de secano (fanega de Murcia) = $6{,}707\,877 \cdot 10^3$ m^2
hato (hacienda de ganado mayor) (Cuba) = $2{,}260\,567 \cdot 10^8$ m^2
huebra (Ávila) = $2{,}235\,959 \cdot 10^3$ m^2
huebra (Salamanca) = $4{,}472 \cdot 10^3$ m^2
joch (Viena) = $5{,}739\,8 \cdot 10^3$ m^2
jornal superficial (Lérida) = $4{,}358\,045 \cdot 10^3$ m^2
jornal de tierra (Alicante) = $4{,}804\,153 \cdot 10^3$ m^2
juchart (o junta) (Berna) = $3{,}872\,7 \cdot 10^3$ m^2
kadastral hold (Hungría) = $5{,}754\,6 \cdot 10^3$ m^2
khval cuadrado (Checoslovaquia) = $3{,}595$ m^2
ko (Japón) = $9{,}699 \cdot 10^3$ m^2
kvadrat mil (Dinamarca) = $5{,}673\,832 \cdot 10^7$ m^2
legua correlera (Cuba) = $1{,}412\,477 \cdot 10^7$ m^2
legua cubana cuadrada (Cuba) = $1{,}797\,76 \cdot 10^7$ m^2
liño (Paraguay) = $4{,}883\,2 \cdot 10^3$ m^2
línea superficial (línea cuadrada) (España) = $3{,}744\,225 \cdot 10^{-6}$ m^2
lobang (Filipinas) = $48{,}764\,16$ m^2
lofstelle livoiana (Estonia) = $3{,}71 \cdot 10^3$ m^2
lofstelle de Reval (tallinn lofstelle) (Estonia) = $1{,}835 \cdot 10^3$ m^2
mal (Noruega) = 10^3 m^2
manzana (Costa Rica) = $6{,}960\,5 \cdot 10^3$ m^2
(Guatemala) = $6{,}967\,4 \cdot 10^3$ m^2
marco: ver fanega
marjal (Granada) = $528{,}0$ m^2
moggia (Nápoles) = $3{,}342\,6 \cdot 10^3$ m^2
moggio (Islas Jónicas) = $9{,}711\,9 \cdot 10^3$ m^2
mojada superficial (Barcelona) = $4{,}896\,5 \cdot 10^3$ m^2
morg (Polonia) = $5{,}598\,7 \cdot 10^3$ m^2
morgen de Amsterdam = $8{,}128\,6 \cdot 10^3$ m^2
Berlín (el grande) = $5{,}676\,3 \cdot 10^3$ m^2
(el pequeño) = $2{,}553\,4 \cdot 10^3$ m^2
Dantzick = $5{,}564\,2 \cdot 10^3$ m^2
Hamburgo = $9{,}652\,5 \cdot 10^3$ m^2
Nuremberg (de tierra arable) = $4{,}727\,2 \cdot 10^3$ m^2
(de prados) = $2{,}127\,0 \cdot 10^3$ m^2
Hannover = $2{,}691\,8 \cdot 10^3$ m^2
Prusia = $2{,}552\,6 \cdot 10^3$ m^2
del Rhin = $8{,}515\,8 \cdot 10^3$ m^2
de Witemberg = $5{,}702\,1 \cdot 10^3$ m^2
Zürich = $3{,}254\,4 \cdot 10^3$ m^2

obrada superficial (Valadolid) = 4,658 248 · 10^3 m^2
obrada de tierra (Palencia) = 5,383 188 · 10^3 m^2
(Segovia) = 3,930 397 · 10^3 m^2
pagona (Rumanía) = 49,90 · 10^3 m^2
palmo cuadrado (España) = 0,043 670 133 m^2
penge (Dinamarca) = 35,457 m^2
pensada (Castilla) = 3,914 5 · 103 m2
pensada (Bilbao) = 380,5 m^2
peonada de prado (Ávila) = 3,912 928 · 10^3 m^2
peonada de viña (Salamanca) = 232,0 m^2
peonada superficial (Bilbao) = 380,423 6 m^2
percha francesa de montes = 51,07 m^2
percha francesa de París = 34,19 m^2
pértiga forestal (Francia) = 51,06 m^2
pezza (Roma) = 2,640 6 · 10^3 m^2
pie de Burgos cuadrado (España) = 0,077 635 791 m^2
pie de Rey cuadrado (Francia) = 0,105 521 026 m^2
preschina (Rumanía) = 138,58 m^2
pulgada cuadrada (España) = 5,391 374 4 · 10^{-2} m^2
quadra (Brasil) = 17,424 · 10^3 m^2
quiñong (Filipinas) = 4,876 416 · 10^3 m^2
raliza (Checoslovaquia) = 2,50 · 10^3 m^2
robada superficial (Pamplona) = 898,456 m^2
sagena cuadrada (Rusia) = 4,552 078 m^2
sazen cuadrado (Polonia) = 2,986 m^2
scheffel (Hamburgo) = 4,198 4 · 10^3 m^2
se (Japón) = 99,174 m^2
solar de La Habana = 776,632 3 m^2
stopa cuadrado (Checoslovaquia) = 9,986 · 10^{-2} m^2
(Polonia) = 8,294 4 · 10^2 m^2
stremma (Grecia) = 10^3 m^2
tahulla de tierras de regadío (Almería) = 1,118 234 · 10^3 m^2
de secano = 6,441 5 · 10^3 m^2
tan (Japón) = 991,736 m^2
tarefa (Brasil) = 3,025 · 103 m^2 (ó 4,356 · 10^3 m^2)
tchetvert (Rusia) = 5,462 5 · 10^3 m^2
toesa cuadrada (Francia) = 3,798 757 m^2
tonde lande (Dinamarca) = 5,516 2 · 10^3 m^2
tonde hart korn (Dinamarca) = 2,836 9 · 10^3 m^2
tonneland (Suecia) = 4,932 9 · 10^3 m^2
tonnland livoniana (Estonia) = 5,194 · 10^3 m^2
de Reval (tallin tonnland) (Estonia) = 5,462 7 · 10^3 m^2
topo (Perú) = 2,706 · 10^3 m^2

vara de Castilla cuadrada (España, Perú) = 0,698 722 m^2
vara cuadrada (Argentina) = 0,760 m^2
(Colombia) = 0,640 m^2
(México) = 0,702 24 m^2
(Paraguay) = 0,703 18 m^2
versta cuadrado (Rusia, Letonia) = 1,138 020 · 10^6 m^2
vesana de tierra (Gerona) = 900 canas cuadradas = 2,187 433 · 10^3 m^2
wloka (Polonia) = 167,962 · 10^3 m^2
yugada (Prusia) = 2,553 · 10^3 m^2
yugada (Würtemberg) = 3,152 · 10^3 m^2
yunta (Austria) = 0,575 m^2
yunta (Teruel) = 4,472 · 10^3 m^2

9.3. VOLUMEN *V, v, τ*

9.3.1. Observaciones y definición

Esta magnitud corresponde también al concepto de capacidad.

9.3.2. Fórmulas

El volumen se toma como producto de tres longitudes.

$$V = x\ y\ z = l_1 \cdot l_2 \cdot l_3$$

(x, y, z, l_1, l_2, l_3 = longitud). El v olumen de un paralelepípedo rectángulo sirv e como ejemplo.

9.3.3. Dimensiones

$$[V] = \mathrm{L}^3$$

9.3.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{m}^3}$ (metro cúbico)

9.3.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI ≡ m^3)

UCGS = cm^3 = 10^{-6} m^3 (exactamente)
estéreo = 1 m^3 (exactamente)
litro = dm^3 = 10^{-3} m^3 (exactamente)
mililitro (ml) = cm^3 = 10^{-6} m^3 (exactamente)
hectómetro cúbico (hm^3) = 10^6 m^3 (exactamente)

pulgada cúbica (inch^3, in^3, cu in) = 1,638 706 4 · 10^{-5} m^3 (exactamente)
pie cúbico (foot^3, ft^3, cu ft) = 2,831 684 66 · 10^{-2} m^3 (exactamente)
yarda cúbica = (yd^3, cu yd) = 0,764 554 858 m^3 (exactamente)
galón UK (gal UK) (galón imperial) = 277,420 in^3 = 4,546 09 · 10^{-3} m^3
galón US (gal US) = 231 in^3 = 3,785 411 784 · 10^{-3} m^3
million gal US = 10^6 gal US = 3,785 411 784 · 10^3 m^3
peck UK = 2 gal UK = 9,092 18 · 10^{-3} m^3
pech US = 16 dry pint US = 8,809 768 · 10^{-3} m^3
bushel UK (bu UK) = 8 gal UK = 36,368 73 · 10^{-3} m^3
bushel US (bu US) = 2 150,42 in^3 = 35,239 07 · 10^{-3} m^3
sack = 24 gal UK = 0,109 106 2 m^3
quarter (UK) = 64 gal UK = 0,209 950 m^3
seam = quarter UK = 0,209 950 m^3
barril de petróleo US = 42 gal US = 9 702 in^3 = 0,158 987 295 m^3
barril de áridos US (dry barrel, dbl US) = 7 656 in^3 = 210 dry pt US =
= 0,115 628 m^3
barrel beer US = 0,117 347 77 m^3
barrel proof spirits US = 0,151 416 47 m^3
load = 5 quarter UK = 320 gal UK = 1,454 749 m^3
chaldron = 22 sack = 528 gal UK = 2,400 336 m^3
chaldron (otro valor) = 288 gal UK = 1,309 274 m^3
cord UK (wood) = 3,560 m^3
cord US (wood) = 3,624 556 m^3
pinta, pint UK (pt UK) = 1/8 de gal UK = 0,568 261 25 · 10^{-3} m^3
pinta, pint de líquidos US (liq pt US) = 1/8 de gal US =
= 0,473 176 473 · 10^{-3} m^3
pinta, pint de áridos US (dry pt US) = 1/64 de bushel US =
= 0,550 610 · 10^{-3} m^3
quart UK = $^1/_4$ de gal UK = 1,136 523 · 10^{-3} m^3
quart liq US = $^1/_4$ de gal US = 2 liq pt US = 0,946 353 · 10^{-3} m^3
quart dry US = 2 dry pint US = 1,101 221 · 10^{-3} m^3
gill UK = $^1/_4$ de pint UK = 0,142 065 · 10^{-3} m^3
gill US = $^1/_4$ de liq pt US = 0,118 294 · 10^{-3} m^3
cup US 0 $^1/_2$ de liq pt US = 0,236 588 · 10^{-3} m^3
onza de fluido UK (fl oz UK) = 1/160 de gal UK = 28,413 063 · 10^{-6} m^3
onza de fluido US (fl oz US) = 1/128 de gal US = 29,573 530 · 10^{-6} m^3
minim (min) = 1/480 de onza UK = 5,919 388 · 10^{-8} m^3
fluid dachm = 60 min = 3,551 633 · 10^{-6} m^3
tablespoon = $^1/_6$ de onza de fluido US = 14,786 765 · 10^{-6} m^3
teaspoon = $^1/_6$ de onza de fluido US = 4,928 922 · 10^{-6} m^3
dram = $^1/_8$ de onza de fluido US = 3,696 691 · 10^{-6} m^3
acre · pie (ac · ft) = 1,233 482 · 10^3 m^3
(pie^3/segundo) día = ft^3 · s^{-1} · day = 2,446 576 · 10^3 m^3

El litro se definió inicialmente como 1 dm^3, pero posteriormente se creyó conveniente cambiar su definición, que pasó a ser esta: «el volumen de 1 kg de agua a 4 °C», lo cual equivale realmente a 1,000 028 dm^3. En la actualidad el litro vuelve a ser simplemente 1 dm^3.

9.3.6. Constantes y valores concretos

Volumen de 1 mol de gas ideal a 0 °C y 1 atm:

$$V_o = 22{,}413\,996 \cdot 10^{-3}\ m^3$$

Volumen del Sol = $1{,}41 \cdot 10^{27}\ m^3$
Volumen de la Tierra = $1{,}083 \cdot 10^{21}\ m^3$

9.3.7. Unidades antiguas (m^3)

aam (Holanda) = 4 anker = 0,148 5 m^3
ahm (Hamburgo) = 0,144 780 m^3
ahm (Hannover) = 0,155 552 m^3
ahm (Roterdam) = 0,151 380 m^3
aime (Holanda) = 0,137 4 m^3
akov (Checoslovaquia) = $56{,}60 \cdot 10^{-3}\ m^3$
almud o celemín de áridos (España) = $4{,}51 \cdot 10^{-3}\ m^3$ (ó $1{,}87 \cdot 10^{-3}\ m^3$)
almud (México) = $7{,}567\,91 \cdot 10^{-3}\ m^3$
almud (Las Palmas) = $5{,}5 \cdot 10^{-3}\ m^3$
almud (Paraguay) = $2{,}40 \cdot 10^{-2}\ m^3$
almud (Portugal) = $16{,}95 \cdot 10^{-3}\ m^3$
almude (Brasil) = $31{,}944 \cdot 10^{-3}\ m^3$
alquerie (Portugal) = $^1/_4$ de fanga = $13{,}8 \cdot 10^{-3}\ m^3$
alquez (de vino) (España) = 0,118 92 m^3
alquire (Brasil) = $40 \cdot 10^{-3}\ m^3$ (ó 0,160 m^3) (ó 0,320 m^3)
anart (Francia) = $1{,}90 \cdot 10^{-3}\ m^3$
anker (Holanda) (de vino) = $38{,}806 \cdot 10^{-3}\ m^3$
(de cerveza) = $39{,}312 \cdot 10^{-3}\ m^3$
(de aguardiente) = $37{,}520 \cdot 10^{-3}\ m^3$
armina o armiña (Tarragona = $34{,}66 \cdot 10^{-3}\ m^3$
arroba de líquidos (España, valor normal) = $15{,}489 \cdot 10^{-3}\ m^3$
arroba de aceite (España) = $12{,}633 \cdot 10^{-3}\ m^3$ (ó $13{,}93 \cdot 10^{-3}\ m^3$)
de Albacete = $12{,}725 \cdot 10^{-3}\ m^3$
Almería = $16{,}365 \cdot 10^{-3}\ m^3$
Badajoz (líquidos) = $16{,}425 \cdot 10^{-3}\ m^3$
(aceite) = $12{,}425 \cdot 10^{-3}\ m^3$
Cádiz (vino) = $15{,}844 \cdot 10^{-3}\ m^3$
(aceite) = $12{,}520 \cdot 10^{-3}\ m^3$

Canarias (Santa Cruz de Tenerife) = $10{,}160 \cdot 10^{-3}$ m^3
(Las Palmas) = $10{,}680 \cdot 10^{-3}$ m^3
Castellón (aceite) = $12{,}140 \cdot 10^{-3}$ m^3
Ciudad Real (líquidos) = $16{,}405 \cdot 10^{-3}$ m^3
(aceite) = $12{,}440 \cdot 10^{-3}$ m^3
Córdoba = $16{,}310 \cdot 10^{-3}$ m^3
La Coruña (aceite) = $12{,}43 \cdot 10^{-3}$ m^3
Cuenca = $16{,}315 \cdot 10^{-3}$ m^3
Granada = $16{,}42 \cdot 10^{-3}$ m^3
Guadalajara (líquidos) = $16{,}42 \cdot 10^{-3}$ m^3
(aceite) = $12{,}70 \cdot 10^{-3}$ m^3
Huelva = $15{,}785 \cdot 10^{-3}$ m^3
Huesca = $19{,}965 \cdot 10^{-3}$ m^3
Jaén (vino) = $16{,}045 \cdot 10^{-3}$ m^3
(aceite) = $14{,}24 \cdot 10^{-3}$ m^3
Madrid = $16{,}30 \cdot 10^{-3}$ m^3
Málaga = $16{,}745 \cdot 10^{-3}$ m^3
Murcia = $15{,}605 \cdot 10^{-3}$ m^3
Palencia (aceite) = $12{,}24 \cdot 10^{-3}$ m^3
Segovia = $16{,}00 \cdot 10^{-3}$ m^3
Sevilla = $15{,}66 \cdot 10^{-3}$ m^3
Toledo (aceite) = $12{,}505 \cdot 10^{-3}$ m^3
Valencia (aceite) = $11{,}930 \cdot 10^{-3}$ m^3
Vizcaya (aceite) = $13{,}480 \cdot 10^{-3}$ m^3
Zaragoza (aceite) = $13{,}930 \cdot 10^{-3}$ m^3
(aguardiente) = $13{,}330 \cdot 10^{-3}$ m^3

artaba (Persia) = $65{,}757 \cdot 10^{-3}$ m^3
artaba (antigua Persia) = $35 \cdot 10^{-3}$ m^3
azumbre (Castilla) = $1{,}936 \cdot 10^{-3}$ m^3
azumbre o pitxarra (Guipúzcoa) = $5{,}525 \cdot 10^{-3}$ m^3 (ó $2{,}22 \cdot 10^{-3}$ m^3)
(Vizcaya) = $5{,}225 \cdot 10^{-3}$ m^3
barchilla (Alicante, Albacete) = $20{,}775 \cdot 10^{-3}$ m^3
(Castellón) = $16{,}605 \cdot 10^{-3}$ m^3
(Valencia) = $16{,}750 \cdot 10^{-3}$ m^3
barrica (Haití) = 0,225 m^3
barrica de vino = 0,203 m^3
barril (Roma) (de vino) = $58{,}341 \cdot 10^{-3}$ m^3 (ó $45{,}514 \cdot 10^{-3}$ m^3)
(de aceite) = $57{,}480 \cdot 10^{-3}$ m^3
(Corfú) =$68{,}133 \cdot 10^{-3}$ m^3
(Génova) (de vino) = $74{,}225 \cdot 10^{-3}$ m^3
(de aceite) = $64{,}657 \cdot 10^{-3}$ m^3
(Inglaterra) (barrel) = 0,143 806 m^3

(Liorna) (de vino) = $45{,}584 \cdot 10^{-3}$ m^3
(de aceite) = $33{,}428 \cdot 10^{-3}$ m^3
(Nápoles) (de vino) = $41{,}685 \cdot 10^{-3}$ m^3
(de aceite) = 0,161 959 m^3
(Ragusa) = $77{,}075 \cdot 10^{-3}$ m^3
(Zante) = $66{,}707 \cdot 10^{-3}$ m^3
(Suecia) = 0,942 48 m^3
(Malta) = $43{,}162 \cdot 10^{-3}$ m^3

barrilón (Barcelona) = $30{,}35 \cdot 10^{-3}$ m^3
bat (antiguo Israel) = $39{,}25 \cdot 10^{-3}$ m^3
bocalli (Roma) (de vino) = $1{,}823 \cdot 10^{-3}$ m^3
(de aceite) = $1{,}796 \cdot 10^{-3}$ m^3
bocoy (Cuba) = 0,662 41 m^3
bocoy de miel (Cuba) = 30 barriles = 0,540 m^3
boisseau (Francia) = $12{,}7 \cdot 10^{-3}$ m^3 (ó $16 \cdot 10^{-3}$ m^3)
bot (Gerona) = $61{,}92 \cdot 10^{-3}$ m^3
bota de Alicante = 0,689 2 m^3
Andalucía = 0,526 6 m^3
Aragón = 0,247 8 m^3
Castilla = 0,445 3 m^3
Cataluña = 0,498 4 m^3
Holanda = 0,3881 m^3
Mallorca = 0,484 m^3
Menorca = 0,508 2 m^3
Portugal = 0,423 6 m^3
Roma (de vino) = 0,933 5 m^3
Roma (de aceite) = 0,919 7 m^3

botella (Cuba) = $0{,}725 \cdot 10^{-3}$ m^3
botella (Costa Rica) = $0{,}669\,95 \cdot 10^{-3}$ m^3
botija (Cuba) = $6{,}50 \cdot 10^{-3}$ m^3
branta Roma) = 94,512 m^3
brenta de Bérgamo = $72{,}761 \cdot 10^{-3}$ m^3
Milán = $71{,}405 \cdot 10^{-3}$ m^3
Verona = $72{,}377 \cdot 10^{-3}$ m^3

butpipe (Inglaterra) = 2,792 m^3
cafizo de Malta = $20{,}18 \cdot 10^{-3}$ m^3
Mesina = $11{,}699 \cdot 10^{-3}$ m^3
cahiz de Alicante = 0,328 3 m^3
Aragón = 0,179 2 m^3
Castilla = 0,649 4 m^3
Valencia = 0,200 m^3

cajuela (Costa Rica) = $16{,}67 \cdot 10^{-3}$ m^3
caneca (Cuba) = $21{,}75 \cdot 10^{-3}$ m^3

cántara = arroba de líquidos (España) = 1 289,6 pulg adas cúbicas de España =
= $15{,}489 \cdot 10^{-3}$ m^3
cántara de Álava = $16{,}36 \cdot 10^{-3}$ m^3
Ávila = $15{,}92 \cdot 10^{-3}$ m^3
Burgos = $14{,}10 \cdot 10^{-3}$ m^3
La Coruña (de vino) = $15{,}58 \cdot 10^{-3}$ m^3
(de aguardiente) = $16{,}43 \cdot 10^{-3}$ m^3
León = $15{,}84 \cdot 10^{-3}$ m^3
Lérida = $11{,}38 \cdot 10^{-3}$ m^3
Logroño = $16{,}04 \cdot 10^{-3}$ m^3
Orense = $15{,}96 \cdot 10^{-3}$ m^3
Oviedo = $18{,}41 \cdot 10^{-3}$ m^3
Palencia = $15{,}76 \cdot 10^{-3}$ m^3
Santander = $15{,}81 \cdot 10^{-3}$ m^3
Soria = $15{,}80 \cdot 10^{-3}$ m^3
Toledo = $16{,}24 \cdot 10^{-3}$ m^3
Valencia = $16{,}62 \cdot 10^{-3}$ m^3
Valladolid = $15{,}64 \cdot 10^{-3}$ m^3
cántaro de Alicante = $11{,}55 \cdot 10^{-3}$ m^3
Castellón = $11{,}27 \cdot 10^{-3}$ m^3
Huesca = $9{,}98 \cdot 10^{-3}$ m^3
Lérida = $11{,}38 \cdot 10^{-3}$ m^3
Pamplona = $11{,}77 \cdot 10^{-3}$ m^3
Salamanca = $15{,}90 \cdot 10^{-3}$ m^3
Teruel = $21{,}92 \cdot 10^{-3}$ m^3
Valencia = $21{,}54 \cdot 10^{-3}$ m^3 (ó $11{,}77 \cdot 10^{-3}$ m^3)
Zamora = $15{,}96 \cdot 10^{-3}$ m^3
Zaragoza = $9{,}90 \cdot 10^{-3}$ m^3
cañada (Oviedo) = $4{,}89 \cdot 10^{-3}$ m^3
cañado (Pontevedra) = $32{,}705 \cdot 10^{-3}$ m^3
(Oporto) = $1{,}80 \cdot 10^{-3}$ m^3
(Lugo) = $54{,}0 \cdot 10^{-3}$ m^3
carga (Barcelona, Gerona) = 0,123 76 m^3
(Cataluña) = 0,121 m^3
(Marsella) = 0,157 39 m^3
(México) = 0,181 63 m^3
(Niza) = 0,160 m^3
(Valencia) = 0,190 35 m^3
(300 kg de manzana) (Guipúzcoa) = 0,30 m^3
carnok (Inglaterra) = 4 bushel = 0,145 47 m^3
carrafa de vino (Nápoles) = $0{,}695 \cdot 10^{-3}$ m^3
cass (Chipre) = $4{,}731 \cdot 10^{-3}$ m^3
cavada o canada (Portugal) = $1{,}412 \cdot 10^{-3}$ m^3

cavan o cabang (Filipinas) = $98{,}3 \cdot 10^{-3}$ m^3
celemín o almud (de áridos) (España) = $4{,}51 \cdot 10^{-3}$ m^3 (ó $4{,}63 \cdot 10^{-3}$ m^3)
(ó $16{,}96 \cdot 10^{-3}$ m^3)
celemín o laka o lakari (de áridos) (Vizcaya) = $4{,}88 \cdot 10^{-3}$ m^3
cesto (Filipinas) = $62{,}9 \cdot 10^{-3}$ m^3
chiquito o txiki (Vizcaya) = $0{,}63 \cdot 10^{-3}$ m^3
codo reducido (Guipúzcoa) = $19{,}305 \cdot 10^{-3}$ m^3
codo cúbico (Canarias) = 0,173 061 m^3
conuclada (Portugal) = 0,874 m^3
cofumisura (Zante) = $21{,}062 \cdot 10^{-3}$ m^3
croeuchka (Rusia) = $1{,}23 \cdot 10^{-3}$ m^3
cuarta para vino (Baleares) = $0{,}78 \cdot 10^{-3}$ m^3
cuarta (traducción al español del quart de Inglaterra) = $1{,}136\ 5 \cdot 10^{-3}$ m^3
cuarta de Roma (áridos) = $67{,}10 \cdot 10^{-3}$ m^3
cuartán de Barcelona (aceite) = $4{,}15 \cdot 10^{-3}$ m^3
Gerona (áridos) = $18{,}08 \cdot 10^{-3}$ m^3
Lérida (áridos)= $18{,}34 \cdot 10^{-3}$ m^3
cuartera de Barcelona (áridos) = $69{,}52 \cdot 10^{-3}$ m^3
Baleares = $70{,}34 \cdot 10^{-3}$ m^3
Tarragona = $70{,}80 \cdot 10^{-3}$ m^3
Tortosa = $84{,}43 \cdot 10^{-3}$ m^3
cuarterola (Cuba) = $89{,}719 \cdot 10^{-3}$ m^3
cuartillo (de áridos) (España) = $^1/_4$ de celemín = $1{,}127 \cdot 10^{-3}$ m^3
cuartillo (de líquidos) (España) = $^1/_4$ de azumbre = $0{,}484 \cdot 10^{-3}$ m^3
cuartillo de la Guía (Canarias) = $0{,}995 \cdot 10^{-3}$ m^3
cuartillo (de líquidos) (Lugo) = $0{,}470 \cdot 10^{-3}$ m^3
cuartillo (Portugal) = $0{,}353 \cdot 10^{-3}$ m^3
cuartillo (Cuba) = $15{,}47 \cdot 10^{-3}$ m^3
cuartillo (México) (de áridos) = $1{,}891\ 98 \cdot 10^{-3}$ m^3
(de líquidos) = $0{,}456\ 26 \cdot 10^{-3}$ m^3
cuartillo (Guatemala) = $1{,}157\ 9 \cdot 10^{-3}$ m^3
(Costa Rica) = $4{,}17 \cdot 10^{-3}$ m^3
(Valencia) = $0{,}34 \cdot 10^{-3}$ m^3
cuartín de Mallorca = $27{,}131 \cdot 10^{-3}$ m^3
cuarto (quarto) de Portugal = $3{,}45 \cdot 10^{-3}$ m^3
cuarto de vino (Cáceres) = $3{,}46 \cdot 10^{-3}$ m^3
cuerda de leña (Cuba) = 3,474 125 m^3
cuba (Abisinia) = $1{,}016 \cdot 10^{-3}$ m^3
cwierc (Polonia) = $32 \cdot 10^{-3}$ m^3
docena de pints (Canadá) = $6{,}815 \cdot 10^{-3}$ m^3
dimerli (Rumania) = $22{,}64 \cdot 10^{-3}$ m^3
efah (antiguo Israel) = $39{,}25 \cdot 10^{-3}$ m^3
eimer de Dresde = $67{,}639 \cdot 10^{-3}$ m^3

Leipsick = $76{,}099 \cdot 10^{-3}$ m^3
Múnich = $37{,}020 \cdot 10^{-3}$ m^3
Praga = $64{,}167 \cdot 10^{-3}$ m^3
Alta Hungría = $73{,}116 \cdot 10^{-3}$ m^3
Baja Hungría = $56{,}892 \cdot 10^{-3}$ m^3
Prusia = $63{,}690 \cdot 10^{-3}$ m^3
Viena = $55{,}160 \cdot 10^{-3}$ m^3 (ó $38{,}43 \cdot 10^{-3}$ m^3)
émina (León) = $18{,}04 \cdot 10^{-3}$ m^3
fanega (España, valor normal) = $54{,}119 \cdot 10^{-3}$ m^3
fanega (Portugal) (fanga) = $55{,}20 \cdot 10^{-3}$ m^3
fanega de Álava = $55{,}62 \cdot 10^{-3}$ m^3
Albacete = $56{,}65 \cdot 10^{-3}$ m^3
Almería = $55{,}062 \cdot 10^{-3}$ m^3
Ávila = $56{,}40 \cdot 10^{-3}$ m^3
Badajoz = $55{,}84 \cdot 10^{-3}$ m^3
Burgos = $54{,}34 \cdot 10^{-3}$ m^3
Cáceres = $53{,}66 \cdot 10^{-3}$ m^3
Cádiz = $54{,}524 \cdot 10^{-3}$ m^3
Canarias (Santa Cruz de Tenerife) = $62{,}66 \cdot 10^{-3}$ m^3
Ciudad Real = $54{,}58 \cdot 10^{-3}$ m^3
Córdoba = $55{,}20 \cdot 10^{-3}$ m^3
Costa Rica = $40{,}00 \cdot 10^{-3}$ m^3
Cuenca = $54{,}20 \cdot 10^{-3}$ m^3
El Salvador = $57{,}261 \cdot 10^{-3}$ m^3
Granada = $54{,}70 \cdot 10^{-3}$ m^3
Guadalajara = $54{,}80 \cdot 10^{-3}$ m^3
Guatemala = $55{,}501 \cdot 10^{-3}$ m^3
Guipúzcoa = $55{,}30 \cdot 10^{-3}$ m^3
Huelva = $55{,}062 \cdot 10^{-3}$ m^3
Huesca = $22{,}46 \cdot 10^{-3}$ m^3
Jaén = $54{,}74 \cdot 10^{-3}$ m^3
Logroño = $54{,}94 \cdot 10^{-3}$ m^3
Madrid = $55{,}34 \cdot 10^{-3}$ m^3
Málaga = $53{,}94 \cdot 10^{-3}$ m^3
México = $90{,}815 \cdot 10^{-3}$ m^3
Murcia = $55{,}28 \cdot 10^{-3}$ m^3
Oviedo = $74{,}14 \cdot 10^{-3}$ m^3
Palencia = $55{,}50 \cdot 10^{-3}$ m^3
Paraguay = $0{,}288$ m^3
Salamanca = $54{,}58 \cdot 10^{-3}$ m^3
Santander = $54{,}84 \cdot 10^{-3}$ m^3
Segovia = $54{,}60 \cdot 10^{-3}$ m^3
Sevilla = $54{,}70 \cdot 10^{-3}$ m^3

Soria = $55{,}14 \cdot 10^{-3}$ m^3
Teruel = $21{,}40 \cdot 10^{-3}$ m^3
Toledo = $55{,}50 \cdot 10^{-3}$ m^3
Valladolid = $54{,}78 \cdot 10^{-3}$ m^3
Vizcaya = $56{,}92 \cdot 10^{-3}$ m^3
Zamora = $55{,}28 \cdot 10^{-3}$ m^3
Zaragoza = $22{,}42 \cdot 10^{-3}$ m^3

fass (Estonia) = 0,491 958 m^3
ferrado de La Coruña (de trigo) = $16{,}150 \cdot 10^{-3}$ m^3 (ó $28{,}70 \cdot 10^{-3}$ m^3)
(de maíz) = $20{,}870 \cdot 10^{-3}$ m^3
El Ferrol = $18{,}039 \cdot 10^{-3}$ m^3
Lugo = $13{,}135 \cdot 10^{-3}$ m^3
Neda = $18{,}940 \cdot 10^{-3}$ m^3
Orense (de grano) = $13{,}880 \cdot 10^{-3}$ m^3
(colmado para maíz) = $18{,}790 \cdot 10^{-3}$ m^3
Pontevedra (de trigo) = $15{,}585 \cdot 10^{-3}$ m^3 (ó $20{,}20 \cdot 10^{-3}$ m^3)
(de maíz) = $20{,}865 \cdot 10^{-3}$ m^3
feuillette (Francia) = 4 pies de Rey cúbicos) = 0,137 11 m^3
firlot de trigo (Escocia) = $36{,}005 \cdot 10^{-3}$ m^3
firlot de cebada (Escocia) = $52{,}525 \cdot 10^{-3}$ m^3
frasco (Cuba) = $1{,}087\ 5 \cdot 10^{-3}$ m^3
frasco (Paraguay) = $3{,}029 \cdot 10^{-3}$ m^3
fraxo (Filipinas) = $2{,}50 \cdot 10^{-3}$ m^3
gallon o galon (Inglaterra) = $4{,}543\ 5 \cdot 10^{-3}$ m^3 (El valor actual del galon UK o galón imperial se ha tomado $4{,}546\ 09 \cdot 10^{-3}$ m^3)
gallon (Irlanda) = $3{,}565 \cdot 10^{-3}$ m^3
galón (Haití) = $3{,}75 \cdot 10^{-3}$ m^3
ganta (Filipinas) = $0{,}156 \cdot 10^{-3}$ m^3
garniec (Polonia) = $1{,}590 \cdot 10^{-3}$ m^3 (ó $4 \cdot 10^{-3}$ m^3)
ganitz (garnet) (Rusia) = $3{,}279 \cdot 10^{-3}$ m^3
gerra = $12{,}063 \cdot 10^{-3}$ m^3
go (Japón) = $1{,}803\ 91 \cdot 10^{-4}$ m^3
halda (Córdoba) = 0,388 9 m^3
himtem (Hannover) = $31{,}10 \cdot 10^{-3}$ m^3
hin (antiguo Israel) = $6{,}54 \cdot 10^{-3}$ m^3
hémina (antigua Roma) = $0{,}31 \cdot 10^{-3}$ m^3
hémina (España) = $18{,}5 \cdot 10^{-3}$ m^3 (ó $3{,}43 \cdot 10^{-3}$ m^3) (ó $50{,}88 \cdot 10^{-3}$ m^3)
herrada (Vizcaya) (Guipúzcoa) = $25{,}20 \cdot 10^{-3}$ m^3
hogsead (Inglaterra) = 0,220 m^3
homer (antiguo Israel) = 0,392 5 m^3
jarra (México) = $8{,}212\ 75 \cdot 10^{-3}$ m^3
jarro (Orense) = $0{,}96 \cdot 10^{-3}$ m^3
jarro (Huesca) = $1{,}247 \cdot 10^{-3}$ m^3

kab (antiguo Israel) = $2{,}18 \cdot 10^{-3}$ m^3
kande (Dinamarca) = $1{,}850 \cdot 10^{-3}$ m^3
kann (Suecia) = $2{,}615 \cdot 10^{-3}$ m^3
khoinix (antiguo Israel) = $25 \cdot 10^{-3}$ m^3
killow de Esmirna = $51{,}321 \cdot 10^{-3}$ m^3
Constantinopla = $33{,}148 \cdot 10^{-3}$ m^3
Salónica = 0,194 m^3
kor (antiguo Israel) = 0,392 5 m^3
koku (Japón) = 0,180 391 m^3
korntonde (Dinamarca) = 0,139 121 m^3
korzec (Polonia) = 0,128 m^3
krouchka (Rusia) = $1{,}229\ 89 \cdot 10^{-3}$ m^3
kwarta (Polonia) = 10^{-3} m^3
kwarta (Rusia y Polonia) = $0{,}819\ 95 \cdot 10^{-3}$ m^3
kwaterka (Polonia) = $0{,}250 \cdot 10^{-3}$ m^3
kwaterka (Rusia y Polonia) = $0{,}204\ 99 \cdot 10^{-3}$ m^3
letek (antiguo Israel) = 0,196 3 m^3
libra de aceite (Alicante) = $1{,}2 \cdot 10^{-3}$ m^3
libra de aceite (España) = $0{,}39 \cdot 10^{-3}$ m^3
libra de aguardiente (Mallorca) = $0{,}41 \cdot 10^{-3}$ m^3
libra de leche (Zaragoza) = $0{,}54 \cdot 10^{-3}$ m^3
litra (Rumania) = $0{,}353 \cdot 10^{-3}$ m^3
log (antiguo Israel) = $0{,}55 \cdot 10^{-3}$ m^3
maadje (Holanda) = $0{,}10 \cdot 10^{-3}$ m^3
maass de Augsburgo = $1{,}479 \cdot 10^{-3}$ m^3
Berna = $1{,}671 \cdot 10^{-3}$ m^3
Heidelberg = $2{,}30 \cdot 10^{-3}$ m^3
Maguncia = $1{,}868 \cdot 10^{-3}$ m^3
Schafuse = $1{,}311 \cdot 10^{-3}$ m^3
de Zurich (de aceite) = $1{,}376 \cdot 10^{-3}$ m^3
de Zurich (rural) = $1{,}823 \cdot 10^{-3}$ m^3
de Zurich (urbano) = $1{,}642 \cdot 10^{-3}$ m^3
mallal de vino (Gerona) = $15{,}48 \cdot 10^{-3}$ m^3
malter (Cléveris) = 0,179 492 m^3
(Coblentz) = 0,159 632 m^3
(Colonia) = 0,162 073 m^3
(Frankfort Mein) = 0,107 984 m^3
(Hanau) = 0,112 539 m^3
(Maguncia) = $91{,}073 \cdot 10^{-3}$ m^3
(Manheim) = 0,102 986 m^3
(Nuremberg) = 0,167 137 m^3
(Suiza) = 0,150 m^3

maquia (Portugal) = $0{,}863 \cdot 10^{-3}$ m^3
maquilo (Oviedo) = $2{,}827 \cdot 10^{-3}$ m^3
mas (Suiza) = $0{,}150$ m^3
medimmo (Chipre) = $75{,}097 \cdot 10^{-3}$ m^3
mesura (Baleares) = $0{,}193 \cdot 10^{-3}$ m^3
metetrés (antiguo Israel) = $40 \cdot 10^{-3}$ m^3
mettar (Túnez) = $19{,}397 \cdot 10^{-3}$ m^3
metse (Austria) = $61{,}48 \cdot 10^{-3}$ m^3
metze (Fiume) = $62{,}470 \cdot 10^{-3}$ m^3
metzen de Augsburgo = $54{,}695 \cdot 10^{-3}$ m^3
    Ratisbona = $32{,}696 \cdot 10^{-3}$ m^3
    Trieste = $60{,}733 \cdot 10^{-3}$ m^3
    Viena = $69{,}893 \cdot 10^{-3}$ m^3
micheta (Valencia) = $0{,}673 \cdot 10^{-3}$ m^3
miedro (León) = $0{,}193\ 56$ m^3
millerole de Marsella = $59{,}294 \cdot 10^{-3}$ m^3
    Túnez = $64{,}33 \cdot 10^{-3}$ m^3
mina de Francia = $74{,}165 \cdot 10^{-3}$ m^3
    Génova = $0{,}120\ 7$ m^3
minot de Francia = $37{,}082 \cdot 10^{-3}$ m^3
    Canadá = $38{,}327 \cdot 10^{-3}$ m^3
miro (Verona) = $15{,}238 \cdot 10^{-3}$ m^3
mistate (Candia) = $11{,}164 \cdot 10^{-3}$ m^3
misura (Corfú) = $21{,}062 \cdot 10^{-3}$ m^3
moggio (Mantua) = $0{,}111\ 489$ m^3
moyo de líquidos de España = 16 arrobas = $0{,}247\ 824$ m^3
    Francia = $0{,}268$ m^3
        de áridos de Francia = $1{,}872$ m^3
        de avena o tonel (Francia) = $3{,}560$ m^3
moyo de Portugal = $0{,}828$ m^3
mudde (vat) (Amsterdam) = $0{,}111\ 256$ m^3 (ó $0{,}10$ m^3)
mutt (Berna) = $0{,}168\ 120$ m^3
nietro de vino (Aragón) = $0{,}140$ m^3 (ó $0{,}159\ 74$ m^3)
octavo, oitavo (Portugal) = $1{,}725 \cdot 10^{-3}$ m^3
ohm (Basilea) = $50{,}026 \cdot 10^{-3}$ m^3
oimorli (Rumania) = $24{,}66 \cdot 10^{-3}$ m^3
oka (Rumanía, Checoslovaquia) = $1{,}415 \cdot 10^{-3}$ m^3
oka (Grecia) = $1{,}341\ 5 \cdot 10^{-3}$ m^3
olla (Lugo) = $13 \cdot 10^{-3}$ m^3
omer (antiguo Israel) = $3{,}92 \cdot 10^{-3}$ m^3
onza (España) = $3 \cdot 10^{-5}$ m^3
orna (Fiume) = $53{,}303 \cdot 10^{-3}$ m^3
osmina (Rusia) = $0{,}104\ 908$ m^3

oxhoft (Libau) = 0,236 548 m^3
palmo cúbico (España) = 9,125 922 · 10^{-3} m^3
pie de Burgos cúbico (España) = 21,631 82 · 10^{-3} m^3
pie de Rey cúbico (Francia) = 34,277 45 · 10^{-3} m^3
picotín de avena (Francia) = 3,20 · 10^{-3} m^3
pinta (Francia) = 0,413 · 10^{-3} m^3
pinta, pint UK (Inglaterra) = 0,568 262 · 10^{-3} m^3
pinta (Haití) = 0,931 · 10^{-3} m^3
pinta de vino (Holanda) = 0,606 34 · 10^{-3} m^3
pinta de cerveza (Holanda) = 0,614 25 · 10^{-3} m^3
pinta de aguardiente (Holanda) = 0,586 25 · 10^{-3} m^3
pipa (Barcelona) = 0,485 6 m^3
pipa (Brasil) = 0,479 16 m^3
pipa (Cuba) = 0,476 935 m^3
pipa (Portugal) = 0,423 75 m^3
pipa (Santo Domingo) = 0,572 791 m^3
pipa de aguardiente (Cuba) = 0,391 5 m^3
pipa de vino (Cuba) = 0,435 m^3
pipa (de líquidos) (Vizcaya) = 0,443 52 m^3
pluma de agua (Cataluña) = 2,340 m^3
poisson (Francia) = 0,114 · 10^{-3} m^3
polonick (Trieste) = 30,367 · 10^{-3} m^3
pot (Dinamarca) = 0,966 12 · 10^{-3} m^3
porró (Barcelona) (Gerona) = 0,968 · 10^{-3} m^3
pote (Orense) = 18,24 · 10^{-3} m^3
pote (Portugal) = 8,475 · 10^{-3} m^3
poure (Letonia) = 69,967 · 10^{-3} m^3
pulgada cúbica (España) = 12,518 412 · 10^{-6} m^3
quartant (Francia) = 68,50 · 10^{-3} m^3
quartlin (Cassel) = 8,175 · 10^{-3} m^3
rebebe (Alejandría) = 0,157 092 m^3
robo (Navarra) = 28,135 · 10^{-3} m^3
rop (Holanda) = 10^{-3} m^3
rubbio (Ancona) (Italia) = 0,286 1 m^3
sack de Basilea = 0,128 957 m^3
    Celandia = 74,66 · 10^{-3} m^3
    Harlem = 79,05 · 10^{-3} m^3
    Inglaterra = 0,109 043 m^3 (el valor actual es 0,109 106 m^3)
    Leydem = 68 ,271 · 10^{-3} m^3
    Midleburgo = 72,387 · 10^{-3} m^3
    Roterdam = 0,103 583 m^3
sacco (Liorna) = 72, 672 · 10^{-3} m^3
salma (de líquidos) (Maguncia) = 87,36 · 10^{-3} m^3

salma (Malta) = 0,290 944 m^3
salma generale (Sicilia) = 0,276 69 m^3
salma grossa (Sicilia) = 0,344 35 m^3
schaf (Augsburgo) = 0,439 341 m^3
scheffel de Berlín = $52{,}107 \cdot 10^{-3}$ m^3
- Botzen = 0,109 081 m^3
- Bremen = $71{,}098 \cdot 10^{-3}$ m^3
- Breslau = $69{,}903 \cdot 10^{-3}$ m^3
- Dantzick = $54{,}68 \cdot 10^{-3}$ m^3
- Dresde = 0,105 788 m^3
- Hamburgo = 0,105 296 m^3
- Könisberg = $51{,}648 \cdot 10^{-3}$ m^3
- Leipscik = 0,138 969 m^3
- Lübeck (de avena) = $39{,}244 \cdot 10^{-3}$ m^3
- (de trigo) = $33{,}444 \cdot 10^{-3}$ m^3
- Luneburgo = $62{,}250 \cdot 10^{-3}$ m^3
- Magdeburgo = $51{,}684 \cdot 10^{-3}$ m^3
- Mecklenburgo = $42{,}456 \cdot 10^{-3}$ m^3
- Munich = 0,362 622 m^3
- Prusia = $54{,}952 \cdot 10^{-3}$ m^3
- Rostock = $38{,}877 \cdot 10^{-3}$ m^3
- Stettin = $52{,}107 \cdot 10^{-3}$ m^3
- Wurtemberg = 0,178 44 m^3

schepel (Holanda) = 10^{-2} m^3
seah (antiguo Israel) = $13{,}08 \cdot 10^{-3}$ m^3
seam (= quarter UK) = 0,290 950 m^3
secchio (Venecia) = $10{,}8 \cdot 10^{-3}$ m^3
selamin (Portugal) = $0{,}431 \cdot 10^{-3}$ m^3
setier (Francia) = $22{,}8 \cdot 10^{-3}$ m^3
sextarius (antigua Roma) = $0{,}55 \cdot 10^{-3}$ m^3
sho (Japón) = $1{,}803\,91 \cdot 10^{-3}$ m^3
sinquena (Tarragona) = $20{,}65 \cdot 10^{-3}$ m^3
soma de Ancona = $85{,}917 \cdot 10^{-3}$ m^3
soma de Bérgamo = 0,164 187 m^3
stajo de Ferrara = $31{,}281 \cdot 10^{-3}$ m^3
- Florencia = $24{,}369 \cdot 10^{-3}$ m^3
- Luca = $24{,}120 \cdot 10^{-3}$ m^3
- Mantua = $35{,}164 \cdot 10^{-3}$ m^3
- Milán = $18{,}270 \cdot 10^{-3}$ m^3
- Parma = $51{,}370 \cdot 10^{-3}$ m^3
- Ragusa = 0,148 653 m^3
- Trieste = $82{,}611 \cdot 10^{-3}$ m^3

starello (Cerdeña) = $48{,}961 \cdot 10^{-3}$ m^3
stekan de vino (Holanda) = $19{,}403 \cdot 10^{-3}$ m^3
stekan de cerveza (Holanda) = $19{,}656 \cdot 10^{-3}$ m^3
stekan de aguardiente (Holanda) = $18{,}76 \cdot 10^{-3}$ m^3
stof (Estonia) = $1{,}229\ 89 \cdot 10^{-3}$ m^3
(Konisberg) = $1{,}433 \cdot 10^{-3}$ m^3
(Rusia) = $1{,}537 \cdot 10^{-3}$ m^3
stoop (Amberes) = $2{,}748 \cdot 10^{-3}$ m^3
strick (Praga) = 0,106 771 m^3
stubchen de Bremen = $3{,}187 \cdot 10^{-3}$ m^3
Stralsund = $3{,}883 \cdot 10^{-3}$ m^3
tarea de leña (Cuba) = 3,658 8 m^3
tarrie (Argel) = $19{,}974 \cdot 10^{-3}$ m^3
tchetveric (Rusia) = $26{,}227 \cdot 10^{-3}$ m^3
tchetvert (Rusia) (Letonia) = 0,209 817 m^3
tega (Orense) = $20 \cdot 10^{-3}$ m^3
tercerola (Cuba) = 0,261 m^3
tinaja (Filipinas) = $55 \cdot 10^{-3}$ m^3
to (Japón) = $1{,}803\ 91 \cdot 10^{-2}$ m^3
toende (Bergen) = 0,139 084 m^3
tokay (Hungría) = 50,534 m^3
tonel (Brasil) = 0,958 32 m^3
(Portugal) = 0,847 50 m^3
(Revel) = 0,118 290 m^3
(de avena) (Francia) = 3,560 m^3
tonelada de arqueo (Canarias) = 1,521 m^3
tonelada para buques (España) = 0,802 8 m^3
(Francia) = 0,959 8 m^3
tonne o tunna (Suecia) = 0,146 50 m^3
unidad de ron melaza (Puerto Rico) = 0,416 4 m^3
urna (antigua Roma) = $13{,}75 \cdot 10^{-3}$ m^3
vara cúbica (España) = 0,584 059 m^3
vedro (Rusia) (Estonia) = $12{,}299 \cdot 10^{-3}$ m^3
viadro (Rumania) = $14{,}15 \cdot 10^{-3}$ m^3
viertel de Breda = $85{,}826 \cdot 10^{-3}$ m^3
Cassel = 0,142 722 m^3
Colonia = $5{,}980 \cdot 10^{-3}$ m^3
Frankfurt Mein = $7{,}373 \cdot 10^{-3}$ m^3
Lubec = $7{,}241 \cdot 10^{-3}$ m^3
xestes (antigua Grecia) = $0{,}55 \cdot 10^{-3}$ m^3

9.4. ÁNGULO, θ, φ, ψ, α, β, γ

9.4.1. Observaciones y definición

El ángulo (ángulo plano) se toma como cociente de dos longitudes, el arco y el radio, en una circunferencia. Se ha dado la siguiente definición: «Entre dos semirrectas que parten del mismo punto, el ángulo es la relación entre el arco interceptado sobre una circunferencia cuyo centro es el citado punto y el radio de la circunferencia».

9.4.2. Fórmulas

$$\varphi = \frac{s}{r}$$

9.4.3. Dimensiones

$$[\varphi] = 1$$

9.4.4. Unidad SI

rad (radián)

El radián se define así: «es el ángulo que, teniendo su vértice en el centro de una circunferencia, intercepta sobre dicha circunferencia un arco de longitud igual al radio» o también: «es el ángulo comprendido entre dos radios de una circunferencia que limitan sobre ella un arco de longitud igual al radio».

9.4.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

grado (grado sexagesimal) (°) = $2\pi/360$ rad = $1{,}745\,329 \cdot 10^{-2}$ rad
minuto (′) = $2{,}908\,882 \cdot 10^{-4}$ rad
segundo (″) = $4{,}848\,137 \cdot 10^{-6}$ rad
vuelta (revolución) = 2π rad = 6,283 185 rad
milésima artillera = $2\pi/6400$ rad = $9{,}817\,477 \cdot 10^{-4}$ rad
ángulo recto = $\pi/2$ = 1,570 796 rad
ángulo llano = π rad = 3,141 593 rad
gon = $\pi/200$ rad = $1{,}570\,796 \cdot 10^{-2}$ rad
grado centesimal = gonio (gon, g) = 1/100 ángulo recto = $\pi/200$ rad = $= 1{,}570\,796 \cdot 10^{-2}$ rad
milésima angular = 10^{-3} rad

9.4.6. Constantes y valores concretos

Ángulo que forman entre sí los dos enlaces O-H en la molécula de agua:

$$\varphi = 107° = 1{,}867\,5 \text{ rad}$$

Ángulo de inclinación del eje terrestre con el eje de la órbita (eclíptica):

$$\varphi = 23{,}439\,681° = 23° \; 26' \; 22{,}85'' = 0{,}409\,100 \text{ rad}$$

Ángulos extremos entre los que oscila el eje terrestre (con el eje de la órbita) con un periodo de 41 000 años:

$$\varphi_{max} = 24{,}5°$$
$$\varphi_{min} = 21{,}5°$$

Ángulo medio que forman el plano de la órbita de la Luna con el plano de la eclíptica:

$$\varphi = 5{,}145\,396° = 8{,}980\,41 \cdot 10^{-2} \text{ rad}$$

Ángulo máximo con el que podrían verse el Sol y la Tierra desde un observatorio que estuviera a la distancia de 1 parsec: $\varphi = 1'' = 4{,}848\,137 \cdot 10^{-6}$ rad (precisamente en este valor se basa la definición del parsec).

Inclinación de la torre de Pisa: $\varphi = 6°$

Inclinación de las torres de Europa (Madrid): $\varphi = 15°$

Ángulo de las mandíbulas abiertas del hipopótamo: $\varphi = 150°$

Ángulo de peralte en ferrocarriles de alta velocidad (v = 350 km/h; radio de curvatura = 7 500 m): $\varphi = 5{,}572°$.

Ángulo de pendiente máxima en los citados ferrocarriles de alta velocidad: $\varphi = 1{,}432°$.

9.5. RADIO DE CURVATURA, ρ

9.5.1. Observaciones y definición

Consideramos aquí el *radio de curvatura* de una curva en un punto de la misma. Se define como «la distancia entre el punto considerado y el centro de curvatura»:

La definición de «centro de curvatura» es: «el punto donde se cortan dos normales principales infinitamente próximas».

La «normal principal» en el punto de la curva considerado es «la normal contenida en el plano osculador».

El «plano osculador» es el plano en el que puede considerarse contenido un arco infinitesimal de la curva en torno al punto dado, pero su definición rigurosa es: «el plano que determinan dos tangentes a la curva en dos puntos infinitamente próximos». Si la curva es plana, el plano osculador es el plano de la curva.

(Para el estudio de una curva sobre una superficie se definen el *radio de curvatura de torsión* y el *radio de curvatura de flexión*, así como también el *radio de curvatura geodésico* y el *radio de curvatura normal*. No entramos en este estudio en aras de la brevedad).

9.5.2. Fórmulas

El radio de curvatura viene dado por las expresiones

$$ds = \rho \, d\varphi \qquad\qquad \rho = \frac{ds}{d\varphi}$$

(ds = longitud de arco infinitesimal de curva; $d\varphi$ = ángulo de las normales principales de los puntos extremos del arco).

Para una curva plana en coordenadas cartesianas es:

$$\rho = \frac{\left(1 + y'^2\right)^{3/2}}{y''}$$

($y' = dy/dx$; $y'' = d^2y/dx^2$); y en coordenadas polares (r, θ), el radio de curvatura es:

$$\rho = \frac{\left[r^2 + r'^2\right]^{3/2}}{r^2 + 2r'^2 - r\,r''}$$

($r' = dr/d\theta$; $r'' = d^2r/d\theta^2$).

9.5.3. Dimensiones

$$[\rho] = \mathrm{L}$$

9.5.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{m}} \quad \text{(metro)}$$

9.5.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\mathrm{UCGS} = \mathrm{cm} = 10^{-2}\ \mathrm{m}$$

y todas las de longitud.

9.5.6. Constantes y valores concretos

Radio de curvatura mínimo de líneas de ferrocarril de alta velocidad (v = 350 km/h):

$$\rho \approx 7\,500\ \mathrm{m}$$

Radio de curvatura mínimo del *acuerdo vertical* (espacio entre rasantes) en los citados ferrocarriles de alta velocidad:

$$\rho = 45 \cdot 10^3 \text{ m}$$

Radio mínimo en vías de ferrocarril antiguas:

$$\rho \approx 350 \text{ m}$$

9.6. CURVATURA, κ

9.6.1. Observaciones y definición

«Es la magnitud inversa del radio de curvatura». Si en un punto de una curva el radio de curvatura es pequeño, ello corresponde a una curvatura grande (en el lenguaje coloquial se dice que es una curva «muy cerrada»).

(De la misma manera se definen la curvatura de flexión y de torsión, como inversos de los respectivos radios de flexión y de torsión).

9.6.2. Fórmulas

La curvatura es:

$$\kappa = \frac{1}{\rho}$$

(ρ = radio de curvatura en el punto estudiado).

9.6.3. Dimensiones

$$[\kappa] = \mathrm{L}^{-1}$$

9.6.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{m}^{-1}}$$

9.6.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\text{UCGS} = \mathrm{cm}^{-1} = 10\ \mathrm{m}^{-1}$$

y todas las unidades de longitud, con exponente –1.

9.6.6. Constantes y valores concretos

Curvatura máxima de una línea de ferrocarril de alta velocidad: (ρ = 7 500 m):

$$\kappa = 1{,}333 \cdot 10^{-4}$$

9.7. ÁNGULO SÓLIDO, Ω, ω

9.7.1. Observaciones y definición

La definición de ángulo sólido es: «la relación entre el área cortada en una esfera por un cono cuyo vértice está en el centro de la esfera, y el cuadrado del radio».

9.7.2. Fórmulas

$$\Omega = \frac{S}{r^2}$$

(S = superficie sobre una esfera; r = radio)

9.7.3. Dimensiones

$$[\Omega] = 1$$

9.7.4. Unidad SI

Tal como se ha visto en el apartado 5.1.2, la unidad SI es el estereorradián, que se define así: «es el ángulo sólido que, con vértice en el centro de una esfera, intercepta sobre la superficie de dicha esfera un área igual al cuadrado del radio de la esfera».

sr	(estereorradián)

9.7.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Ángulo sólido completo (esfera, sp) = 4π sr = 12,566 371 sr
Grado cuadrado (cono piramidal cuadrado de 1° entre aristas) = $3{,}046 \cdot 10^{-4}$ sr

9.7.6. Constantes y valores concretos

Ángulo sólido que comprende el Sol visto desde la Tierra:

$$\omega = \frac{S}{r^2} = \frac{\pi r_s^2}{r^2} = \frac{\pi (6{,}96 \cdot 10^8)^2}{(1{,}496 \cdot 10^{11})^2} = 6{,}80 \cdot 10^{-5}\ sr$$

9.8. TIEMPO, t, (T), τ

9.8.1. Observaciones y definición

La magnitud *tiempo* es uno de los grandes enigmas del Universo, junto con el espacio y la materia. El tiempo transcurre sin pausa, siempre en el mismo sentido, aunque no con la misma rapidez en todos los puntos y circuns tancias del Universo. La Relati vidad establece que el tiempo transcurre más lentamente cuanto mayor es la velocidad (llegando a detenerse el tiempo, en el límite, cuando la velocidad coincida con la de la luz) y también cuanto may or sea el campo gravitatorio; en estrellas de campo gra vitatorio intenso, el tiempo es más lento. Son hechos, por otra parte, que han sido comprobados experimentalmente.

Existen desde la antigüedad muchas unidades, basadas generalmente en fenómenos periódicos astronómicos.

9.8.2. Fórmulas

El tiempo:

$$t$$

9.8.3. Dimensiones

$$[t] = \mathrm{T}$$

9.8.4. Unidad SI

s (segundo)

Es una de las unidades tomadas como básicas en el Sistema Intemacional. La definición, ya dada en el apartado 4.3, es: «un segundo es la dura ción de 9,192 631 770 $\cdot 10^9$ periodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133», especificando que el átomo ha de estar en reposo, a 0 K y no perturbado por radiación alguna (BIPM, Supplément 2000).

9.8.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

minuto (min) = 60 s (exactamente)

hora (h) = 3 600 s (exactamente)

día (día solar medio, d) = 8,64 $\cdot 10^4$ s (exactamente)

día sidéreo = 8,616 410 $\cdot 10^4$ s (período de revolución de la Tierra; tiempo entre dos pasos de una estrella «fija» por la misma posición).

año (a, yr) = 365, 242 189 8 d = 3,155 692 52 $\cdot 10^7$ s (este es el año que se utiliza comúnmente; se denomina «año trópico», y se def ine como tie mpo entre

dos equinoccios de prima vera sucesivos. Este tiempo no es const ante; su duración aumenta 0,53 segundos por siglo, aproximadamente).

año sidéreo = 365,256 354 2 d = 3,155 814 9 · 10^{7} s (es el tiempo entre dos posiciones iguales sucesivas de las «estrellas fijas»).

siglo = 100 años = 3,155 692 52 · 10^{9} s

milenio = 1000 años

millón de años; megaaño (Ma, Myr) = 10^{6} años = 3,155 692 52 · 10^{13} s

eón = Ga = 10^{9} años

decenio = 10 años

lustro = 5 años

9.8.6. Constantes y valores concretos

Edad del Sol ≈ 4 560 Ma = 4,56 · 10^{9} años = 1,436 · 10^{7} s

Edad de la estrella Vega de Lira = 350 Ma =1,104 492 4 · 10^{10} s

Edad del estrella β pictoris = 50 Ma

Edad de la estrella más jo ven descubierta (VLA 1623; año 1994): = 2 000 a (contemporánea de Jesucristo).

Edad del Universo ≈ 1,37 · 10^{10} años = 4,323 · 10^{17} s

Tiempo de Planck: t = 5,4 · 10^{-44} s. Es el tiempo menor compatible con la Física cuántica. Tiempo que emplea la luz en recorrer la longitud de Planck. Se considera como el tiempo inicial (transcurrido desde la singula ridad del Big bang) durante el cual no se sabe cómo actuaban las fuerzas de l a Naturaleza. Al final de dicho tiempo se calcula una temperatura de 1,42 · 10^{32} K (temperatura de Planck) y una densidad del orden de 10^{97} kg/m^3.

Tiempo que falta para que se apaguen todas las estrellas (por agotarse los núcleos ligeros en los procesos de fusión): t ≅ 10^{14} a ≅ 3 · 10^{21} s (lo que equivale a casi 7 000 veces la edad actual del Universo).

Edad de algunos árboles: t ≅ 100 a 400 a (hasta miles de años, en algunos casos); algunos de los más viejos que se conocen son el árbol de Tule, en Huajaca, México, con 2 000 años de edad, y el Pinus longaeva, en las Montañas Rocosas, con una edad de unos 4 800 años ≈ 1,51 · 10^{11} s (este es el ser vi vo actual más viejo).

Tiempo de hinchado del *airbag* en automóviles: t = 0,03 s.

Periodo de rotación de la Tierra (día sidéreo): T = 8,616 410 · 10^{4} s (aumenta actualmente 5 · 10^{-3} s cada año debido a que la Tierra comunica, mediante las mareas, momento cinético a la Luna, con lo que ésta se aleja unos 3,8 cm cada año).

Duración actual del día = 24 h = 86 400 s.

Duración del día hace 1 000 Ma: ≈ 20 h ≈ 72 000 s.

Id. hace 4 000 Ma: ≈ 16 h

Periodo orbital de la Tierra en torno al Sol (año sidéreo) = 3,155 814 9 · 10^{7} s

Periodo orbital de la Luna (mes sidéreo) *:* T = 27,321 661 6 d =2,360 592 · 10^{6} s

Tiempo entre dos lunas nuevas («mes sinódico»): $T = 29{,}530\,588\,4$ d = $= 2{,}551443 \cdot 10^6$ s

Periodo de precesión del eje de la Tierra: $T = 25\,760$ años = $8{,}129\,62 \cdot 10^{11}$ s (a ello se debe que la diferencia entre el año trópico y el año sidéreo sea aproximadamente 1 225 s = 20,42 min, como resultado de los datos dados en la sección anterior).

Periodo de oscilación de la inclinación del eje de la Tierra (que oscila entre 21,5° y 24,5°; actualmente 23,5°): $T \approx 41\,000$ a = $1{,}29 \cdot 10^{12}$ s

Periodo de oscilación de la excentricidad de la órbita terrestre (actualmente $\varepsilon = 0{,}016\,71$): $T \approx 10^5$ a = $3{,}2 \cdot 10^{12}$ s

Periodo de rotación del Sol: (en latitud 16°): $T = 25{,}379861$ d = $2{,}192\,82 \cdot 10^6$ s

Periodo orbital del Sol en torno al centro de la Galaxia: $T \approx 234 \cdot 10^6$ años = $= 7{,}387 \cdot 10^{15}$ s

Periodo de la actividad del Sol (manchas, tormentas magnéticas, emisión de partículas): T ≈ 11 años

Periodo de rotación de un púlsar: entre $T \approx 1$ s y $T \approx 10^{-3}$ s

Periodo del pulsar B1257+12 (en Virgo, a distancia de 1 500 a. l.):

$$T = 0.006\,218\,531\,938\,818\,7 \text{ s (medido en el año 1999).}$$

Periodo de semidesintegración del nucleido ^{238}U: $T = 4{,}51 \cdot 10^{10}$ a = $1{,}424 \cdot 10^{17}$ s

Periodo de semidesintegración del nucleido ^{212}Po: $T = 3 \cdot 10^{-7}$ s

Tiempo de paso de una partícula relativista a través de un núcleo: $t \approx 10^{-23}$ s

Tiempo en que las partículas del viento solar recorren la distancia Sol Tierra:

$$t \approx 5 \text{ d} \approx 4{,}3 \cdot 10^5 \text{ s}$$

Tiempo que tarda la luz en recorrer la distancia Sol - Tierra:

$$t = 8{,}316\,746 \text{ min} = 499{,}004\,782 \text{ s}$$

Tiempo de reflexión (ida y vuelta) de un pulso láser entre la Tierra y la Luna:

$$t = 2{,}564\,4 \text{ s}$$

Modo de determinar la Semana Santa en el calendario actual: el domingo que sigue a la primera luna llena de la primavera es Domingo de Pascua (debido a que el viernes de la muerte de Jesucristo había luna llena).

Años bisiestos: en ellos febrero tiene 29 días. Regla 1.ª: «son bisiestos los años múltiplos de 4, excepto los terminados en 00». Regla 2.ª: «no son bisiestos los años terminados en 00, excepto los múltiplos de 400, que sí lo son». Ejemplos: 1900 (no bisiesto), 2000 (bisiesto), 2100 (no bisiesto).

Calendario de «días julianos» usado en Astronomía (DJ): veamos algunas fechas en la siguiente tabla (hay que tener en cuenta que el inicio de la fecha se considera a las 12 horas):

Fecha	DJ
31 diciembre 1699	2 341 972
31 diciembre 1799	2 378 496
31 diciembre 1899	2 415 020
31 diciembre 1999	2 451 544
21 julio 1969	2 440 424
31 diciembre 2001	2 452 275
22 octubre 2002	2 452 571
31 diciembre 2005	2 453 736
31 diciembre 2010	2 455 562
31 diciembre 2025	2 461 041
31 diciembre 2075	2 479 303
31 diciembre 2100	2 488 434

9.9. VELOCIDAD, *v*, *c*, *u*, *w*

9.9.1. Observaciones y definición

Se trata del concepto primario de la rapidez con que se desplaz a un móvil en el espacio. La definición de *velocidad* de una partícula es «la derivada del vector posición respecto al tiempo». Se trata, pues, de un vector. Su módulo se puede llamar simplemente *velocidad*, y algunos autores lo denominan *celeridad*.

En Mecánica de sólidos y Mecánica de fluidos interesa muchas v eces considerar la velocidad de cada partícula, es decir, «el campo de velocidades».

9.9.2. Fórmulas

$$\vec{v} = \frac{\vec{dr}}{dt} \qquad \vec{v} = \frac{\vec{dl}}{dt} \qquad \vec{v} = \vec{v}(x\ y\ z)$$

($\vec{r}$ = vector posición; t = tiempo; $\vec{dl}$ = vector arco elemental de curva; $\vec{v}(x\ y\ z)$ = = campo de velocidades de coordenadas cartesianas).

9.9.3. Dimensiones

$$[v] = \mathrm{L\ T^{-1}}$$

9.9.4. Unidad SI

m/s

9.9.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI ≡ m/s)

UCGS = cm/s = 10^{-2} m/s

km/h = 1/3,6 m/s = 0,277 777 778 m/s

nudo (knot) = milla náutica/h = 0,514 444 m/s
milla/h = 0,447 04 m/s
pie/s (ft · s^{-1}) = 0,304 8 m/s (exactamente)
unidad meteorológica = 5 nudos = 2,572 m/s
pulgada/s = inch · s^{-1} = 0,0254 m/s (exactamente)

9.9.6. Constantes y valores concretos

Tabla 9.1. Tabla de distintos fenómenos y aplicaciones

Fenómeno	Velocidad (m/s)
Luz en el vacío	$2{,}997\,924\,58 \cdot 10^8$
Luz en agua	$2{,}254 \cdot 10^8$
Luz en vidrio (de n = 1,5)	$2 \cdot 10^8$
Sonido en aire (15 °C; 1 atm)	340,6
Sonido en hidrógeno (0 °C; 1 atm)	1 269,5
Sonido en agua pura	1 493,2
Sonido en agua de mar	1 532,8
Sonido en hierro	5 531
Sonido en granito	6 000
Olas de mar (para λ = 5 m)	2,8
Ondas sísmicas *P* (longitudinales, compresión)	$11 \cdot 10^3$ a $13{,}5 \cdot 10^3$
Ondas sísmicas *S* (transversales, deformación)	$6 \cdot 10^3$ a $7 \cdot 10^3$
Ondas sísmicas superficiales	$3 \cdot 10^3$ a $6 \cdot 10^3$
Deslizamiento de placas tectónicas de la litosfera terrestre	10^{-9} (de 1 a 6 cm/año)
Sangre por arteria aorta	0,4
Atleta humano de élite	10 a 12
Nadador humano atlético	2
Pelota de tenis (jugadores de élite)	62
Animal más rápido (guepardo)	33
Peces	15
Alcón peregrino en descenso	95
Ascensor rápido (rascacielos)	4
Tren de «alta velocidad» (350 km/h)	97,22
Avión comercial moderno (0,8 Mach)	270
Automóviles de competición, «Fórmula I»	83
Velocidad mínima (aterrizaje) (avión moderno)	70
Avión Concorde (1,9 Mach)	650
Buque mercante (≈ 22 nudos = 40 km/h)	11
Buque comercial de gran velocidad (≈ 47 nudos = 87 km/h)	24,2
Caída libre en la Tierra desde el infinito	$11{,}19 \cdot 10^3$
Velocidad de escape desde la superficie de la Tierra	$11{,}19 \cdot 10^3$
Id. desde la superficie de la Luna	$2{,}373 \cdot 10^3$
Id. desde la superficie del Sol	$617{,}7 \cdot 10^3$

Continúa

Tabla 9.1. Tabla de distintos fenómenos y aplicaciones *(continuación)*

Fenómeno	Velocidad (m/s)
Id. desde la superficie de una enana blanca	5 000
Id. desde la superficie de una estrella de neutrones	130 000
Id. desde la superficie de un agujero negro	$v \approx c$
Tierra en órbita en torno al Sol	$29{,}78 \cdot 10^3$
Sol en órbita en torno al centro la Galaxia	$225 \cdot 10^3$
Sol respecto al fondo de radiación cósmica	$369{,}5 \cdot 10^3$
Vía Láctea respecto al fondo de radiación cósmica	$600 \cdot 10^3$
Partícula relativista cuya masa es doble que en reposo	$2{,}596 \cdot 10^8$
Neutrones térmicos	$2{,}2 \cdot 10^3$
Viento solar (protones y otras partículas emitidas por el Sol) al llegar a la Tierra	$3 \cdot 10^5$ (hasta $7 \cdot 10^5$)
Velocidad superficial por rotación de la Tierra (en ecuador)	465,12
Velocidad superficial por rotación del Sol (en latitud de 16°)	2 000
Velocidad superficial por rotación de un púlsar	10^5

9.9.7. Unidades antiguas aproximadas usadas en meteorología

Tabla 9.2. Velocidad del viento (en la mar). Escala de Beaufort (año 1806)

Fuerza	Velocidad (m/s)	Mar (denominación de Douglas)
0	0 a 0,2	en calma
1	0,3 a 1,5	llana
2	1,6 a 3,3	rizada
3	3,4 a 5,4	rizada
4	5,5 a 7,9	marejadilla
5	8,0 a 10,7	marejada
6	10,8 a 13,8	gruesa
7	13,9 a 17,1	muy gruesa
8	17,2 a 20,7	arbolada
9	20,8 a 24,4	arbolada
10	24,5 a 28,4	montañosa
11	28,5 a 32,6	montañosa
12	32,7 a 36,9	enorme
13	37,0 a 41,4	confusa
14	41,5 a 46,1	confusa
15	46,2 a 50,9	confusa
16	51,0 a 56,0	confusa
17	56,1 a 61,2	confusa

9.10. ACELERACIÓN (Y CAMPO GRAVITATORIO), *a*, *g*

9.10.1. Observaciones y definición

La aceleración corresponde al concepto de la rapidez con que varía la velocidad de una partícula. La definición es: «la derivada de la velocidad respecto al tiempo». Tiene pues, carácter vectorial. Debido a la igualdad de la masa de inercia y la masa gravitatoria, la aceleración a de un móvil sometido a una fuerza gravitacional es igual a la intensidad g del campo gravitatorio (véase sección 9.45.1).

En Mecánica de sólidos y mecanismos interesa la aceleración de cada partícula: «el campo de aceleraciones».

9.10.2. Fórmulas

Definición de aceleración de una partícula:

$$\vec{a} = \frac{\vec{dv}}{dt}$$

Definición del campo gravitatorio:

$$\vec{F} = m\,\vec{g} \qquad\qquad \vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Ley newtoniana de la inercia (segunda ley de Newton):

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Aceleración en la caída libre en un campo gravitatorio:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \qquad \frac{m\,\vec{g}}{m} = \vec{g}$$

(v = velocidad; F = fuerza; g = campo gravitatorio; m = masa de la partícula, que en la segunda ley de Newton es «masa de inercia» y en la fórmula del campo gravitatorio es «masa gravitatoria», pero se admite hoy que ambas masas sean la misma cosa).

9.10.3. Dimensiones

$$[a] = \mathrm{L\,T^{-2}}$$

9.10.4. Unidad SI

$$\mathrm{m/s^2 = N/kg}$$

9.10.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI ≡ m · s^{-2})

UCGS = cm/s^2 = 10^{-2} cm/s^2
pulgada/s^2; (in · s^{-2}) = 0,0254 m/s^2 (exactamente)

pie/s^2; (ft · s^{-2}) = 0,304 8 m/s^2 (exactamente)
gal = 10^{-2} m/s^2
miligal = 10^{-5} m/s^2
unidad gravimétrica (u.g.) = 10^{-6} m/s^2

9.10.6. Constantes y valores concretos

Campo gravitatorio terrestre (aceleración de caída libre), valor «normal»:

$$g = 9{,}806\ 65\ \text{m/s}^2$$

Valores de g en distintos lug ares de la superf icie de la Tierra (β = latitud), (valores experimentales, en los que está incluida la influencia de la fuerza centrífuga por la rotación terrestre):

Localidad	*g* (USI)
Ecuador ($\beta = 0°$) (nivel del mar)	9,780 46
Madrid ($\beta = 40° 25'$)	9,799 81
New York ($\beta = 41°$)	9,802 70
París ($\beta = 48° 48'$)	9,809 43
Greenwich ($\beta = 51° 29'$)	9,811 70
Postdam ($\beta = 52° 29'$)	9,812 60
San Petersburgo ($\beta = 50° 57'$)	9,819 30
Polo Norte ($\beta = 90°$)	9,832 32

Variación de g con la altura h sobre la superficie terrestre (aproximadamente):

$$g \approx g_0 - 3{,}1 \cdot 10^{-6}\, h$$

Campo gravitatorio en la superficie de algunos astros (valores calculados sin tener en cuenta la posible rotación y despreciando inhomogeneidades):

Astro	*g* (USI)
La Tierra	9,832
La Luna	1,620
Venus	8,87
Marte	3,71
Mercurio	3,70
Júpiter	23,12
Phobos (satélite de Marte)	10^{-2}
El Sol	274
Enanas blancas	10^6
Púlsares 10	^{12}
Agujeros negros	$> 10^{17}$

Algunos valores aproximados de la aceleración:

Objeto	*a* (USI)
Automóvil potente de serie moderno	3
Automóvil de competición, «Fórmula I»	4
Frenado de automóvil en condiciones óptimas	10
a transversal máxima (no compensada por el peralte) en trenes de «alta velocidad»	0,39
a máxima sobre el organismo humano (normas médicas): $a \approx 4\ g$	40
Aceleración producida en una ultracentrífuga	10^6
Aceleración normal por la rotación de la Tierra, en el ecuador al nivel del mar	0,034

9.11. FRECUENCIA (Y FRECUENCIA DE ROTACIÓN) (en fenómenos periódicos), υ, (f)(n)

9.11.1. Observaciones y definición

Para cualquier fenómeno periódico, la frecuencia es el número de ciclos que se producen en la unidad de tiempo. Puede tratarse de oscilacio nes, rotaciones, etc. Es, por tanto, la magnitud inversa del periodo.

(Si el mo vimiento es amortiguado, no es rigurosamente periódico, en cuyo caso se suele decir *pseudofrecuencia*, en lugar de *frecuencia*).

9.11.2. Fórmulas

$$\upsilon = \frac{\Delta N}{\Delta t} \qquad \upsilon = \frac{1}{T} \qquad \upsilon = \frac{c}{\lambda}$$

(ΔN = número de ciclos; Δt = tiempo; T = periodo; c = velocidad de propagación de una onda; λ = longitud de onda).

9.11.3. Dimensiones

$$[\upsilon] = \mathrm{T}^{-1}$$

9.11.4. Unidad SI

Puede tomarse simplemente el s^{-1}, pero es más con veniente expresar la unidad así:

$$\text{ciclo/s} \equiv \boxed{\text{Hz}} \ \text{(hertz)}$$

9.11.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Si el movimiento de rotación es uniforme, se puede usar la *frecuencia de rotación*, cuya unidad es igualmente el Hz. Otras unidades, en este caso, serían:

rev/s (revoluciones/segundo) = ciclos/s = Hz
r.p.m. (rev/minuto) = 1/60 Hz

9.11.6. Constantes y valores concretos

Frecuencia de la luz visible para el ojo humano (límites entre rojo y violeta):

$$\upsilon_{rojo} = 3{,}85 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} = 385\ \text{THz}$$

$$\upsilon_{violeta} = 7{,}5 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} = 750\ \text{THz}$$

Frecuencia mínima de un fotón para producir un par electrón-positrón:

$$2m_e c^2 = h\upsilon$$

$$\upsilon = \frac{2m_e c^2}{h} = \frac{2 \cdot 0{,}910\,9 \cdot 10^{-30} \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{6{,}626\,069 \cdot 10^{-34}} = 2{,}475 \cdot 10^{20}\ \text{Hz}$$

Frecuencia de un fotón de 1 eV:

$$\upsilon = \frac{E}{h} = \frac{1{,}602\,177 \cdot 10^{-19}}{6{,}626\,069 \cdot 10^{-34}} = 2{,}417\,988 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$$

(m_e = masa del electrón; c = velocidad de la luz en el vacío; E = energía; h = constante de Planck)

Frecuencia de los fotones más energéticos observados (energía de 1 TeV; de procedencia extragaláctica):

$$\nu = 2{,}4 \cdot 10^{26}\ \text{Hz}$$

Frecuencia del aleteo de un colibrí:

$$\nu = 25\ \text{Hz}$$

Frecuencia del aleteo de un insecto:

$$\nu \approx 500\ \text{Hz}$$

Frecuencia de la corriente alterna industrial:

en Europa y América Latina $\upsilon = 50$ Hz
en USA y algunos países $\upsilon = 60$ Hz

Frecuencia de rotación del pulsar de la nebulosa del cangrejo (resultante de la supernova observada el año 1054):

$$\upsilon \approx 30 \text{ Hz} \quad \text{(revoluciones/segundo)}$$

Frecuencia de los ultrasonidos que emite un murciélago para «v er» lo que le rodea:

$$\upsilon \approx 10^5 \text{ Hz}$$

Frecuencia usada para scaner y ecografía, en Medicina:

$$\upsilon \approx 5 \text{ a } 7{,}5 \text{ MHz}$$

Frecuencia usada en telefonía móvil:

$$\upsilon \approx 900 \text{ MHz y } 1\,800 \text{ MHz en Europa; } 1\,900 \text{ MHz en USA}$$

9.12. VELOCIDAD ANGULAR. FRECUENCIA ANGULAR O PULSACIÓN, ω, Ω

9.12.1. Observaciones y definición

Velocidad angular es el concepto de rapidez con que se produce un mo vimiento de giro o rotación.

La definición de *velocidad angular* es: «la derivada de la coordenada angular θ respecto al tiempo». Puede estudiarse para una partícula (un pu nto) que recorre una circunferencia o para un sólido en rotación en torno a un eje.

Si ω = constante (rotación uniforme) el mo vimiento es periódico. En este caso se define la *frecuencia de rotación* que puede darse en Hz (ver la frecuencia en la sección 9.11).

Para un movimiento periódico cualquiera, son igualmente útiles la *frecuencia* (en Hz) y la *frecuencia angular* (en rad/s), cuya conocida relación podemos v er en el siguiente apartado.

9.12.2. Fórmulas

Velocidad angular:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

Frecuencia angular (para movimiento periódico):

$$\omega = 2\,\pi\,\upsilon = \frac{2\,\pi}{T}$$

(υ = frecuencia; T = periodo; θ = ángulo; t = tiempo).

9.12.3. Dimensiones

$$[\omega] = \mathrm{T}^{-1}$$

9.12.4. Unidad SI

Se puede considerar simplemente s^{-1}, pero es más conveniente tomar la unidad como:

rad/s (radián por segundo)

9.12.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

r.p.m. = rev/min (revoluciones/minuto) = 2 π /60 rad/s = 0,104 720 rad/s
rev/s = 2π rad/s = 6,283 185 rad/s
rev/hora = 2π /3 600 rad/s = $1{,}745\,329 \cdot 10^{-3}$ rad/s
rev/día = 2π /86 400 rad/s = $7{,}272\,205 \cdot 10^{-5}$ rad/s
1°/s = grado/s = 2π/360 rad/s = $1{,}745\,329 \cdot 10^{-2}$ rad/s
1°/año = $5{,}530 \cdot 10^{-10}$ rad/s
1′/año = $9{,}217 \cdot 10^{-12}$ rad/s
1″/año = $1{,}536 \cdot 10^{-13}$ rad/s

9.12.6. Constantes y valores concretos

Velocidad angular en diversos casos:

Objeto	ω (rad/s)
Rotación de la Tierra	$7{,}291\,954 \cdot 10^{-5}$
Rotación de un púlsar	≈ 6 a 1 000
Ultracentrífugas industriales	$\approx 10^6$
Motor de automóvil	≈ 400
Turbina en central eléctrica	≈ 300
Precesión de la Tierra (el eje describe un cono)	$\approx 7{,}728 \cdot 10^{-12}$ (= 50,32″/año)
Rotación de los ejes de la órbita de Mercurio debido al campo gravitatorio del Sol, de acuerdo con la Relatividad General	$\approx 43{,}0''$/siglo = $6{,}606 \cdot 10^{-14}$ rad/s
Id. para la órbita de la Tierra	$\approx 2{,}8''$/siglo = $4{,}302 \cdot 10^{-15}$ rad/s

9.13. ACELERACIÓN ANGULAR, α

9.13.1. Observaciones y definición

Es una magnitud que indica la rapidez de cambio de la velocidad angular. Se define como «la derivada de la velocidad angular respecto al tiempo».

9.13.2. Fórmulas

Según la definición es:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \qquad \alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

(ω = velocidad angular; θ = ángulo; t = tiempo).

9.13.3. Dimensiones

$$[\alpha] = T^{-2}$$

9.13.4. Unidad SI

$\boxed{\text{rad/s}^2}$ (radián por segundo cuadrado)

9.13.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$\text{rev} \cdot \text{min}^{-2} = 2\pi/3600 \text{ USI} = 1{,}745\,329 \cdot 10^{-3} \text{ USI}$
$\text{rev} \cdot \text{s}^{-2} = 2\pi \text{ USI} = 6{,}283\,185 \text{ USI}$
$\text{grado} \cdot \text{s}^{-2} = 2\pi/360 \text{ USI} = 1{,}745\,329 \cdot 10^{-2} \text{ USI}$

9.14. MASA (MASA GRAVITATORIA) (MASA DE INERCIA), *m*

9.14.1. Observaciones y definición

La masa es una de las magnitudes básicas del SI.

Masa de inercia (o simplemente «masa») de un cuerpo es un concepto que indica su inercia en el movimiento (la tendencia a oponerse a los cambios de velocidad).

Masa gravitatoria es la magnitud que posee un cuerpo que es responsable de la fuerza gravitatoria (sobre ella actúa el campo gravitatorio y a su vez es la magnitud creadora del campo gravitatorio). En muchas experiencias se ha tratado de averiguar si existe independencia entre ambas masas, de inercia y gravitatoria, con el resultado de que, en el orden de precisión de las técnicas actuales, son magnitudes inseparables. La Relatividad general lleva a la conclusión de que la masa de inercia y la masa gravitatoria son la misma cosa.

La Relatividad restringida, por otra parte, establece que la masa de un cuerpo no es constante, sino que depende de la velocidad. Este hecho, sin embargo, no tiene relevancia para velocidades moderadas; sólo es apreciable cuando la velocidad del cuerpo es comparable a la velocidad de la luz (puede verse la fórmula en la siguiente sección).

Desde la antigüedad se viene utilizando la masa (o el peso) como medida de la cantidad de un producto o sustancia. Ello no debe inducir a confusión con la actual magnitud denominada «cantidad de sustancia» que expresa el número de moles.

9.14.2. Fórmulas

Ley de Newton (ley de la inercia o segunda ley):

$$F = m\,a$$

Ley de la Gravitación Universal de Newton:

$$F = G\,\frac{m_1\,m_2}{r^2}$$

Fórmulas de la Relatividad de Einstein:

$$m = m_0\,\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$E = mc^2$ (véase la sección 9.17.2)

(m_1, m_2 = masas de dos partículas; G = constante universal de la gravitación; r = distancia; m_0 = masa en reposo; v = velocidad; c = velocidad de la luz en vacío).

9.14.3. Dimensiones

$$[m] = \mathrm{M}$$

9.14.4. Unidad SI

kg

Los prefijos decimales deben aplicarse al gramo.

9.14.5. Otras unidades y su relación la Unidad SI (USI)

UCGS = gramo (g) = 10^{-3} kg (exactamente)
tonelada, tonelada métrica (t) = 10^{3} kg (exactamente)

quintal métrico = 10^2 kg (exactamente)
libra (libra internacional) (valor actual) (avoirdupoids) (lb) = 0,453 592 37 kg (exactamente)(*)
pound = libra (traducción del inglés al español) (lb)
libra troy (joyería, etc.) (pound troy) (lb t) (apoth lb) = 0,373 241 722 kg
ton UK = 2 240 lb = 1,016 047 · 10^3 kg
ton long US = ton UK = 1,016 047 · 10^3 kg
ton short US (sh tn) = 2 000 lb = 907,184 74 kg
cwt UK (hundredweight) («quintal») = 112 lb = 50,802 345 44 kg
cwt long US = cwt UK = 50,802 345 44 kg
cwt short (US) (sh cwt) (cental UK) = 100 lb = 45,359 237 kg
slug = lbf/(ft/s^2) = 14,593 903 kg
quarter (qu, «cuarto») = 28 lb = 12,700 586 36 kg
stone («piedra») = 14 lb = 6,350 293 18 kg
stone customary = 8 lb = 3,628 739 kg
ounce («onza») = 1/16 de libra = 28,349 523 · 10^{-3} kg
ounce troy = 1/12 de libra troy = 31,103 476 · 10^{-3} kg
dram (avoirdupoids, «adarme») = 1/256 de libra = 1,771 845 2 · 10^{-3} kg
scruple = 1/350 de libra = 1,295 978 2 · 10^{-3} kg
dram troy (apoth dram) = 1/96 de libra troy = 3,887 934 6 · 10^{-3} kg
pennyweight (troy) = 1/240 de libra troy = 1,555 173 84 · 10^{-3} kg
grain («grano») = 1/7 000 de libra = 1/5 760 de libra troy = 64,798 91 · 10^{-6} kg
unidad técnica de masa (Utm) = 9,806 65 kg (exactamente)
masa solar (m_{SOL}) = 1,987 · 10^{30} kg
unidad de masa atómica (antigua escala física) (uam) = 1,659 9 · 10^{-27} kg
unidad de masa atómica (antigua escala química) (uam) = 1,660 540 2 · 10^{-27} kg
unidad de masa atómica unificada: u = 1,660 538 73 · 10^{-27} kg
(u se define como la doceava parte de la masa del átomo neutro de Carbono 12)
unidad gamma (Química, Farmacia) (γ) = 1 μg = 10^{-9} kg (exactamente)
quilate (quilate métrico) (joyería) (q) = 200 mg = 2 · 10^{-4} kg (exactamente)
quilate (unidad de concentración, joyería) = 1/24 de metal precioso puro (24 quilates es metal puro; 12 quilates es 50 %)
Además, teniendo en cuenta la relación de la masa en reposo y la energía ($E = m c^2$), se puede expresar la masa en unidades de energía, siendo la equivalencia más usada:

$$\text{MeV} = \text{MeV}/c^2 = 1{,}602\,177 \cdot 10^{-13}\ \text{J} = 1{,}782\,662\,7 \cdot 10^{-30}\ \text{kg}$$
$$\text{GeV} = \text{GeV}/c^2 = 1{,}602\,177 \cdot 10^{-10}\ \text{J} = 1{,}782\,662\,7 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$$

(*) La libra fue definida usando un patrón de platino, por una ley promulgada en Inglaterra el año 1878. Han existido equivalencias algo diferentes. Así, la libra imperial de Inglaterra (0,453 592 338 kg), la de USA (0,453 592 427 7 kg) y la de Canadá (0,453 592 430 kg). En 1959 se adoptó el valor actual: 0,453 592 37 kg exactamente, en cualquier lugar.

9.14.6. Constantes y valores concretos

Masa de algunos objetos de interés:

Objeto	masa (kg)
protón	$1{,}672\,623\,1 \cdot 10^{-27}$
neutrón	$1{,}674\,928\,6 \cdot 10^{-27}$
electrón	$0{,}910\,938 \cdot 10^{-30}$
muón (μ)	$1{,}883\,56 \cdot 10^{-28}$
taón (τ)	$3{,}168 \cdot 10^{-27}$
quark u	$\approx 0{,}9 \cdot 10^{-29}$
quark d	$\approx 2 \cdot 10^{-29}$
quark s	$\approx 35 \cdot 10^{-29}$
quark c	$\approx 230 \cdot 10^{-29}$
quark b	$\approx 770 \cdot 10^{-29}$
quark t	$\approx 32\,000 \cdot 10^{-29}$
bosón $W^{\pm}$	$1{,}432\,01 \cdot 10^{-25}$
bosón Z°	$1{,}625\,56 \cdot 10^{-25}$
mesón $\pi^{\pm}$	$2{,}488\,032 \cdot 10^{-28}$
mesón π^{0}	$2{,}406\,63 \cdot 10^{-28}$
deuterón	$3{,}343\,583 \cdot 10^{-27}$
partícula α	$6{,}644\,656 \cdot 10^{-27}$
defecto de masa de la partícula α	$5 \cdot 10^{-29}$
átomo de hidrógeno	$1{,}673\,534\,0 \cdot 10^{-27}$
locomotora eléctrica	$80 \text{ a } 140 \cdot 10^{3}$
locomotora diesel	$1\,100 \text{ a } 160 \cdot 10^{3}$
locomotora de vapor	$100 \text{ a } 180 \cdot 10^{3}$
masa por eje en locomotoras	$20 \cdot 10^{3}$
avión comercial	$50 \cdot 10^{3}$
estación orbital internacional ISS	$4{,}5 \cdot 10^{5}$
avestruz	150
los menores mamíferos (suncus etruscus)	$2 \cdot 10^{-3}$
el mayor animal (ballena azul)	$1{,}4 \cdot 10^{5}$
el mayor pez (tiburón ballena)	$2 \cdot 10^{4}$
Tierra	$5{,}974\,2 \cdot 10^{24}$
núcleo de la Tierra	$1{,}883 \cdot 10^{24}$
atmósfera de la Tierra	$5 \cdot 10^{18}$
océanos de la Tierra	10^{20}
Luna	$7{,}348\,3 \cdot 10^{22}$
Mercurio	$3{,}304 \cdot 10^{23}$
Venus	$4{,}869 \cdot 10^{24}$
Marte	$6{,}416 \cdot 10^{23}$
Júpiter	$1{,}895 \cdot 10^{27} = 10^{-3}\ m_{sol}$
Saturno	$5{,}686 \cdot 10^{26}$
Phobos (satélite de Marte)	10^{16}

Continúa

Continuación

Objeto	masa (kg)
Titán (satélite de Saturno)	$1{,}35 \cdot 10^{23}$
Ganímedes (satélite de Júpiter)	$1{,}48 \cdot 10^{23}$
Sol	$1{,}9891 \cdot 10^{30}$
enana blanca	$2{,}7 \cdot 10^{30} = 1.4\ m_{sol}$
estrella de neutrones	$4{,}7 \cdot 10^{30} = 2{,}4\ m_{sol}$
agujero negro	$\geq 5 \cdot 10^{30} = 2{,}5\ m_{sol}$
agujero negro central en Vía Láctea (SgrA*)	$\approx 6 \cdot 10^{36} = 3 \cdot 10^{6}\ m_{sol}$
Galaxia (Vía Láctea)	$\approx 10^{42} = 10^{12}\ m_{sol}$
Universo	$\approx 10^{53} = 10^{11}\ m_{galaxia}$

9.14.7. Unidades antiguas

adarme (España) (México) = 36 granos = $1{,}797\ 238 \cdot 10^{-3}$ kg
arbate (Portugal) = 0,458 921 kg
arralde (Vizcaya) = 1,952 kg
arroba
- (Brasil) = 14,689 6 kg
- (Colombia) = 12,5 kg
- (La Coruña) = 14,375 kg
- (Cuba, El Salvador, Guatemala, Paraguay, México…) = 11,5 kg
- (España) = 25 libras castellanas = 400 onzas (España) = 11,502 325 kg
- (Gerona) = 10,40 kg
- (Guipúzcoa) = 12,5 kg
- (Honduras) = 11,340 kg
- (Lérida) = 10 kg
- (Navarra) = 13,392 kg
- (Oviedo) = 14,377 91 kg
- (El Salvador) = 11,499 kg
- (Valencia) = 11,78 kg
- (Vizcaya) = 12,2 kg

as (Holanda) = $1{,}201\ 274 \cdot 10^{-3}$ kg
batman de Cherray = 5,751 7 kg
batman de Tauris = 2,875 8 kg
berkovitz (Rusia) = 163,805 kg
cabán de arroz (Filipinas) = 58,432 kg
- café = 23,925 kg
- cacao = 40,488 kg
- trigo = 69,014 kg

cantar (Malta) = 79,379 kg
carga
- (Colombia) = 125 kg
- (Tarragona) = 100 kg (ó 140 kg)

carro (valor de unas decenas de kg)
carretada (Cádiz) = 690 kg
catti (Filipinas) = 0,632 2 kg
catty (China, Japón) = 0,589 607 kg (y otros valores)
centnar (Polonia) = 4,095 12 kg
centner
(Dinamarca) (Suiza) = 50,00 kg
(Suecia) = 42,507 kg
(Viena) = 56,149 75 kg
ceracio (antigüedad) = $0{,}2 \cdot 10^{-3}$ kg
chalcas (antigüedad) = $0{,}1 \cdot 10^{-3}$ kg
chequec (Constantinopla) = $16{,}034 \cdot 10^{-3}$ kg
chi (Siam) = 2 453,676 kg
cuartal (León) =10,58 kg
cuarterón = $^1/_4$ de libra castellana = 0,115 023 kg
cuartilla = $^1/_4$ de arroba (España) = 2,875 581 kg
cuartillo (Huelva) = 2,875 kg
darchma (Polonia) = $3{,}168 \cdot 10^{-3}$ kg
decina = 10 libras de Roma = 3,391 21 kg
derham (Persia) = 9,79 kg
dineral
de oro = 96 granos = $4{,}793 \cdot 10^{-3}$ kg
plata = 288 granos = $14{,}378 \cdot 10^{-3}$ kg
dinero (España) = escrúpulo = 240 granos = $1{,}198\,16 \cdot 10^{-3}$ kg
dinero imperial (antigüedad) = $3{,}5 \cdot 10^{-3}$ kg
docena (Navarra) = 4,464 kg
doli (Rusia) = 0,045 kg
doppelcentner (metrischer zentner) (Alemania) = 10^2 kg
dracma (España) = 1/8 de onza = $3{,}594\,5 \cdot 10^{-3}$ kg
dracma (antigua Grecia)
valor ático = $4{,}35 \cdot 10^{-3}$ kg
valor egineta = $6{,}30 \cdot 10^{-3}$ kg
enquel (Holanda) = $38{,}440\,77 \cdot 10^{-3}$ kg
erralde (Vizcaya) = 4,88 kg
escrúpulo (España) = dinero = $1{,}198\,16 \cdot 10^{-3}$ kg
fanega
(Álava) (cereales, frutas) = 42,320 kg (ó 25 kg) (ó 45 kg)
(Badajoz) = 46 kg (ó 28 kg) (ó 60 kg)
(Salamanca) = 43,24 kg (ó 32,2 kg) (ó 25 kg)
funt
(Polonia) = 0,405 50 kg
(Viena) = 0,56 kg
funti (Fiume) = 0,558 701 kg

gerah (antiguo Israel) =0,624 · 10^{-3} kg
gran (Polonia) = 44 · 10^{-6} kg
granik (Polonia) = 8 · 10^{-6} kg
grano
(España) = 1/576 de onza = 49,923 3 · 10^{-6} kg
(Francia) = 53,0 · 10^{-6} kg
(Inglaterra) = 1/7 000 de libra = 64,798 91 · 10^{-6} kg
(antigua Asiria) = 0,68 · 10^{-3} kg
gros (Francia) = 3,820 · 10^{-3} kg
halda (Cádiz) = 66 kg
handred (Inglaterra) = cwt UK = 112 libras = 50,802 345 kg
hémina (León) = 16,64 kg
heller (Dinamarca) = 0,46 · 10^{-3} kg
hogaza de pan (Huelva) = 1,382 kg
kamien (Polonia) = 1,023 780 kg (ó 10,137 6 kg)
kantar (Rumania) = 56,45 kg
kin (Japón) = 0,60 kg
korrel (Holanda) = 10^{-4} kg
kwan (Japón) = 3,75 kg
libra: en muchos países se ha tomado aproximadamente como 0,5 kg (El valor exacto adoptado ho y es de 0,453 592 37 kg, como se ha dicho en la sección 9.14.5).
libra castellana = 1/12 arrobas (España) = 0,460 093 kg
Albacete = 0,458 kg
Alicante = 0,533 kg
Amberes = 0,462 kg
Amsterdam = 0,494 09 kg (ó 1 kg)
Ancona =0,330 043 kg
Aquisgrán = 0,311 001 kg
Atenas = 0,450 kg
Augsburgo
(pequeña) = 0,472 657 kg
(grande) = 0,491 112 kg
Austria = 0,560 012 kg
Baleares (Palma)= 0,407 kg
Barcelona = 0,400 kg
Barcelona (medicinal) = 0,300 kg
Basilea = 0,489 503 kg
Baviera = 0,560 kg
Bérgamo
(gruesa) = 0,815 653 kg
(sutil) = 0,326 227 kg
Bergen = 0,499 935 kg

Berlín = 0,468 kg
Berna = 0,522 223 kg
Bolonia = 0,361 957 kg
Brasil = 0,459 05 kg
Bremen = 0,498 578 kg
Breslau = 0,405 273 kg
Bruselas= 0,477 70 kg
Cáceres = 0,456 kg
Canarias = 0,452 kg
Cassel = 0,486 004 kg
Cerdeña = 0,396 851 kg
Colonia = 0,467 539 kg
Constanza = 0,472 009 kg
Copenhague = 0,500 194 kg
La Coruña = 0,575 kg
Cremona = 0,327 847 kg
Cuba = 0,460 kg
Dantzick = 0,468 51 kg
El Salvador = 0,473 10 kg
Escocia = 0,492 419 kg
Ferrara = 0,345 859 kg
Ferrol = 0,570 kg
Florencia = 0,339 51 kg
Francia = 0,489 5 kg
Franfurt Mein = 0,467 15 kg
Génova
(gruesa) = 0,348 645 kg
(sutil) = 0,316 962 kg
(para moneda) = 0,317 kg
Gerona = 0,400 kg
Gibraltar = 0,459 kg
Ginebra
(fuerte) = 0,550 602 kg
(sutil) = 0,458 831 kg
Granada = 0,489 kg
Guipúzcoa = 0,492 kg
Haití = 0,489 50 kg
Hamburgo = 0,484 384 kg
Hannover = 0,486 652 kg
Holanda (para moneda) = 1,000 kg
Inglaterra (véase la sección 9.14.5)
Könisberg = 0,468 51 kg
Leipsick = 0,466 891 kg

Lérida= 0,401 kg
Lieja = 0,474 925 kg
Liorna = 0,339 51 kg
(para moneda) = 0,340 kg
Lisboa (arratel) = 0,451 kg
Lubeck = 0,484 709 kg
Luca
(gruesa) = 0,373 448 kg
(sutil) = 0,337 77 kg
Lugo = 0,575 kg
Luneburgo = 0,488 531 kg
Madera = 0,458 921 kg
Mahón = 0,437 kg
Malta (para moneda) = 0,317 kg
Manheim = 0,494 881 kg
Mantua = 0,315 602 kg
Marruecos = 0,539 717 kg
Mecklenburgo = 0,483 218 kg
Menorca = 1,197 kg
México = 0,460 25 kg
Milán
(gruesa) = 0,763 123 kg
(sutil) = 0,327 012 kg
Módena = 0,319 521 kg
Nápoles (para moneda) = 0,321 kg
Neuchâtel = 0,520 215 kg
Neuchâtel (para moneda) = 0,490 kg
Noruega = 0,491 kg
Nuremberg = 0,510 226 kg
Orense = 0,574 kg
Oviedo = 0,685 kg
Padua
(gruesa) = 0,478 715 kg
(sutil) = 0,340 158 kg
Pamplona = 0,372 kg
Parma = 0,326 422 kg
Patrás = 0,399 637 kg
Pernau = 0,416 612 kg
Perú = 0,460 09 kg
Piamonte = 0,368 875 kg
Pontevedra = 0,579 kg
Praga = 0,514 448 kg
Prusia = 0,467 702 kg

Ragusa = 0,374 064 kg
Ratisbona = 0,568 679 kg
Revel = 0,430 996 kg
Riga = 0,418 038 kg
Roma = 0,339 121 kg
Roma (para moneda) = 0,339 kg
Roma (antigüedad) = 0,331 kg
Rotterdam
(gruesa) = 0,494 039 kg
(sutil) = 0,409 288 kg
Rusia = 0,409 512 kg
Rusia (para moneda) = 0,410 kg
Sajonia = 0,467 141 kg
Salzburgo = 0,560 012 kg
Sicilia = 0,349 052 kg
Stralsund = 0,483 348 kg
Suecia (pund) = 0,425 082 kg
Tarragona = 0,400 kg
Teruel = 0,367 kg
Toscana = 0,339 581 kg
Trieste = 0,560 012 kg
Turín = 0,368 796 kg
Ulm = 0,468 705 kg
Valencia =0,355 kg
Varsovia = 0,377 866 kg
Venecia
(gruesa) = 0,477 109 kg
(sutil) = 0,301 282 kg
Verona
(gruesa) = 0,497 343 kg
(sutil) = 0,332 642 kg
Vizcaya = 0,488 kg
Vurtemberg = 0,467 728 kg
Vurtzburgo = 0,476 998 kg
Zaragoza = 0,350 kg
Zurich
(fuerte) = 0,527 277 kg
(sutil) = 0,46864 kg
lood (Holanda) = 10^{-2} kg
lot (Austria) = 4 quentel = $17{,}5 \cdot 10^{-3}$ kg
lot (Rusia) = $12{,}797 \cdot 10^{-3}$ kg
lut (Polonia) = 1,267 4 kg
lliura (Tarragona) = 0,40 kg

marco (España) = 12 onzas = 0,5 libras castellanas = 0,230 046 5 kg
marco
- Alemania = 0,233 855 kg
- Augsburgo = 0,236 037 kg
- Austria = 0,280 743 kg
- Berna = 0,246 877 kg
- Brasil = 0,229 52 kg
- Breslau = 0,204 613 kg
- Colonia = 0,233 769 kg
- Cracovia = 0,198 846 kg
- Dinamarca = 0,235 389 kg
- Ginebra = 0,245 231 kg
- Gotenburgo
  - (para el oro) = 0,444 084 kg
  - (para la plata) = 0,424 743 kg
- Holanda (antiguo) = 0,246 080 kg
- Koeinsberg = 0,195 898 kg
- Lieja = 0,246 028 kg
- Lisboa = 0,229 460 kg
- Madera = 0,229 250 kg
- Milán = 0,235 033 kg
- Múnich = 0,238 891 kg
- Nuremberg = 0,237 786 kg
- Praga = 0,253 725 kg
- Prusia = 0,233 855 kg
- Revel = 0,215 498 kg
- Riga = 0,209 018 kg
- Sajonia = 0,233 452 kg
- Stocolmo = 0,210 574 kg
- Turín = 0,245 935 kg
- Varsovia = 0,201 697 kg
- Venecia = 0,238 531 kg
- Wilna = 0,194 764 kg
- Wurtemberg = 0,233 904 kg
- Zurich = 0,234 346 kg

metical
- Alepo = $4{,}729 \cdot 10^{-3}$ kg
- Argel = $4{,}729 \cdot 10^{-3}$ kg
- Trípoli = 4,768 kg
- Túnez = 3,932 kg

millar = tonelada métrica = 10^3 kg
mina
- (antigua Francia) = 0,746 kg

(antigua Grecia)
valor ático = 0,435 kg
valor egineta = 0,630 kg
(antiguo Israel) = 0,624 kg
miscal
(Basora) = $4{,}665 \cdot 10^{-3}$ kg
(Calicut) = $4{,}470 \cdot 10^{-3}$ kg
mome (Japón) = $3{,}75 \cdot 10^{-3}$ kg
óbolo (España) = 12 granos = $0{,}599\ 08 \cdot 10^{-3}$ kg
(antigua Grecia)
valor ático = $0{,}725 \cdot 10^{-3}$ kg
valor egineta = $1{,}05 \cdot 10^{-3}$ kg
(antigua Roma) = $0{,}568 \cdot 10^{-3}$ kg
occa (Chipre) = 0,126 797 kg
oka (Checoslovaquia) (Turquía) (Grecia) = 1,28 kg
oka nuevo (Grecia) = 1,25 kg
oke de Alepo = 1,266 683 kg
oke de Smirna = 1,284 825 kg
oke de Trípoli y Siria = 0,211 127 kg
oko (Polonia) = 0,122 854 kg
oncia (Holanda) = 0,1 kg
onza de Austria = 2 loth = $35{,}00 \cdot 10^{-3}$ kg
España = 1/16 de libra castellana = $28{,}755\ 81 \cdot 10^{-3}$ kg
Damasco = $29{,}804 \cdot 10^{-3}$ kg
Francia = $30{,}590 \cdot 10^{-3}$ kg
onza troy (Inglaterra), ounce = 1/12 de libra troy = $31{,}103\ 476\ 8 \cdot 10^{-3}$ kg (exactamente)
onza (onça) (Brasil) = $28{,}691 \cdot 10^{-3}$ kg
onza (Guatemala) = $28{,}756 \cdot 10^{-3}$ kg
onza (México) = $28,\ 765\ 40 \cdot 10^{-3}$ kg
onza (Valencia) = $29{,}585\ 8 \cdot 10^{-3}$ kg
onza (antigüedad) = $27{,}0 \cdot 10^{-3}$ kg
pagoda (Madras) = $3{,}401 \cdot 10^{-3}$ kg
peso (Gotemburgo)
para oro = 0,444 084 kg
para plata = 0,424 043 kg
peso corona (Ratisbona) = 0,429 592 kg
peso ducado (Ratisbona) = 0,225 507 kg
peso plata (Ratisbona) = 0,246 028 kg
pfennig (Austria) = tomin = $1{,}094 \cdot 10^{-3}$ kg
pfund (Alemania) (Austria) = 0,56 kg (ó 0,50 kg)
piastra (Filipinas) = $28{,}75 \cdot 10^{-3}$ kg
pico, pikol o pécul (Filipinas) = 63,32 kg

pikul (Japón) = 60 kg
pud (Rusia) = 16,380 5 kg
pund (Dinamarca) = 50,00 kg
quarteró (Gerona) = 2,60 kg
quentel (Austria) = hpfennig = $4{,}375 \cdot 10^{-3}$ kg
quintal grande (Badajoz) = 50 kg
quintal
(Brasil) = 58,758 kg
(España) = 100 libras castellanas = 46,009 3 kg
(Francia) = 48,95 kg
(Honduras) = 45,359 kg
(Lugo) = 57,50 kg
(México) = 46,025 kg
(Noruega) = 49,811 kg
(Oviedo) = 57,512 kg (ó 70,854 kg)
(Paraguay) = 46,008 kg
(Perú) = 46,009 kg
(antigua Roma) = 29,717 kg
(Valencia) = 51,12 kg
quintal métrico = 100 kg
ralde (Guipúzcoa) = 5 kg
rotolo de Abisinia = 0,311 001 kg
Alejandría (el forfori) = 0,423 869 kg
Alejandría (el zaidini) = 0,605 481 kg
Argel = 0,539 717 kg
Candia = 0,527 601 kg
Chipre = 2,378 384 kg
Damasco = 1,185 829 kg
El Cairo = 0,431 125 kg
Malta = 0,791 499 kg
Nápoles = 0,890 632 kg
Orán = 0,503 758 kg
Trípoli = 0,507 969 kg
rotolo grosso de Sicilia = 0,877 392 kg
rotolo sottile de Sicilica = 0,797 629 kg
rotul (Túnez) = 0,503 660 kg
saco (Colombia) = 62,5 kg
saco (Tarragona) = 58,5 kg
sarrió (Gerona) = 62,40 kg
schifflast (Austria) (≈ tonelada) = $1{,}120 \cdot 10^{-3}$ kg
seqel (antiguo Israel) = $12{,}48 \cdot 10^{-3}$ kg
sicca (Bengala) = $11{,}636 \cdot 10^{-3}$ kg
silicua (antigüedad) = $0{,}2 \cdot 10^{-3}$ kg

skrupul (Polonia) = $1{,}056 \cdot 10^{-3}$ kg
solotnic (Rusia) = $4{,}266 \cdot 10^{-3}$ kg
stater (Grecia) = 56,32 kg
stein (Austria) = $11{,}200 \cdot 10^{-3}$ kg
tabnú (antiguo Egipto) = 0,09 kg
talento
(antigua Asiria) = 30 kg
(antiguo Egipto) = 0,09 kg
(antigua Fenicia) = 4 kg
(antigua Grecia
valor ático = 26,1 kg
valor egineta = 37,8 kg
(antiguo Israel) = 37,44 kg
terça (Gerona) = 0,40 kg
tinaja de aceite de la Laguna (Filipinas) = 46,009 kg
tola (Bombay) = $11{,}597 \cdot 10^{-3}$ kg
tomín, óbolo (España) = 12 granos = $0{,}599\ 08 \cdot 10^{-3}$ kg
ton (tonelada inglesa, ton UK) = 1 016,047 kg
tonelada (antigua) (España) = 20 quintales = 80 arrobas = 920,186 kg
tonelada (antigua, Brasil) = 793,238 kg
tonelada antigua para buques
(España) = 54 arrobas = 621,13 kg
(Francia) = 920,19 kg
(Filipinas) = 1 015,94 kg
uncja (Polonia) = 2,534 4 kg
vakia (Moka) = $30{,}97 \cdot 10^{-3}$ kg
vakia o tary (Basora) = 0,538 583 kg
wigte o esterling (Holanda) = 10^{-3} kg
zenta (Viena) = 56,00 kg
zentener (Austria) (Alemania) = 100 pfund = 56,00 kg (ó 50,00 kg)
zolotnick (Rusia) = $4{,}266 \cdot 10^{-3}$ kg

9.15. FUERZA, *F*, *f*

9.15.1. Observaciones y definición

La fuerza en Mecánica puede estudiarse desde el punto de vista de la Estática: equilibrio en un sistema de fuerza; o de la Dinámica: las fuerzas son causa de los cambios en el momento o cantidad de movimiento, y los momentos de las fuerzas son causa de los cambios en el momento angular o cinético.

En el Universo, la Física considera cuatro tipos de campos de fuerzas: «fuerte», «débil», «electromagnético» y «gravitatorio». Los tres primeros campos pa-

recen ya unificados según la Física teórica (de hecho, la unificación «electro-débil» se ha comprobado con la detección de los bosones W y Z). Queda por aclarar la relación del campo gravitatorio con los otros.

9.15.2. Fórmulas

Ley de la inercia o segunda ley de Newton:

$$\vec{F} = m\,\vec{a}$$

(m = masa de la partícula, a la que se aplica la fuerza $\vec{F}$ y le produce una aceleración $\vec{a}$).

9.15.3. Dimensiones

$$[F] = \mathrm{L\ M\ T^{-2}}$$

9.15.4. Unidad SI

$$\mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-2}} \equiv \boxed{\mathrm{N}}\ \text{(newton)}$$

9.15.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS ≡ dina (dyn) = $\mathrm{g \cdot cm \cdot s^{-2}} = 10^{-5}$ N (exactamente)
kilogramo fuerza, kilopondio (kg, kgf, kp) = 9,806 65 N (exactamente)
gramo fuerza, pondio (g, gf) = $9{,}806\ 65 \cdot 10^{-3}$ N (exactamente)
tonelada (tonelada métrica fuerza, tf) = $9{,}806\ 65 \cdot 10^{3}$ N (exactamente)
steno, sthene = $\mathrm{t \cdot m \cdot s^{-2}} = 10^{3}$ N (exactamente)
libra fuerza (lb, lbf) = 4,448 221 615 N
pound = libra (traducción inglés-español) (ver línea anterior)
poundal = $\mathrm{lbf \cdot ft \cdot s^{-2}}$ = 0,138 255 N (no confundir con pound o libra)
ton UK = ton long US (fuerza) = 2 240 lbf = 9 964,016 42 N
ton US (short) (fuerza) = 2 000 lbf = 8 896,443 23 N
cwt UK = cwt long US (fuerza) = 112 lbf = 498,200 821 N
cwt US (short) (fuerza) = 100 lbf = 444,822 162 N
quarter (fuerza) = 28 lbf = 124,550 2 N
stone (fuerza) = 14 lbf = 62,275 103 N
ounce (fuerza) = 1/16 de lbf = 0,278 013 85 N
dram (fuerza) = 1/256 de lbf = $17{,}375\ 865 \cdot 10^{-3}$ N
grain o grano (fuerza) = 1/7 000 de lbf = $0{,}635\ 460\ 231 \cdot 10^{-3}$ N

No debe confundirse la unidad de fuerza poundal (= 0,138 255 N) con la libra, que en inglés se escribe *pound* y también se toma como unidad de fuerza (lbf = 4,448 221 615 N).

Además de las unidades citadas aquí, pueden considerarse otras muchas a partir de las unidades de masa. En efecto, cualquier unidad de masa, expresada en kg, al multiplicarla por 9,806 65 origina una unidad de fuerza expresada en USI (newton). Por ejemplo, la unidad de masa *ounce troy,* que equivale a 0,031 103 476 kg, origina la correspondiente unidad *ounce troy fuerza* = 0,305 021 N.

9.15.6. Constantes y valores concretos

Fuerza de tracción de un automóvil moderno: $F \approx 4\,000$ N
Fuerza de tracción de un motor de avión moderno: $F \approx 10^5$ N
Fuerza de tracción de una locomotora: $F \approx 10^5$ N
Fuerza propulsora del *Discovery* (tres motores) (año 1998): $F = 3 \cdot 10^7$ N
Tracción que soporta el cable del puente colgante de Akashi Kaikyo (Japón): $F = 1{,}2 \cdot 10^6$ N
Fuerza gravitatoria entre el Sol y la Tierra: $F = 3{,}5 \cdot 10^{22}$ N
Fuerza gravitatoria entre la Tierra y la Luna: $F = 2 \cdot 10^{20}$ N
Fuerza electrostática protón-electrón en el átomo de hidrógeno: $F = 8{,}25 \cdot 10^{-8}$ N
Fuerza gravitatoria entre las dos partículas citadas en átomo H: $F = 4 \cdot 10^{-47}$ N
Fuerza de la presión de radiación solar sobre la Tierra: $F = 2 \cdot 10^8$ N
Fuerza de la presión de radiación solar sobre una «vela» de 100 m^2 (situada en la región donde se encuentra la Tierra): $F = 1{,}6 \cdot 10^{-4}$ N

9.15.7. Unidades antiguas

Las unidades antiguas de fuerza y peso eran las mismas que lasde masa (véase sección 9.14.7)

9.16. PESO, *P*, (*p*, *w*)

9.16.1. Observaciones y definición

Se llama *peso* a la fuerza que ejerce la gra vedad terrestre sobre un cuerpo dado. Dicha fuerza se obtiene multiplicando la masa del cuerpopor la intensidad del campo gravitatorio terrestre, *g*, en el lugar geográfico donde se halla el cuerpo. El peso de un cuerpo es, por tanto, variable, dependiendo del valor de *g* en cada lugar, mientras la masa es independiente y propia de cada cuerpo. También se llama «peso» de un cuerpo al que tiene en la superf icie de la Luna o en cualquier otro lugar.

Muchas veces, sin embargo, en el lenguaje corriente, se habla del «peso de un cuerpo» queriendo hacer referencia a la *masa* («un hombre que pesa 70 kg»; «una locomotora que pesa 100 toneladas»).

9.16.2. Fórmulas

$$\vec{P} = m\,\vec{g}$$

(P = peso; m = masa del cuerpo; g = campo gravitatorio). El «campo gravitatorio» $\vec{g}$ que se mide en cada lugar de la Tierra incluye no sólo el efecto newtoniano de la gravitación universal, sino también el efecto de la inercia por la rotación de la Tierra.

9.16.3. Dimensiones

Como las de fuerza:

$$[P] = \mathrm{L\ M\ T^{-2}}$$

9.16.4. Unidad SI

La de fuerza:

N (newton)

9.16.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Véanse las unidades de fuerza (sección 9.15.5), por ejemplo:

$$\mathrm{kg = kgf = 9{,}806\ 65\ N \approx 0{,}980\ 665\ daN}$$
$$\mathrm{UCGS = dyn = 10^{-5}\ N}$$

9.16.6. Constantes y valores concretos

Peso aproximado de un hombre medio (m = 70 kg), en distintos lugares.

En la Tierra:	P = 700 N
En la Luna	P = 113 N
En Marte	P = 260 N
En Júpiter	P = 1 600 N
En Phobos (sat. Marte)	P = 0,7 N

9.16.7. Unidades antiguas

Eran las mismas que las de masa (sección 9.14.7). Tengamos en cuenta que para la fuerza y el peso el factor de conversión a la unidad SI es: 1 kg = 9,806 65 N.

9.17. ENERGÍA. TRABAJO. CALOR *W*, *E*, *Q*, (*U*, *A*, *T*)

9.17.1. Observaciones y definición

La *energía* se da en la Naturaleza de muchas formas (ener gía cinética, energía potencial gravitatoria, energía electrostática, energía electromagnética, energía calorífica, etc.). Se relaciona con el *trabajo* (es una «capacidad de realizar trabajo»). En todas sus formas, la energía y el trabajo tienen las mismas dimensiones y unidades.

Los símbolos que se recomiendan son: energía *E,W*; trabajo *W*; energía cinética E_k, *T*; energía potencial E_p, *V, F*.

9.17.2. Fórmulas

Definición de trabajo de una fuerza:

$$dW = \vec{F} \cdot \vec{dl}$$

($\vec{dl}$ vector desplazamiento que experimenta el punto de aplicación de la fuerza $\vec{F}$).

Energía en reposo de una partícula

$$E = m_o c^2$$

Energía total de una partícula:

$$E_T = mc^2$$

Energía cinética de una partícula:

$$E_k = (m - m_o) c^2$$

(m_o = masa en reposo; c = velocidad de la luz en el vacío; m = masa relativista de la partícula, $m = m_o/\sqrt{1 - v^2/c^2}$).

Para $v << c$, la energía cinética resulta (siendo $m \approx m_o$):

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2$$

9.17.3. Dimensiones

$$[E] = [W] = \mathrm{L^2\ M\ T^{-2}}$$

9.17.4. Unidad SI

$$\mathrm{m^2\ kg\ s^{-2}} \equiv \mathrm{N \cdot m} \equiv \boxed{\mathrm{J}}$$ (joule, julio)

9.17.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = ergio (erg) = 10^{-7} J (exactamente)
kilográmetro (kgm, kgf · m) = 9,806 65 J (exactamente)
kilowatio hora (kWh) = $3{,}6 \cdot 10^{6}$ J (exactamente)
GWh = $3{,}6 \cdot 10^{12}$ J (exactamente)
electrón voltio (eV) = $1{,}602\,177 \cdot 10^{-19}$ J
MeV = $1{,}602\,177 \cdot 10^{-13}$ J
cal (caloría termoquímica o común, cal) = 4, 184 J (exactamente)
caloría IT (International Table) (usada en la producción de energía) = 4, 186 8 J
caloría 15° C (cal_{15}, en desuso) = 4, 1855 J
kcal= 4 184 J
frigoría (= 1 kcal en refrigeración) = 4 184 J
termia = 10^{6} cal = $4{,}184 \cdot 10^{6}$ J
british termal unit (Btu) = $1{,}055\,06 \cdot 10^{3}$ J
Therm (termia inglesa) = 10^{5} Btu = $1{,}055\,06 \cdot 10^{8}$ J
Quad = 10^{15} Btu = $1{,}055\,06 \cdot 10^{18}$ J
centigrade heat unit (Chu) = 1 898 J
libra pie (lbf · ft) = 1, 355 818 J
libra pulgada (lbf · in) = 0,112 984 84 J
poundal · pie (poundal · ft) = 0,042 14 J
poundal pulgada (poundal · in) = $3{,}511\,677 \cdot 10^{-3}$ J
caballo de vapor · hora (CVh) = $2{,}647\,796 \cdot 10^{6}$ J
horse power · hour (HPh) = $2{,}684\,520 \cdot 10^{6}$ J
atmósfera litro (atm · l) = 101,325 J (exactamente)
atmósfera pie cúbico (atm · ft^3) = $2{,}869\,276 \cdot 10^{3}$ J
ton (explosión equivalente a 1 t de TNT) = $8{,}368 \cdot 10^{9}$ J
megatón (id. 10^{6} t de TNT) = $8{,}368 \cdot 10^{15}$ J
tep (tonelada equivalente de petróleo) = 10^{7} kcal = $4{,}184 \cdot 10^{10}$ J
tec (tonelada equivalente de carbón) = $2{,}93 \cdot 10^{10}$ J
julio internacional (en desuso) = 1,000 17 J
u (masa atómica unificada) ($E = mc^2$) = 931,494 01 MeV = $1{,}492\,417\,78 \cdot 10^{-10}$ J
einstein = energía de 1 mol de fotones (monocromáticos).
Su valor depende de la frecuencia, de acuerdo con la fórmula:

$$\text{einstein} = N_A\, h\nu = 3{,}990\,312\,691 \cdot 10^{-10} \nu \text{ J}$$

9.17.6. Constantes y valores concretos

Energía cinética de un tren de «alta velocidad» (m = 600 t ; v = 350 km/h)

$$E \approx 2{,}8 \cdot 10^{9} \text{ J}$$

Energía cinética de un neutrón térmico

$$E \approx 0{,}025 \text{ eV} \approx 4 \cdot 10^{-21} \text{ J}$$

Energía en reposo de algunas partículas ($E = mc^2$)

protón: $E = 938,271\,998$ MeV $= 1,503\,277\,4 \cdot 10^{-10}$ J
neutrón: $E = 939,565\,330$ MeV $= 1,505\,350\,7 \cdot 10^{-10}$ J
deuterón: $E = 1\,875,613\,39$ MeV $= 3,005\,062\,6 \cdot 10^{-10}$ J
electrón: $E = 0,510\,998\,902$ MeV $= 8,187\,104\,13 \cdot 10^{-14}$ J

Energía de una partícula en el acelerador LHC del CERN:

$$E = 14 \text{ TeV} = 2,24 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

Energía de los fotones más energéticos observados de procedencia extragaláctica (1999):

$$E = 20 \text{ TeV} = 3,2 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

Energía máxima observada en partículas de rayos cósmicos (2005):

$$E = 10^{19} \text{ eV} \approx 1,602 \text{ J}$$

Energía equivalente a 1 kg de materia en reposo

$$E = 5,609\,589\,2 \cdot 10^{29} \text{ MeV} = 8,987\,551\,8 \cdot 10^{16} \text{ J}$$

Energía que se obtiene de 80 t de uranio en una central nuclear:

$$E = 15 \cdot 10^{9} \text{ kWh} = 5,4 \cdot 10^{16} \text{ J}$$

(lo que equivale a la energía que se obtiene de $7.5 \cdot 10^6$ t de carbón o $3.75 \cdot 10^6$ t de fuel).

Energía equivalente a 1 u de materia en reposo

$$E = 931,494\,013 \text{ MeV} = 1,492\,418 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

Energía total producida en la explosión de una estrella supernova:

$$E \approx 10^{45} \text{ J}$$

(lo que equivale a unas 10^{27} bombas de hidrógeno de 50 megatones).

Energía liberada en un terremoto y amplitud máxima de las ondas superficiales en el epicentro, en función de la magnitud del terremoto (valores calculados por fórmulas empíricas) (observemos que un terremoto de magnitud 8 equivale a tres bombas 40 megatones)

Magnitud	Energía (J)	Amplitud (m)
2	$4 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^{-3}$
3	10^6	$2 \cdot 10^{-2}$
4	$2,5 \cdot 10^8$	0,2
5	$6,3 \cdot 10^{11}$	2
6	$1,6 \cdot 10^{14}$	20
7	$4 \cdot 10^{15}$	200
8	10^{18}	$2 \cdot 10^3$
9	$2,5 \cdot 10^{20}$	$2 \cdot 10^4$
10	$6,3 \cdot 10^{22}$	$2 \cdot 10^5$

La *magnitud* de un terremoto se relaciona, como hemos visto, con la energía liberada en el foco (hipocentro). Sin embargo, la *intensidad* del terremoto se refiere a los efectos en un lugar geográfico (que generalmente no coincide con el epicentro o punto de la superficie en la vertical del hipocentro). F. Rossi, G. Mercalli, y C. F. Richter, entre otros, han contribuido a establecer una escala para la *intensidad*, que se mide mediante los efectos destructores (a partir de intensidad V comienzan a producirse daños en las construcciones; entre los grados VI y VII los daños ya afectan al hormigón y al hierro; los grados VIII y IX son muy destructivos y producen grietas y grandes deslizamientos de terreno. Los grados X, XI y XII llevan sucesivamente a la destrucción total de las construcciones y a cambios topográficos).

9.18. POTENCIA *P*

9.18.1. Observaciones y definición

La definición es: «la energía (o trabajo) desarrollada, transportada o absorbida por unidad de tiempo». Es el concepto de la rapidez de producción, transporte, absorción o disipación de la energía o trabajo. La energía puede tener cualquiera de sus formas (cinética, potencial, luminosa, calorífica, etc., etc.).

La potencia que emite una estrella (en forma de radiación electromagnética) se acostumbra a designar como *luminosidad,* y también *brillo;* se suele usar el símbolo *L*.

9.18.2. Fórmulas

$$P = \frac{dW}{dt}$$

(W = trabajo o energía; t = tiempo).

9.18.3. Dimensiones

$$[P] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-3}$$

9.18.4. Unidad SI

$$\mathrm{m}^2\,\mathrm{kg}\,\mathrm{s}^{-3} = \mathrm{J/s} \equiv \boxed{\mathrm{W}}\ \text{(vatio, watt)}$$

9.18.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg/s = 10^{-7} W (exactamente)
kgm/s = 9,806 65 W (exactamente)
caballo de vapor («métrico») (C.V.) = 75 kgm/s = 735,498 75 W
horse power (HP) = 745,700 W

(El HP fue definido en Inglaterra como la potencia necesaria para subir una masa de 550 lb a una velocidad de 1 pie/s siendo la gravedad terrestre normal).
cal/s = 4, 184 W
cal/h= 1,162 222 $\cdot 10^{-3}$ W
frigoría/segundo (= 1 kcal/s, en refrigeración) = 4 184 W
termia/s = 4,184 $\cdot 10^{6}$ W
Btu/s = 1 055, 06 W
Btu/h = 2, 293 072 W
poundal · pie/segundo (pd · ft · s^{-1}) = 0,042 140 W
poundal pulgada/segundo (pd · in · s^{-1}) = 3,511 677 $\cdot 10^{-3}$ W
libra pie/segundo (lbf · ft · s^{-1}) = 1, 355 818 W
eV/s = 1,602 176 46 $\cdot 10^{-19}$ W
MeV/h= 4.450 490 17 $\cdot 10^{-17}$ W

9.18.6. Constantes y valores concretos

Potencia radiada por el Sol: $P = 3{,}826 \cdot 10^{26}$ W (es la *luminosidad* del Sol; sección 14.5).
Potencia de la radiación solar que incide sobre la Tierra en total: $P = 1{,}767 \cdot \cdot 10^{17}$ W (de la cual se absorbe aproximadamente el 57%) (puede v erse la luminosidad aparente en la sección 14.17).
Masa que en cada segundo se transforma en energía en el Sol: 4. 10^{9} kg.
Potencia de un motor de avión comercial moderno: $P \approx 10^{7}$ W
Potencia de una locomotora: $P \approx 10^{7}$ W
Potencia de un barco: $P \approx 10^{7}$ W
Potencia radiada por un teléfono móvil*:* $P = 0{,}1$ a 0,2 W
Potencia de una central eléctrica nuclear: $P \approx 10^{9}$ W
Potencia de una central eléctrica térmica: $P \approx 10^{8}$ W
Potencia de la central eléctrica mareomotriz del estuario del La Rance (Francia): $P = 2{,}4 \cdot 10^{8}$ W
Potencia de un generador de turbina eólica: $P = 1{,}5 \cdot 10^{6}$ W
Potencia de un motor de automóvil moderno : $P \approx 100$ C.V = 7,355 $\cdot 10^{4}$ W
Potencia de un automóvil de competición «Fórmula I»: $P = 5{,}5 \cdot 10^{5}$ W
Potencia de un motor de tractor agrícola: $P \approx 180$ C.V = 1,32 $\cdot 10^{5}$ W
Potencia calorífica por la radiactividad de 1 g de uranio 238 : $P = 9{,}4 \cdot 10^{-8}$ W
Potencia calorífica por la radiactividad de 1m^3 de granito: $P = 3 \cdot 10^{-6}$ W
Potencia radiada por una estrella supernova: $P \approx 10^{45}$ W

La potencia radiada por las estrellas (la *luminosidad*) se acostumbra a dar con respecto a la luminosidad del Sol, y se refiere generalmente a la región visible del espectro. Por ejemplo:
Luminosidad de la estrella Polar (en Ursa Minor):

$$P = L \approx 6\,000\, L_{\text{Sol}} \approx 2{,}3 \cdot 10^{30} \text{ W}$$

Luminosidad de la estrella Sirius (en Canis Major):

$$P = L \approx 26\, L_{\text{Sol}} \approx 10^{28}\ \text{W}$$

Luminosidad de la estrella Rigel (en Orión):

$$P = L \approx 60\,000\, L_{\text{Sol}} \approx 2{,}3 \cdot 10^{31}\ \text{W}$$

9.19. PRESIÓN *p*

9.19.1. Observaciones y definición

Al definir la *presión* se indica que «es la fuerza que actúa sobre la unidad de superficie». Esto es así, pero al estudiar los fluidos conviene tener en cuenta que la presión no es una fuerza. La presión es una magnitud escalar mientras la fuerza es un vector. Por otra parte, la presión existe en cada punto de un fluido, aunque evidentemente no exista ninguna pared en el punto considera do. Ello no es óbice para que al introducir el concepto de presión hagamos referencia a que los fluidos siempre ejercen fuerzas empujando a las paredes con las que contactan, según la expresión:

$$\vec{dF} = p\, \vec{dS}$$

siendo $\vec{dS}$ el elemento de superficie de la pared (vector normal a la misma) y p la magnitud escalar *presión* . (Esta fuerza tiene su origen en el mo vimiento desordenado de las moléculas del fluido por la agitación térmica, que las lleva a chocar aleatoriamente con la pared).

(Para estudiar las tensiones en un material, pueden verse las correspondiente secciones en el capítulo de Elasticidad).

9.19.2. Fórmulas

Según la definición:

$$p = \frac{dF}{dS}$$

(F = fuerza; S = superficie o área).

9.19.3. Dimensiones

$$[p] = \text{L}^{-1}\ \text{M}\ \text{T}^{-2}$$

9.19.4. Unidad SI

$$\text{m}^{-1}\ \text{kg}\ \text{s}^{-2} \equiv \text{N/m}^2 = \boxed{\text{Pa}}\ \text{al)}$$

9.19.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS= baria = dyn/cm^2 = 0,1 Pa (exactamente)
atmósfera (atm) = 760 mm Hg = 1, 013 25 · 10^5 Pa (exactamente)
kg/cm^2 (atmósfera técnica, at) = 0,980 665 · 10^5 Pa (exactamente)
g/cm^2 = 0,980 665 · 10^2 Pa (exactamente)
bar = 10^5 Pa (exactamente)
milibar (mb, en Meteorología) = hPa = 10^2 Pa
torr = mm Hg = 133,322 4 Pa (exactamente)
m H_2O= 0,980 665 · 10^4 Pa (exactamente)
kg/mm^2 = 0,980 665 · 10^7 Pa (exactamente)
libra/$pulgada^2$ = lbf · in^{-2} (psi) = 6 894,757 Pa
libra/pie^2 (lbf · ft^{-2}) = 47,880 263 Pa
poundal/$pulgada^2$ (poundal · in^{-2}) = 214,295 7 Pa
poundal/pie^2 (poundal · ft^{-2}) = 1,488 164 Pa
pulgada de mercurio (in Hg) = 3 386, 388 Pa
pulgada de agua (in H_2O) = 249, 088 9 Pa

9.19.6. Constantes y valores concretos

presión atmosférica normal: 1,013 25 · 10^5 Pa = 101,325 kPa = 1 atm = = 760 mm = = 1 013,25 mb
presión en una borrasca media: p = 960 mb = 0,96 · 10^5 Pa
presion en el huracán Mich (Centroamérica 1998): p = 905 mb = = 0,905 · 10^5 Pa
presión mínima registrada en el huracán Gilbert (1988): p = 888 mb = = 0,888 · 10^5 Pa
presión en una caldera de vapor de una central térmica: $p \approx$ 180 atm ≈ ≈ 18 · 10^6 Pa
presión que se alcanza en un motor Diesel: $p \approx$ 60 atm = 6 MPa
presión (sobre la p ambiental) en una conducción de gas natural en la industria $p \approx$ 2kPa
presión (sobre la p ambiental) en una botella de butano $p \approx$ 2,8 kPa
presión (sobre la p ambiental) en una botella de propano $p \approx$ 4 kPa
presión (sobre la p ambiental) en el mar a 10 m de profundidad $p \approx$ ≈ 1 atm ≈ 10^5 Pa
presión crítica del H_2O: p_c = 2,205 · 10^7 Pa
presión del punto triple del H_2O: p_t = 610, 4 Pa
presión empleada en la cristalización de C en forma de diamante: p = 8 · 10^9 Pa
presión atmosférica en la superficie de Venus $p \approx$ 92 atm ≈ 9,2 · 10^6 Pa
presión atmosférica en la superficie de Marte: p = 5 mm Hg = 660 Pa
presión atmosférica en la superficie de la Luna: p = 10^{-10} Pa
presión del centro del Sol $p \approx$ 3,4 · 10^{11} atm ≈ 3,4 · 10^{16} Pa

presión en la Tierra a 500 km de profundidad: $p \approx 1{,}6 \cdot 10^5$ atm $\approx$ $\approx 1{,}6 \cdot 10^{10}$ Pa

presión de radiación solar en la Tierra: $p_r = 1{,}6 \cdot 10^{-6}$ Pa = 1,6 mPa

«tensión» o presión arterial en organismo humano (sobre la presión ambiental):

$$\begin{cases} p_{\max} \approx 120 \text{ mm Hg} \approx 16 \text{ kPa (se indica «12»)} \\ p_{\min} \approx 80 \text{ mm Hg} \approx 10{,}5 \text{ kPa (se indica «8»)} \end{cases}$$

presión en venas en organismo humano (sobre la presión ambiental) $p \approx 12$ mm Hg = 1,6 kPa

9.20. ACCIÓN *A*

9.20.1. Observaciones y definición

La *acción* es «el producto de una energía por el tiempo durante el cual se presenta». Es una magnitud que interviene en el principio de indeterminación:

$$\Delta p \cdot \Delta x \approx \hbar$$
$$\Delta L \cdot \Delta \theta \approx \hbar$$
$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar$$

(en donde Δ indica las indeterminaciones; p = cantidad de movimiento; x = coordenada de posición; L = momento cinético; E = energía; $\hbar$ = constante barrada de Planck; θ = ángulo).

9.20.2. Fórmulas

La acción es, por definición, el producto de energía por tiempo:

$$A = E \cdot t$$

9.20.3. Dimensiones

$$[A] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-1}$$

9.20.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{J} \cdot \mathrm{s}}$ (joule segundo) (julios segundo)

9.20.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg · s = 10^{-7} J · s
kgm · s (kgf · m · s) = 9,806 65 J · s (exactamente)
eV · s = 1,602 176 46 · 10^{-19} J · s
MeV · s = 1,602 176 46 · 10^{-13} J · s
libra pie · segundo (lbf · ft · s) = 1, 355 818 J · s

y cualquier unidad de energía multiplicada por cualquier unidad de tiempo.

9.20.6. Constantes y valores concretos

Constante de Planck ($E = h\upsilon$):

$$h = 6{,}626\,068\,76 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} = 4{,}135\,667\,27 \cdot 10^{-15}\ \text{eV} \cdot \text{s}$$

Constante barrada de Planck ($\hbar = h/2\pi$):

$$\hbar = 1{,}054\,571\,60 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} = 6{,}582\,118\,89 \cdot 10^{-16}\ \text{eV} \cdot \text{s}$$

9.21. DENSIDAD (DENSIDAD MÁSICA) *r*

9.21.1. Observaciones y definición

Se define como «el límite del cociente entre la masa y el volumen que la contiene». Es un escalar que puede tener un valor en cada punto de un medio material. También se da como valor concreto para una sustancia en condiciones termodinámicas determinadas.

9.21.2. Fórmulas

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

(m = masa; V = volumen).

9.21.3. Dimensiones

$$[\rho] = \mathrm{L}^{-3}\,\mathrm{M}$$

9.21.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{kg/m^3}}$$

9.21.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = g/cm^3 = 10^3 kg/m^3
g/m^3 = 10^{-3} kg/m^3
g/l = 1 kg/ m^3
tonelada/mm^3 (t/mm^3) = 10^{12} kg/m^3
Utm/m^3 = 9,806 65 kg/m^3 (exactamente)
libra/pie^3 (lb · ft^{-3}) = 16,018 463 kg/m^3
libra/pulgada^3 (lb · in^{-3}) = 2,767 990 · 10^4 kg/m^3
libra/yarda^3 (lb · yd^{-3}) = 0,593 276 42 kg/m^3
libra/galón US (lb/gal US) = 119,826 43 kg/m^3
libra/galón UK (lb/gal UK) = 99,776 37 kg/m^3
slug/pie^3 (sg · ft^{-3}) = 515,378 8 kg/m^3
slug/pulgada^3 (sg · in^{-3}) = 0,890 574 6 · 10^6 kg/m^3
slug/yarda^3 (sg · yd^{-3}) = 19,088 104 kg/m^3

y el cociente entre cualesquiera unidades de masa y volumen.

9.21.6. Constantes y valores concretos

Densidad del H_2O a 4 °C: $\rho = 10^3$ USI
Densidad del Hg a 0 °C: ρ = 13,595 1 · 10^3 USI
Densidad del aire seco a 0 °C y 1 atm: ρ = 1,288 94 USI
Densidad del vapor de H_2O a 0 °C y 1 atm: ρ = 0,803 08 USI
Densidad del vapor de H_2O a 100 °C y 1 atm: ρ = 0,587 86 USI
Densidad del H_2O en el punto crítico: ρ = 3,24 · 10^3 USI
Densidad de la sangre humana: ρ = 1,056 · 10^3 USI
Densidad media de la Tierra: ρ = 5,515 · 10^3 USI
Densidad media de la Luna: ρ = 3,344 · 10^3 USI
Densidad media del Sol: ρ = 1,41 · 10^3 USI
Densidad media de Júpiter: ρ = 1,3 · 10^3 USI
Densidad media de una enana blanca: ρ = 1 t/cm^3 = 10^9 USI
Densidad media de una estrella de neutrones (púlsar): $\rho = 10^5$ t/mm^3 = = 10^{17} USI
Densidad media de una estrella «extraña» (quarks *u d s*): $\rho = 10^{18}$ USI
Densidad media de un agujero negro: $\rho > 10^8$ t/mm^3 = 10^{20} USI
Densidad en el centro del Sol: ρ = 158 · 10^3 USI
Densidad crítica del Universo (límite de la expansión): $\rho = 5 \cdot 10^{-27}$ USI (equivale a 3 protones por metro cúbico)
Densidad de Planck (Big Bang: inicio del Universo): $\rho = 10^{97}$ USI

Densidad de algunos metales:

Metal	ρ (USI)
Al	$2{,}71 \cdot 10^3$
Cu	$8{,}92 \cdot 10^3$
Fe	$7{,}86 \cdot 10^3$
Ag	$10{,}50 \cdot 10^3$
Pb	$11{,}34 \cdot 10^3$
U	$19{,}04 \cdot 10^3$
W	$19{,}30 \cdot 10^3$

9.22. VOLUMEN ESPECÍFICO (VOLUMEN MÁSICO) *v* (*u*)

9.22.1. Observaciones y definición

Es el in verso de la densidad. Es v olumen ocupado por la masa un idad. (También se llama a veces *volumen específico* al volumen ocupado por un mol, que debe denominarse *volumen específico molar* o mejor *volumen molar* (sección 12.47).

9.22.2. Fórmulas

$$v = \frac{1}{\rho} = \frac{dV}{dm}$$

(V = volumen, ρ = densidad; m = masa).

9.22.3. Dimensiones

$$[v] = \mathrm{L}^3\,\mathrm{M}^{-1}$$

9.22.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{m^3/kg}}$$

9.22.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Para el volumen específico existen todas las unidades inversas de las de densidad (con los factores de conversión inversos para pasar a la USI), vistos en la sección anterior. Será pues:

UCGS = $\mathrm{cm^3/g} = 10^{-3}$ USI
$\mathrm{m^3/g} = 10^3$ USI
l/g = 1 USI
$\mathrm{mm^3/t} = 10^{-12}$ USI
$\mathrm{m^3/Utm} = 0{,}101\,972$ USI

$ft^3/lb = 0{,}062\,428$ USI
$in^3/lb = 3{,}612\,73 \cdot 10^{-5}$
$yd^3/lb = 1{,}685\,555$ USI
galón UK/lb $= 1{,}002\,241 \cdot 10^{-2}$ USI
galón US/lb $= 8{,}345\,404 \cdot 10^{-3}$ USI
$ft^3/sg = 1{,}940\,320 \cdot 10^{-3}$ USI
$in^3/sg = 1{,}122\,871 \cdot 10^{-6}$ USI
$yd^3/sg = 52{,}388\,65 \cdot 10^{-3}$ USI

9.23. DENSIDAD SUPERFICIAL (MÁSICA) ρ_s (ρ_A, σ)

9.23.1. Observaciones y definición

Manejar la *densidad superficial* resulta útil para placas de espesor despreciable (planas o no). Es «el límite del cociente de la masa y la superficie que la contiene».

9.23.2. Fórmulas

$$\rho_s = \frac{dm}{dS}$$

(m = masa; S = superficie).

9.23.3. Dimensiones

$$[\rho_s] = L^{-2}\,M$$

9.23.4. Unidad SI

$$\boxed{kg/m^2}$$

9.23.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Cualquier cociente entre una unidad de masa y otra de superficie es unidad de la magnitud densidad superficial. Por ejemplo, veamos algunas:

UCGS $= g/cm^2 = 10$ USI
Utm/m^2 = 9,806 65 USI (exactamente)
libra/pie^2 = (lb · ft^{-2}) = 4.882 428 USI
libra/pulgada^2 (lb · in^{-2}) = 703,069 6 USI
libra/yarda^2 (lb · yd^{-2}) = 0,542 492 USI
slug/pie^2 (sg · ft^{-2}) = 157,087 5 USI
slug/pulgada^2 (sg · in^{-2}) = $2{,}262\,059 \cdot 10^4$ USI
slug/yarda^2 (sg · yd^{-2}) = 17,454 16 USI

y cualquier unidad de masa dividida por cualquier unidad de superficie.

9.24. DENSIDAD LINEAL (MÁSICA) P_L (λ)

9.24.1. Observaciones y definición

La *densidad lineal* es útil en cables, alambres, hilos, cuerdas. También en Estática de hilos y en ondas y acústica. «Es el límite del cociente entre la masa y la longitud del hilo que la contiene».

9.24.2. Fórmulas

$$\rho_L = dm/dl$$

(m = masa; l = longitud).

9.24.3. Dimensiones

$$[\rho_L] = \mathrm{M\ L^{-1}}$$

9.24.4. Unidad SI

kg/m

9.24.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = g/cm = 0,1 USI
Utm/m = 9,806 65 USI (exactamente)
libra/pie = (lb · ft^{-1}) = 1,488 164 USI
libra/pulgada (lb · in^{-1}) = 17,857 97 USI
libra/yarda (lb · yd^{-1}) = 0,496 055 6 USI
slug/pie (sg · ft^{-1}) = 47,880 26 USI
slug/pulgada (sg · in^{-1}) = 574,563 1 USI
slug/yarda (sg · yd^{-1}) = 15,960 09 USI
tex (en la industria textil) = 10^{-6} USI

y cualquier unidad de masa dividida por cualquier unidad de longitud.

9.24.6. Constantes y valores concretos

Densidad de cables de transporte de energía eléctrica

$$\rho_L \approx 1 \text{ USI}$$

Densidad de fibras textiles naturales

$$\rho_L \approx 10^{-7} \text{ USI}$$

9.25. PESO ESPECÍFICO (ρ_e)

9.25.1. Observaciones y definición

Se trata del peso por unidad de volumen (límite del cociente) de cualquier material (no debe confundirse con la densidad, que es masa por unidad de volumen). El *peso específico* se obtiene multiplicando la densidad del material por la intensidad del campo gravitatorio terrestre *g,* en el lugar geográfico donde se halla el cuerpo. Mientras la densidad de un material es una característica exclusiva del mismo, en cambio su peso específico depende del lugar geográfico (a veces se habla del peso específico para la «gravedad normal», en cuyo caso parece preferible utilizar la densidad).

9.25.2. Fórmulas

$$p_e = \frac{dP}{dV} \qquad \frac{dm \cdot g}{dV} = \rho g$$

(P = peso; m = masa; V = volumen; ρ = densidad; g = campo gravitatorio).

9.25.3. Dimensiones

$$[p_e] = [\rho g] = \mathrm{L}^{-2}\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-2}$$

9.25.4. Unidad SI

$$\mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-2} \equiv \boxed{\mathrm{N/m^3}}$$

9.25.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

El cociente entre cualquier unidad de fuerza y cualquier unidad de volumen es unidad de peso específico. Por ejemplo las siguientes:

UCGS = $\mathrm{dyn/cm^3}$ = 10 USI
$\mathrm{gf/cm^3}$ = $\mathrm{pondio/cm^3}$ = $9{,}806\,65 \cdot 10^3$ USI (exactamente)
$\mathrm{kgf/m^3}$ = $\mathrm{kp/m^3}$ = 9,806 65 USI (exactamente)
$\mathrm{tf/m^3}$ = $9{,}806\,65 \cdot 10^3$ USI (exactamente)
$\mathrm{lbf/ft^3}$ = 157,087 5 USI
$\mathrm{lbf/in^3}$ = $2{,}714\,471 \cdot 10^5$ USI
$\mathrm{pondal/ft^3}$ = 4,882 429 USI
$\mathrm{pondal/in^3}$ = $8{,}436\,838 \cdot 10^3$ USI

Nota. No confundir el poundal, que es unidad de fuerza equivalente a 0,138 255 N, con la libra, que en inglés se escribe pound y su símbolo es lbf, siendo unidad de fuerza equivalente a 4,448 221 615 N.

9.25.6. Constantes y valores concretos

Peso específico del agua a 4 °C para la gravedad normal ($g = 9{,}806\ 65\ \text{m/s}^2$):

$$p_e = 9{,}806\ 65 \cdot 10^3\ \text{N/m}^3$$

9.26. PESO ESPECÍFICO SUPERFICIAL ρ_s

9.26.1. Observaciones y definición

«Es el peso por unidad de superficie (límite del cociente)». Se obtiene multiplicando la densidad superficial por la intensidad del campo gravitatorio terrestre.

9.26.2. Fórmulas

$$p_s = \frac{dP}{dS} \qquad \frac{dm \cdot g}{dS} = \rho_s\, g$$

(P = peso; m = masa; S = superficie; ρ_s = densidad superficial; g = campo gravitatorio).

9.26.3. Dimensiones

$$[p_s] = [\rho_s\, g] = \mathrm{L}^{-1}\ \mathrm{M}\ \mathrm{T}^{-2}$$

9.26.4. Unidad SI

$$\mathrm{m}^{-1} \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-2} \equiv \boxed{\mathrm{N/m^2}}$$

9.26.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

El cociente entre cualquier unidad de fuerza y cualquier unidad de superficie es unidad de peso específico superficial. Por ejemplo:

UCGS = $\text{dyn/cm}^2 = 0{,}1$ USI
$\text{kgf/m}^2 = 9{,}806\ 65$ USI (exactamente)
$\text{lbf/ft}^2 = 47{,}880\ 26$ USI
$\text{lbf/in}^2 = 6{,}894\ 757 \cdot 10^3$ USI
$\text{poundal/ft}^2 = 1{,}488\ 164$ USI
$\text{poundal/in}^2 = 214{,}295\ 7$ USI

9.27. PESO ESPECÍFICO LINEAL ρ_l

9.27.1. Observaciones y definición

«Es el peso por unidad de longitud (límite del cociente)». Resu lta útil en el tendido de cables sometidos a su propio peso (catenaria). Se ob tiene multiplicando la densidad lineal por la intensidad del campo gravitatorio terrestre.

9.27.2. Fórmulas

$$p_l = \frac{dP}{dl} \quad \frac{dm \cdot g}{dl} = \rho_l \, g$$

(P = peso; m = masa; l = longitud; ρ_l = densidad lineal; g = campo gravitatorio).

9.27.3. Dimensiones

$$[p_l] = [\rho_l \, g] = \mathrm{M\,T^{-2}}$$

9.27.4. Unidad SI

$$\mathrm{kg\ s^{-2}} \equiv \boxed{\mathrm{N/m}}$$

9.27.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

El cociente entre cualquier unidad de fuerza y cualquier unidad de longitud es unidad de peso específico lineal. Por ejemplo:

UCGS = dyn/cm = 10^{-3} USI
kgf/m = kp/m = 9,806 65 USI (exactamente)
lbf/ft = 14,593 9 USI
lbf/in = 175, 126 9 USI
poundal/ft = 0,453 592 5 USI
poundal/in = 5,443 110 USI

9.28. DENSIDAD RELATIVA (MÁSICA) d, ρ_r

9.28.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre la densidad de un material homogéneo y la densidad de otro tomado como referencia». Casi siempre la sustancia de referencia es el agua ($\rho_o = 10^3$ kg/m^3).

9.28.2. Fórmulas

$$d = \rho_r = \rho/\rho_o$$

(ρ = densidad; ρ_o = densidad del agua o sustancia de referencia).

9.28.3. Dimensiones

$$[d] = [\rho_r] = 1$$

9.28.4. Unidad SI

1

9.28.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

9.28.6. Constantes y valores concretos

Densidad relativa al agua para diversas sustancias (en condiciones normales, salvo indicación en contrario):

Sustancia	Densidad relativa al agua ρ_r
aire	$1{,}288\ 94 \cdot 10^{-3}$
$N\ H_3$	$0{,}77 \cdot 10^{-3}$
$C\ H_4$	$0{,}72 \cdot 10^{-3}$
Vapor $H_2\ O$ (100 °C, 1 atm)	$0{,}587\ 86 \cdot 10^{-3}$
hielo	0,90
gasolinas (aprox)	0,70
maderas (aprox)	0,5 a 1,2
ladrillos (aprox)	1,4 a 1,6
He	$0{,}126 \cdot 10^{-3}$
Hg	13,59
Si	2,33
Fe	7,86
Pb	11,34
U	19,04
Ir	22,40
Pt	21,45
Au	19,30
Ag	10,50
Cd	8,64
Sn	7,30
Cu	8,92
W	19,30

9.29. DENSIDAD DE ENERGÍA *u, w*

9.29.1. Observaciones y definición

«Es la energía contenida en la unidad de volumen (límite del cociente, en un punto del espacio)». Puede ser energía contenida en un medio material (por ejemplo, la energía cinética o potencial de un fluido, la energía interna de todas clases, la energía de una onda, etc), o bien en el vacío (por ejemplo, la energía electrostática o electromagnética, en reposo o en una onda electromagnética).

9.29.2. Fórmulas

La definición general es:

$$w = u = \frac{dW}{dV}$$

(W = energía; V = volumen).

Para un fluido en movimiento : densidad de energía cinética

$$u_k = \frac{1}{2}\rho v^2$$

(ρ = densidad; v = velocidad).

Para un gas ideal monoatómico; densidad de energía interna (3 grados de libertad)

$$u = \frac{3}{2} kT \frac{n}{V}$$

(k = constante de Boltzman; T = temperatura; n = cantidad de sustancia; V = volumen).

Densidad de energía electrostática:

$$u = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D}$$

($\vec{E}$ = campo eléctrico; $\vec{D}$ = campo de desplazamiento o de inducción eléctrica).

Densidad de energía magnética:

$$u = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}$$

($\vec{B}$ = campo de inducción magnética; $\vec{H}$ = campo magnético).

9.29.3. Dimensiones

$$[u] = L^{-1}\ M\ T^{-2}$$

9.29.4. Unidad SI

$$kg\ m^{-1}\ s^{-2} \equiv \boxed{J/m^3}$$

9.29.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS $\equiv$ erg/cm^3 = 0,1 USI
cal/cm^3 = 4,184 USI
cal/m^3 = 4,184 $\cdot$ 10^6 USI
Btu/pie^3 (Btu $\cdot$ ft^{-3}) = 3,725 909 3 $\cdot$ 10^4 USI
Btu/pulgada^3 (Btu $\cdot$ in^{-3}) = 643, 837 11 USI
eV/cm^3 = 1,602 176 46 $\cdot$ 10^{-13} USI
MeV/m^3 = 1, 602 176 46 $\cdot$ 10^{-19} USI
kg $\cdot$ m/m^3 = 9,806 65 USI

9.29.6. Constantes y valores concretos

Densidad de energía de la radiación cósmica de fondo:

$$u = 0{,}260\ 71\ eV/cm^3 = 4{,}177 \cdot 10^{-14}\ USI$$

Densidad de energía de la radiación del Sol que llega a la Tierra:

$$u = 4{,}62 \cdot 10^{-6}\ USI$$

9.30. MOMENTO ESTÁTICO (O MOMENTO DE PRIMER ORDEN) *M*

9.30.1. Observaciones y definición

Dado un sistema de masas, «el momento estático respecto a un pla no es la suma de las productos de las masas de las partículas por las re spectivas distancias al plano». Se trata, pues, de productos de masas por longitudes. Es una magnitud útil en el estudio de centros de gra vedad y en otros campos de la Mecánica y Resistencia de Materiales (para secciones planas, véanse las magnitudes *momento estático geométrico* y *momento de inercia geométrico* o *momento cuadrático*).

9.30.2. Fórmulas

$$M = \Sigma\ m_i\ r_i$$
$$M = \int r\ dm$$

(r = distancia a un plano; m = masa).

9.30.3. Dimensiones

$$[M] = \mathrm{L\ M}$$

9.30.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{kg \cdot m}}$ (kilogramo metro)

9.30.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Es unidad de momento estático cualquier producto de una unidad de masa por una de longitud. Por ejemplo:

UCGS $\equiv$ g · cm = 10^{-5} kg · m
libra · pie (lb · ft) = 0,138 255 kg · m
libra · pulgada (lb · in) = 0,011 521 2 kg · m

9.31. MOMENTOS DE INERCIA. PRODUCTOS DE INERCIA *I, J, P*

9.31.1. Observaciones y definición

Se suelen llamar *momentos de segundo orden* por ser siempre productos de masas por dos distancias. Los *momentos de inercia* pueden considerarse respecto a ejes, respecto a planos, o respecto a puntos. Momento de inercia respecto a un eje, para un sistema de partículas, es «la suma de los productos de cada masa por el cuadrado de su distancia al eje». Análogamente se definen los demás momentos de segundo orden, como vamos a ver en las fórmulas.

9.31.2. Fórmulas

El *momento de inercia* de un sistema de partículas respecto a un eje o recta es:

$$I = \Sigma\, m_i\, r_i^2 \qquad\qquad I = \int r^2\, dm$$

(indica suma para todas las partículas; m = masa; r = distancia al eje o recta de referencia).

De la misma manera se define el *momento de inercia respecto a un plano* y *respecto a un punto* (este último se denomina «momento de inercia polar»).

El producto de inercia respecto a dos planos dados es:

$$P = \Sigma\, m_i\, p_i\, q_i \qquad\qquad P = \int pq\, dm$$

(m = masa; p, q = distancia de cada masa a cada uno de los planos de referencia). Los dos planos pueden ser cualesquiera; lo más frecuente es que sean perpendiculares entre sí.

9.31.3. Dimensiones

$$[I] = [P] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}$$

9.31.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2}$$

9.31.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Cualquier producto de una unidad de masa por el cuadrado de una unidad de longitud. Por ejemplo:

UCGS $\equiv \mathrm{g}\cdot\mathrm{cm}^2 = 10^7\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$
libra · pie^2 (lb · ft^2) $= 0{,}042\ 140\ 11\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$
libra · pulgada^2 (lb · in^2) $= 2{,}926\ 397\cdot 10^{-4}\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$

9.31.6. Constantes y valores concretos

Momento de inercia del eje de un motor térmico:

$$I \approx 10^{-3}\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$$

Momento de inercia de la Tierra (respecto a su eje de rotación):

$$I = 8{,}037\ 8\cdot 10^{37}\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$$

9.32. TENSOR DE INERCIA, $\vec{\vec{I}}$

9.32.1. Observaciones y definición

El *tensor de inercia* es un tensor simétrico de segundo orden que en ejes cartesianos tiene por matriz:

$$\vec{\vec{I}} = \begin{pmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_x & -P_{xy} & -P_{zx} \\ -P_{xy} & I_y & -P_{yz} \\ -P_{zx} & -P_{yz} & I_z \end{pmatrix}$$

(I_x , I_y , I_z = momentos de inercia respecto a los tres ejes coordenados; P_{xy} , P_{yz} , P_{zx} = productos de inercia respecto a las parejas de planos coordenados respectivos).

9.32.2. Fórmulas

Por ejemplo, las dos primeras componentes son:

$$I_{11} = I_x = \Sigma\, m_i\,(y_i^2 + z_i^2)$$

$$I_{12} = -P_{xy} = -\Sigma\, m_i\, x_i\, y_i$$

sumando para todos las partículas del sistema.

9.32.3. Dimensiones

$$[I] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}$$

9.32.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2}$$

9.32.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Las mismas que para el momento de inercia y producto de inercia.

9.33. MOMENTO DE FUERZAS. PAR DE FUERZAS (TORQUE) *M*

9.33.1. Observaciones y definición

Se estudian aquí el momento de una fuerza respecto a un punto, el momento de una fuerza respecto a un eje (una recta) y el momento de un par de fuerzas (también, lógicamente, el momento resultante para un sistema de f uerzas tomadas como vectores deslizantes o fijos). Las fórmulas dan la definición.

9.33.2. Fórmulas

El momento de una fuerza $\vec{F}$ aplicada en P con respecto a un punto A es el producto vectorial:

$$\vec{M}_A = \overrightarrow{AP} \wedge \vec{F}$$

siendo su módulo

$$M_A = h \cdot F$$

(h = distancia del punto A a la recta de la fuerza).

El momento de un par de fuerzas (dos fuerzas iguales, paralelas de sentidos opuestos, cuyas rectas están separadas por una distancia d) tiene por módulo

$$M = d \cdot F$$

viniendo dados la dirección y el sentido por la re gla de Maxwel l del tornillo aplicada a las dos fuerzas del par.

Se trata, por tanto, en todos los casos, de productos de fuerzas por longitudes.

9.33.3. Dimensiones

$$[M] = L^2\ M\ T^{-2}$$

9.33.4. Unidad SI

$$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \equiv \boxed{N \cdot m}$$

9.33.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

El producto de cualquier unidad de fuerza por cualquier unidad de longitud es unidad de momento de fuerzas (obsérvese que son las mismas dimensiones y unidades de la energía, si bien se trata de una magnitud completamente distinta). Por ejemplo:

UCGS ≡ dyn · cm = 10^{-7} USI
kgf · m = kp · m = 9,806 65 USI (exactamente)
libra · pie = lbf · ft = 1,355 818 USI
poundal · ft = 0,042 14 USI

9.33.6. Constantes y valores concretos

Momento del par de un motor de automóvil

$$M \approx 180\ N \cdot m$$

9.34. CANTIDAD DE MOVIMIENTO (MOMENTO LINEAL, MOMENTO, MOMENTUM) *p*

9.34.1. Observaciones y definición

Para una partícula, es «el producto de la masa por la velocidad». Se trata, por tanto, de un vector. Para un sistema de partículas, es «la suma vectorial de las cantidades de movimiento de todas las partículas». También es igual al producto de la masa total del sistema por la velocidad de su centro de masas (teorema del centro de masas).

9.34.2. Fórmulas

Una partícula $\vec{p} = m\,\vec{v}$
Un sistema $\vec{p} = \Sigma\,\vec{p}_i = \Sigma\,m_i\,\vec{v}_i$
Teorema $\vec{p} = m\,\vec{v}_G$

(el signo Σ indica suma para todas las partículas; m_i = masa de cada partícula; v, v_i = velocidad de cada partícula; m = masa total del sistema; v_G = velocidad del centro de masas).

9.34.3. Dimensiones

$$[p] = \mathrm{L\ M\ T^{-1}}$$

9.34.4. Unidad SI

$$\mathrm{N \cdot s} = \boxed{\mathrm{kg \cdot m/s}}$$

9.34.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS $\equiv$ g · cm/s = 10^{-5} USI
Utm · m/s = 9,806 65 USI (exactamente)
libra · pie/s (lb · ft · s^{-1}) = 0,138 255 USI
libra · pulgada/s (lb · in · s^{-1}) = 0,011 521 25 USI
slug · pie/s (sg · ft · s^{-1}) = 4,450 924 USI
MeV/c = 5,344 328 · 10^{-22} USI

9.34.6. Constantes y valores concretos

Cantidad de mo vimiento de un tren de alta v elocidad ($m \approx 600$ t; $v \approx 350$ km/h): $p \approx 5{,}8 \cdot 10^7$ USI

Cantidad de movimiento de la Tierra (respecto al Sol): $p \approx 1{,}8 \cdot 10^{29}$ USI

Cantidad de mo vimiento de un fotón de luz violeta ($\upsilon = 7{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz): $p \approx$ $\approx 1{,}6 \cdot 10^{-27}$ USI

9.35. MOMENTO CINÉTICO (MOMENTO DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO, MOMENTO ANGULAR) *L* (*c*)

9.35.1. Observaciones y definición

El *momento cinético* de una partícula respecto a un punto es «el producto vectorial del radio vector que va desde el citado punto a la partícula por el vector cantidad de mo vimiento». (Es, pues, el momento del v ector cantidad de mo vimiento).

Para un sistema de partículas, el *momento cinético* es «la suma de los v ectores momento cinético de todas las partículas». También se puede tratar del momento cinético respecto a un eje: para un sólido, el momento cinético respecto al eje instantáneo de rotación se calcula como producto del moment o de inercia respecto al eje por la velocidad angular de rotación (en este caso las magnitudes se toman como escalares).

9.35.2. Fórmulas

Para una partícula:

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p}$$

($\vec{r}$ = vector que une el punto de referencia con la partícula; $\vec{p}$ = cantidad de movimiento de la partícula).

Para un sistema:

$$\vec{L} = \Sigma \vec{L}_i$$

(todos los momentos tomados respectos al mismo punto).

Para un sólido en rotación. Momento cinético respecto a un punt o del eje de rotación:

$$\vec{L} = \vec{\vec{I}}\, \vec{\omega}$$

($\vec{\vec{I}}$ = tensor de inercia en el punto de referencia; $\vec{\omega}$ = vector velocidad angular). El momento cinético del sólido respecto al eje de rotación es (magnitudes escalares):

$$L = I\, \omega$$

(I = momento de inercia respecto al eje; ω = velocidad angular).

9.35.3. Dimensiones

$$[L] = \mathrm{L}^2\, \mathrm{M}\, \mathrm{T}^{-1}$$

9.35.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-1}}$$

9.35.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS $\int$ $\mathrm{g} \cdot \mathrm{cm}^2/\mathrm{s} = 10^{-7}$ USI
Utm $\cdot$ m^2/s = 9,806 65 USI (exactamente)
libra $\cdot$ $\mathrm{pie}^2/\mathrm{s}$ ($\mathrm{lb} \cdot \mathrm{ft}^2 \cdot \mathrm{s}^{-1}$) = 0,042 140 1 USI
libra $\cdot$ $\mathrm{pulgada}^2/\mathrm{s}$ ($\mathrm{lb} \cdot \mathrm{in}^2 \cdot \mathrm{s}^{-1}$) = $2{,}926\,397 \cdot 10^{-4}$ USI
slug $\cdot$ $\mathrm{pie}^2/\mathrm{s}$ ($\mathrm{sg} \cdot \mathrm{ft}^2 \cdot \mathrm{s}^{-1}$) = 1,356 642 USI

9.35.6. Constantes y valores concretos

Momento cinético orbital del electrón en el átomo de hidrógeno de Bohr (l = 0,1,2, ...; $\hbar$ = constante barrada de Planck):

$$L = \sqrt{l\,(l+1)}\,\hbar = 0\colon \sqrt{2}\,\hbar;\ \sqrt{6}\,\hbar;\ \ldots\ldots$$
$$= 0;\ 1{,}491\,4 \cdot 10^{-34};\ 2{,}583\,2 \cdot 10^{-34}\ ;\ \ldots\ldots \text{ USI}$$

Momento cinético de spin del electrón, protón, neutrón, ... $\left(s = \frac{1}{2}\right)$:

$$L = \sqrt{s\,(s+1)}\,\hbar = (\sqrt{3/4})\,\hbar = 0{,}913\,285\,79 \cdot 10^{-34};\ \ldots\ldots \text{ USI}$$

Momento cinético de spin del fotón (s = 1):

$$L = \sqrt{s\,(s+1)}\,\hbar = \sqrt{2}\,\hbar = 1{,}491\,4 \cdot 10^{-34} \text{ USI}$$

Momento cinético de la Tierra (respecto al eje de rotación)

$$L = I\,\omega \approx 7{,}07 \cdot 10^{33} \text{ USI}$$

Momento cinético de una ultracentrífuga (respecto a su eje):

$$L \approx 10^{5} \text{ USI}$$

9.36. DENSIDAD DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO ρ_p

9.36.1. Observaciones y definición

En los fenómenos de transporte (corrientes fluidas, ondas mecánicas, ondas electromagnéticas, etc.), una de las magnitudes físicas que se tr ansmite es la cantidad de movimiento. En un punto dado se define la *densidad de cantidad de movimiento* como «la cantidad de mo vimiento contenida en la unidad de v olumen (límite del cociente)».

9.36.2. Fórmulas

$$\rho_p = \frac{dp}{d\tau} = \frac{dm \cdot v}{d\tau} = \rho\,\vec{v}$$

(p = cantidad de movimiento; τ = volumen; ρ = densidad; m = masa; v = velocidad).

9.36.3. Dimensiones

$$[\rho_p] = \mathrm{L}^{-2}\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-1}$$

9.36.4. Unidad SI

$$\text{kg (m/s)/m}^3 = \boxed{\text{kg} \cdot \text{m}^2\,\text{s}^{-1}}$$

9.36.5. Otras unidades y su equivalencia con Unidad SI (USI)

UCGS $\equiv$ g $\cdot$ cm^{-2} $\cdot$ s^{-1} = 10 USI
libra $\cdot$ pie^{-2} $\cdot$ s^{-1} (lb $\cdot$ ft^{-2} $\cdot$ s^{-1}) = 4,882 428 USI
libra $\cdot$ pulgada^{-2} $\cdot$ s^{-1} (lb $\cdot$ in^{-2} $\cdot$ s^{-1}) = 703,069 6 USI

9.36.6. Constantes y valores concretos

Densidad de cantidad de mo vimiento en la luz de intensidad $I = 10^4$ W/m^2 (rayos láser utilizados industrialmente):

$$\rho_p = I/c^2 = 1{,}11 \cdot 10^{-13}\ \text{USI}$$

(si fuese luz violeta de 7,5 $\cdot$ 10^{14} Hz, la intensidad dada equivaldría a un flujo fotónico de 2 $\cdot$ 10^{22} fotones/(s $\cdot$ m^2).

9.37. DENSIDAD DE MOMENTO CINÉTICO ρ_L

9.37.1. Observaciones

En algunos estudios de la Física (por ejemplo, campos y ondas electromagnéticos) es útil considerar la *densidad de momento cinético*, que se define como «el momento cinético existente por unidad de volumen (límite del cociente)».

9.37.2. Fórmulas

$$\rho_L = \frac{dL}{d\tau}$$

(L = momento cinético; τ = volumen).

9.37.3. Dimensiones

$$[\rho_L] = \text{L}^{-1}\,\text{M}\,\text{T}^{-1}$$

9.37.4. Unidad SI

$$\boxed{\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}\,\text{s}^{-1}}$$

9.37.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS $\equiv$ g · cm^{-1} · s^{-1} = 0,1 USI
libra · pie^{-1} · s^{-1} (lb · ft^{-1} · s^{-1}) = 1,488 164 USI
libra · pulgada^{-1} · s^{-1} (lb · in^{-1} · s^{-1}) = 17,858 USI

9.38. IMPULSO (IMPULSO DE PERCUSIÓN) *I*, *P*, *Π*

9.38.1. Observaciones y definición

Cuando una fuerza constante actúa sobre una partícula, el producto de la fuerza por el tiempo durante el cual actúa es igual al cambio neto de la cantidad de movimiento de la partícula. Y en general, para cualquier fuerza variable, se define el *impulso* como: «la integral de la fuerza por el tiempo en que actúa» (antiguamente se llamaba *impulso mecánico*). Una forma de expresar el teorema de la cantidad de movimiento es indicar que el impulso es igual a la variación que experimenta la cantidad de movimiento.

9.38.2. Fórmulas

El teorema de la cantidad de movimiento para una partícula es:

$$\vec{F} = \frac{\vec{dp}}{dt} \qquad \vec{F}\, dt = \vec{dp}$$

Si se integra para todo el tiempo t en que actúa la fuerza se tiene:

$$\int_o^t \vec{F}\, dt = \int_{p_o}^{p} \vec{dp} = \vec{p} - \vec{p}_o = \vec{\Delta p}$$

(F = fuerza; p = cantidad de movimiento; t = tiempo; Δp = variación de la cantidad de movimiento).

El *impulso* es, por definición:

$$\vec{I} = \int_o^t \vec{F}\, dt$$

y resulta otra manera de expresar el teorema de la cantidad de movimiento:

$$\vec{I} = \vec{\Delta p}$$

En Mecánica de percusiones, la magnitud se suele llamar *impulso de percusión*, o simplemente *percusión*, y se suele simbolizar por $\vec{P}$ y por $\vec{\Pi}$.

9.38.3. Dimensiones

$$[I] = \mathrm{L\ M\ T^{-1}}$$

9.38.4. Unidad SI

$$kg \cdot m \cdot s^{-1} = \boxed{N \cdot s}$$

9.38.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS ≡ g · cm · s^{-1} = dyn · s = 10^{-5} USI
libra · pie · s^{-1} (lb · ft · s^{-1}) = 0,138 255 USI
libra · pulgada · s^{-1} (lb · in · s^{-1}) = 0,011 521 USI
libra fuerza · s (lbf · s) = 4,448 222 USI
poundal · s (pd · s) = 0,138 255 USI

9.39. IMPULSO ANGULAR (MOMENTO DE PERCUSIÓN), *H*

9.39.1. Observaciones y definición

Como consecuencia del teorema del momento cinético surge la magnitud *impulso angular* como producto del momento de la fuerza (o el par) que actúa sobre un sistema mecánico por el tiempo durante el cual actúa. La definición, para cualquier fuerza o par variables, se establece como «la integral del momento de la fuerza por el tiempo en que actúa». El impulso angular también se puede considerar como el momento del vector impulso respecto a un punto o un eje.

9.39.2. Fórmulas

El teorema del momento cinético es (tomando un punto dado como referencia de los momentos, o bien un eje):

$$\vec{M} = \frac{\vec{d}L}{dt} \qquad \vec{M}\, dt = \vec{d}L$$

($\vec{M}$ = momento de las fuerzas respecto a un punto, o bien a un eje, en cuyo caso no se indicaría el símbolo de vector; $\vec{L}$ = momento cinético respecto al mismo punto o eje). Si se integra para el tiempo *t* en que las fuerzas actúan se tiene:

$$\int_o^t \vec{M}\, dt = \int_{L_o}^{L} \vec{d}L = \vec{L} - \vec{L}_o \equiv \Delta L$$

El *impulso angular* se define:

$$H = \int_o^t \vec{M}\, dt$$

con lo que resulta una forma de expresión del teorema del momento cinético, útil en particular en la Mecánica de percusiones:

$$\vec{H} = \vec{\Delta}L$$

9.39.3. Dimensiones

$$[H] = L^2\, M\, T^{-1}$$

9.39.4. Unidad SI

$$kg \cdot m^2\, s^{-1} \equiv \boxed{N \cdot m \cdot s}$$

9.39.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS $\int g \cdot cm^2 \cdot s^{-1} = dyn \cdot cm \cdot s = 10^{-7}$ USI
libra $\cdot$ pie$^2 \cdot s^{-1}$ (lb $\cdot$ ft$^2 \cdot s^{-1}$) = 0,042 14 USI
libra $\cdot$ pulgada$^2 \cdot s^{-1}$ (lb $\cdot$ in$^2 \cdot s^{-1}$) = 2,926 4 $\cdot 10^{-4}$ USI
libra fuerza $\cdot$ pulgada $\cdot$ s (lbf $\cdot$ in $\cdot$ s) = 0,112 985 USI
poundal $\cdot$ in $\cdot$ s = 3,511 677 $\cdot 10^{-3}$ USI
poundal $\cdot$ ft $\cdot$ s = 0,042 14 USI

9.40. VELOCIDAD AREOLAR *S*

9.40.1. Observaciones y definición

Esta magnitud indica la rapidez con que se produce el barrido de una superficie (realizado por una recta móvil). «Es la derivada del área barrida respecto al tiempo». Es útil especialmente en el caso de una partícula sometida a una fuerza cuyo momento respecto a un punto fijo sea nulo. En este caso el momento cinético de la partícula respecto al citado punto se mantiene constante, y como consecuencia la velocidad areolar es constante. Tal ocurre en el caso de las «fuerzas centrales» (fuerza cuya recta de acción pasa siempre por un punto fijo). La constancia de la velocidad areolar de los planetas fue observada por Kepler (3ª ley de Kepler) en el siglo XVII antes de que Newton descubriese la ley de la Gravitación Universal.

9.40.2. Fórmulas

La velocidad areolar es:

$$\dot{S} = \frac{dS}{dt} = 2\,|\vec{r} \wedge \vec{v}| = \frac{2L}{m}$$

(S = área barrida por el segmento r; $\vec{r}$ vector que une el punto fijo de referencia con el punto donde se encuentra la partícula; L = momento cinético; m = masa).

Se ve que si L es constante también lo es la velocidad areolar.

9.40.3. Dimensiones

$$[\dot{S}] = L^2\,T^{-1}$$

9.40.4. Unidad SI

$$\boxed{m^2/s}$$

9.40.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS $\equiv cm^2/s = 10^{-4}$ USI
$km^2/s = 10^6$ USI
pie^2/s $(ft^2 \cdot s^{-1}) = 0{,}092\,903$ USI
$pulgada^2/s$ $(in^2 \cdot s^{-1}) = 6{,}451\,6 \cdot 10^{-4}$ USI
$acre/s$ $(ac \cdot s^{-1}) = 4{,}046\,856 \cdot 10^3$ USI

9.40.6. Constantes y valores concretos

Velocidad areolar del planeta Tierra: $\dot{S} = 3{,}227\,9 \cdot 10^{15}$ USI.

9.41. FACTOR DE ROZAMIENTO (COEFICIENTE DE ROZAMIENTO), (ESTÁTICO Y DINÁMICO), μ_s, μ

9.41.1. Observaciones y definición

La fuerza de rozamiento se opone al deslizamiento entre dos sól idos en contacto. El valor máximo de esta fuerza, en el equilibrio, es proporcional a la fuerza normal (fuerza de enlace) con que se apo yan mutuamente ambos sólidos. El coeficiente μ es el f actor de proporcionalidad. La def inición del *coeficiente de rozamiento estático* es «el cociente entre la fuerza de rozamiento máxima y la componente normal de la fuerza de enlace entre los sólidos». Tiene carácter experimental, pues no se obtiene mediante ningún cálculo teórico.

Se observa que la fuerza de rozamiento es menor cuando e xiste el deslizamiento. Se define entonces el *coeficiente de rozamiento dinámico,* que es «el cociente entre la fuerza de rozamiento cuando se produce deslizam iento y la componente normal de la fuerza de enlace entre los sólidos».

9.41.2. Fórmulas

(sin deslizamiento ni a punto) $F_R < \mu_s F_N$
(a punto de deslizar) $F_R = \mu_s F_N$

(F_R = fuerza de rozamiento, opuesta al deslizamiento; F_N = fuerza normal).

El signo de desigualdad indica que, en el equilibrio, la fuerza de rozamiento puede ser menor que $\mu_s F_N$, incluso puede ser nula. El signo de igualdad tiene vigencia cuando el sistema en equilibrio está a punto de deslizar (μ_s es el *coeficiente de rozamiento estático*).

Cuando hay deslizamiento, se define el *coeficiente de rozamiento dinámico*:

$$F_R = \mu F_N$$

Los valores concretos de los coeficientes se determinan experimentalmente (depende del tipo de material de que están constituidos los dos sólidos y del estado de sus superficies).

El valor del μ_s (estático) es mayor que el de μ (dinámico). La ventaja del sistema «ABS» del freno de vehículos es que el frenado se gradúa automáticamente (mediante lectura óptica de velocidades) para que nunca se produzca deslizamiento de la rueda sobre el suelo, y por ello el coeficiente sea el estático y así sea máxima la fuerza de rozamiento utilizable para frenar.

9.41.3. Dimensiones

$$[\mu] = 1$$

9.41.4. Unidad SI

I

9.41.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Ninguna.

9.41.6. Constantes y valores concretos

Valores experimentales aproximados del coeficiente de rozamiento estático:

Sólidos en contacto	μ (seco)	μ (húmedo)
Metal – metal	0,2	0,1
Caucho – hormigón	0,6	0,2
Madera – metal	0,4	0,2
Madera – madera	0,4	0,3
Metal – hielo	0,2	< 0,1

9.42. COEFICIENTE DE RESISTENCIA A LA RODADURA ρ

9.42.1. Observaciones y definición

Si un cuerpo de sección circular rueda sobre una superficie se presenta una resistencia al movimiento que, por ser movimiento de rotación, es un *momento de fuerzas*.

Entre dos sólidos en contacto (consideramos uno fijo y otro móvil) se llama «rodadura» a una rotación en torno a un eje que se encuentra en el plano tangente de ambos sólidos:

Este momento resistente (opuesto a la rotación) es experimental y resulta, para su valor máximo, proporcional a la fuerza normal (fuerza de enlace con que un sólido se apoya en el otro). La definición del *coeficiente de resistencia a la rodadura* es «el cociente entre el momento resistente (máximo) y la componente normal de la fuerza de enlace entre los sólidos».

El *coeficiente de rodadura* (o *de resistencia a la rodadura*) que depende de los materiales que forman los sólidos. Es mayor si se producen deformaciones inelásticas, como por ejemplo, suelo de arena.

9.42.2. Fórmulas

(Sin rodar ni a punto de rodar) $M < \rho F$
(A punto de rodar o rodando) $M_R = \rho F_N$

(M_R = momento resistente a la rodadura; F_N = fuerza normal). El signo de igualdad tiene vigencia cuando existe rodadura o está a punto de producirse. Si esto no es así, rige el signo de desigualdad; el momento M_R puede ser incluso nulo (cuando no existe fuerza exterior que tiende a producir el movimiento).

9.42.3. Dimensiones

$$[\rho] = \mathrm{L}$$

9.42.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{m}}$ (metro)

9.42.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las unidades de longitud (sección 9.1).

9.42.6. Constantes y valores concretos

Damos algunos valores del coeficiente de resistencia a la rodadura:

Ruedas y suelo	ρ (m)
Metal – metal (ferrocarriles)	10^{-3}
Caucho – suelo duro (carretera)	$2 \cdot 10^{-2}$
Caucho – suelo arenoso	$\approx 10^{-1}$

9.43. COEFICIENTE DE RESISTENCIA AL PIVOTAMIENTO, δ

9.43.1. Observaciones y definición

Entre dos sólidos en contacto (consideremos uno fijo y otro móvil) se llama «pivotamiento» a una rotación en torno a un eje normal a la superficie de ambos sólidos en el punto de contacto. Oponiéndose al movimiento aparece una resistencia que, por tratarse de movimiento de rotación, es un momento de fuerzas. Este momento resistente al pivotamiento es proporcional (como en la rodadura) a la fuerza normal o de enlace con que un sólido se apoya en otro. El *coeficiente de pivotamiento* (o *de resistencia al pivotamiento*) se define como «el cociente entre el momento resistente (máximo) y la componente normal de la fuerza de enlace entre los dos sólidos».

Este coeficiente es experimental (como los de deslizamiento y rodadura), dependiendo de los materiales de ambos sólidos.

9.43.2. Fórmulas

(Sin pivotamiento ni a punto de producirse) $M_R < \delta F_N$
(A punto de pivotar o pivotando) $M_R = \delta F_N$

(M_R = momento resistente al pivotamiento; F_N = fuerza normal). El signo de igualdad tiene vigencia cuando se está produciendo pivotamiento o está a punto de producirse. Si ello no ocurre, rige el signo de desigualdad.

9.43.3. Dimensiones

$$[\delta] = L$$

9.43.4. Unidad SI

m (metro)

9.43.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las unidades de longitud (sección 9.1).

9.44. RENDIMIENTO MECÁNICO, η

9.44.1. Observaciones y definición

En el funcionamiento teórico de una máquina o mecanismo no existe pérdida de energía. No hay fuerzas resistentes (resistencias pasivas). Los enlaces son ri-

gurosamente fuerzas normales sin rozamiento. Todo el trabajo comunicado a la máquina por las fuerzas motoras es devuelto por ella mediante las fuerzas con que interaccionan con el exterior (trabajo útil igual al trabajo motor).

En el funcionamiento real existen pérdidas de energía por las resistencias pasivas de todas clases. Ello origina que el trabajo útil sea menor que el trabajo de las fuerzas motores. «El cociente entre trabajo útil y trabajo motor» se denomina *rendimiento*. O bien: «el cociente entre la potencia de salida y la potencia de entrada».

9.44.2. Fórmulas

$$\eta = \frac{W_{\text{útil}}}{W_{\text{motor}}}$$

9.44.3. Dimensiones

$$[\eta] = 1$$

9.44.4. Unidad SI

I

Si se multiplica por 100 puede darse en tantos por ciento.

9.45. CAMPO GRAVITATORIO (INTENSIDAD DEL) $\vec{g}$

9.45.1. Observaciones y definición

El campo gravitatorio (o gravitacional) es uno de los cuatro campos de fuerzas fundamentales que rigen la Naturaleza (estos cuatro corresponden a la fuerza «gravitatoria», la fuerza «electromagnética», la fuerza «débil» y la fuerza «fuerte» o «de color», que parecen reducirse a dos, por haberse conseguido ya la unificación entre las fuerzas electromagnética y débil y estar a punto de conseguirse la unificación con la fuerza fuerte). La definición de *campo gravitatorio* se establece como el cociente entre la fuerza que se produce y la masa sobre la que actúa. Ello se basa en que la acción del campo gravitatorio consiste en ejercer fuerzas sobre las partículas que poseen masa. Igualmente, la masa es la magnitud creadora del campo gravitatorio.

Se admite hoy que el campo gravitatorio consiste en un continuo intercambio entre los cuerpos de unos bosones denominados «gravitones». Se sugiere que se producen ondas gravitatorias que se propagan con la velocidad de la luz. Por otra parte, la Relatividad General establece que tanto la fuerza gravitatoria como las fuerzas de inercia consisten en modificaciones del espacio (el tensor métrico da cuentas de ambas).

9.45.2. Fórmulas

Fuerza del campo:

$$\vec{F} = m\vec{g} \quad ; \quad \vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Creación del campo por una masa puntual:

$$\vec{g} = \frac{GM}{r^2}\vec{u}_r$$

($\vec{F}$ = fuerza que el campo ejerce sobre una partícula de masa m; G = constante universal de la gravitación; M = masa puntual creadora del campo; r = distancia; $\vec{u}_r$ = vector unitario radial).

9.45.3. Dimensiones

$$[g] = \mathrm{L\,T^{-2}}$$

9.45.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{N/kg}} \quad \boxed{\mathrm{m \cdot s^{-2}}}$$

(como la aceleración).

9.45.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Las de aceleración (véase sección 9.10.5).

9.45.6. Constantes y valores concretos

(Véase sección 9.10.6).

9.46. POTENCIAL GRAVITATORIO, V (Φ)

9.46.1. Observaciones y definición

Es el potencial del campo gravitatorio. La definición matemática consiste en expresar que se trata de un campo escalar cuyo gradiente cambiado de signo es el campo gravitatorio. También puede definirse como la energía potencial que tiene una partícula en un punto del espacio por unidad de masa (cociente entre la energía potencial de la partícula y su masa). Para expresar valores absolutos del potencial es preciso fijar un origen arbitrario.

9.46.2. Fórmulas

$$\vec{g} = -\overrightarrow{\text{grad}}\, V$$

(g = campo gravitatorio). En el caso de que g dependa exclusivamente de la distancia r, bastan los módulos de los vectores:

$$g = -\frac{dV}{dr}$$

Por medio de la energía potencial gravitatoria se tiene otra forma simple de introducir el concepto de potencial: energía potencial por unidad de masa. Veamos:

$$V = \frac{E_p}{m}$$

(E_p = energía potencial gravitatoria; m = masa de la partícula).

9.46.3. Dimensiones

$$[V] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{T}^{-2}$$

9.46.4. Unidad SI

$$\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2 = \boxed{\mathrm{J/kg}}$$

9.46.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS ≡ erg/g = 10^{-2} USI
kgm/kg = 9,806 65 USI (exactamente)
libra fuerza · pie · libra^{-1} (lbf · ft · lb^{-1}) = 2,989 067 USI
poundal · pie · libra^{-1} (poundal · ft · lb^{-1}) = ft^2 · s^{-2} = 0,092 903 USI

9.47. CONSTANTE DE LA GRAVITACIÓN *G*

9.47.1. Observaciones y definición

Esta constante universal aparece en la ley de la Gravitación Universal descubierta por Newton y publicada en sus famosos «Principia» en 1672, trabajo que fue la base de toda la Mecánica clásica y racional. El pequeño valor de esta constante (aunque el valor concreto dependa de las unidades empleadas) se debe a que la fuerza gravitatoria es la más débil de las cuatro fuerzas fundamentales de la naturaleza («gravitatoria», «electromagnética», «débil» y «fuerte»). A pesar de ello, la fuerza gravitatoria es, con mucho, entre las cuatro, la que llega a mayores distancias; esto se debe a que todas las masas son del mismo signo y la fuerza es siempre atractiva.

9.47.2. Fórmulas

Ley de la gravitación:

$$F = G\,\frac{m_1\,m_2}{r^2}$$

(F = fuerza atractiva; masas de dos partículas; r = distancia).

9.47.3. Dimensiones

$$[G] = \mathrm{L}^3\,\mathrm{M}^{-1}\,\mathrm{T}^{-2}$$

9.47.4. Unidad SI

$$\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-2} = \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 / \mathrm{kg}^2$$

9.47.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS ≡ dyn $\mathrm{cm}^2/\mathrm{g}^2 = 10^{-3}$ USI
poundal · $\mathrm{pie}^2/\mathrm{libra}^2$ (poundal · $\mathrm{ft}^2/\mathrm{lb}^2$) = 62,427 98 · 10^{-3} USI
libra fuerza · $\mathrm{pulgada}^2/\mathrm{libra}^2$ (lbf · $\mathrm{in}^2/\mathrm{lb}^2$) = 13,948 33 · 10^{-3} USI

9.47.6. Constantes y valores y concretos

Constante de gravitación: G = 6,673 10 · 10^{-11} USI

(En el sistema CGS, el valor es G = 6,673 10 · 10^{-8} UCGS).

10

FÍSICA DE FLUIDOS Y NÚMEROS CARACTERÍSTICOS ADIMENSIONALES

10.1. CAUDAL (O CAUDAL EN VOLUMEN), q, q_v, Φ

10.1.1. Observaciones y definición

La definición de *caudal* es: «el volumen de fluido que atraviesa una superficie dada en la unidad de tiempo». Se usa para expresar el caudal de un río, de un fluido por una conducción, etc.

10.1.2. Fórmulas

Según la definición, se escribe:

$$q = \frac{dV}{dt}$$

(V = volumen; t = tiempo).

10.1.3. Dimensiones

$$[q] = \mathrm{L}^3\,\mathrm{T}^{-1}$$

10.1.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{m}^3 / \mathrm{s}}$ (metro cúbico por segundo)

10.1.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = $cm^3/s = 10^{-6}$ USI
mm^3 / s = 10^{-9} USI
pie ^{3} /s = ft^3 /s = 0,028 317 USI
galón UK / min = 7,576 817·10^{-5} USI
galón US / s = 3,785 411 784·10^{-3} USI
galón US/min = 6,309 020·10^{-5} USI
galón US / día = 4,381 264·10^{-8} USI
millón de galones US / día = 4,381 264·10^{-2} USI
hm^3 /s = 10^6 USI
dam^3 /s = 10^3 USI
l/s = dm^3 / s = 10^{-3} USI
m^3 /día = 1,157 407·10^{-5} USI
pie^3 / día = ft^3 / day = 3,277 431·10^{-7} USI
acre · pie /día = ac · ft /day = 1,427 64·10^{-2} USI
y cualquier unidad de volumen dividido por cualquier unidad de tiempo.

10.1.6. Constantes y valores concretos

Caudal total de la sangre en las arterias en or ganismo humano: $q \approx 0{,}8 \cdot \cdot 10^{-4}$ m^3 /s

Caudal en una tubería de agua doméstica: $q = 10^{-4}$ USI.

Caudal en el llenado de combustible; automóviles de competición (Fórmula I): $q = 12 \cdot 10^{-3}$ USI.

Caudales típicos de algunos ríos:

Río	Caudal (dam^3/s)
Amazonas	100
Paraná	35
Congo	60
Missisipi	20
Yan-tse	18
Tajo	0,5
Ebro	0,6
Volga	7
Danubio	6
San Lorenzo	12

Caudal que suministra energía en la central hidroeléctrica de Yaseritá (río Paraná; Argentina y Paraguay): $q = 1{,}2 \cdot 10^4$ m^3/s.

10.2. CAUDAL EN MASA, q_m (G)

10.2.1. Observaciones y definición

«Es la masa de fluido que atraviesa una superficie dada en la unidad de tiempo».

10.2.2. Fórmulas

$$q_m = \frac{dm}{dt} \qquad\qquad q_m = q\rho$$

(m = masa; t = tiempo; q = caudal; ρ = densidad).

10.2.3. Dimensiones

$$[q_m] = \mathrm{M\,T^{-1}}$$

10.2.4. Unidad SI

kg/s

10.2.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = g/s = 10^{-3} USI
libra / s = lb / s = 0,453 592 37 USI
tonelada / s = t / s = 10^3 USI
ton UK/s = ton long US/s = 1,016 047 · 10^3 USI
ton short US/s = sh tn/s = 0,907 185 · 10^3 USI

10.3. VISCOSIDAD (O VISCOSIDAD DINÁMICA), η

10.3.1. Observaciones y definición

Es la forma de indicar el concepto de rozamiento interno de un fluido. La definición de viscosidad se introduce por medio de las fórmulas (ap artado siguiente).

10.3.2. Fórmulas

Fórmula que define la viscosidad:

$$\tau_{xz} = \eta \frac{dv_x}{dz}$$

(τ_{xz} = esfuerzo tangencial o fuerza tangencial por unidad de superficie; v_x = velocidad del fluido en la dirección del eje X; z = coordenada Z; dv_x/dz = gradiente de velocidad en la dirección del eje Z, perpendicular a la velocidad).

Fórmula simplificada para dos capas próximas del fluido que se mueven con velocidades v y $v + dv$ en la dirección del eje X y que se encuentran separadas entre sí una pequeña distancia dz:

$$F = \eta S \frac{dv}{dz}$$

(F = fuerza mutua entre las capas; S = superficie de cada capa; v = velocidad, paralela al plano de la capa; dv = diferencia de velocidad de las dos capas; dz = separación entre las capas).

10.3.3. Dimensiones

$$[\eta] = L^{-1} M T^{-1}$$

10.3.4. Unidad SI

$$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1} = N \cdot s \cdot m^{-2} = (Pascal \cdot segundo)$$

También puede decirse que la USI es el decapoisse (daP); modern amente se tiende a dar una nue va denominación: Poiseuille (Pl) = USI, pero esto no está hoy admitido.

10.3.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = poisse (P) = 0,1 USI
centipoisse (cP) = 10^{-3} USI
libra · segundo / pie cuadrado = $lbf \cdot s \cdot ft^{-2}$ = 47,880 259 USI

10.3.6. Constantes y valores concretos

Sustancia	Viscosidad η (USI)
Agua (20 °C)	10^{-3}
Agua (37 °C)	$0{,}691 \cdot 10^{-3}$
Hg	$1{,}55 \cdot 10^{-3}$
Aceites (aprox.)	10^{-1}
Aire (20 °C)	$1{,}8 \cdot 10^{-5}$
Sangre humana	$3{,}02 \cdot 10^{-3}$
Plasma sanguíneo	$1{,}8 \cdot 10^{-3}$

10.4. VISCOSIDAD CINEMÁTICA, υ

10.4.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre la viscosidad y la densidad».

10.4.2. Fórmulas

$$\upsilon = \eta / \rho$$

(η = viscosidad; ρ = densidad).

10.4.3. Dimensiones

$$[\upsilon] = L^2\ T^{-1}$$

10.4.4. Unidad SI

$\boxed{m^2/s}$ (metro cuadrado/segundo)

10.4.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = stokes (St) = 10^{-4} USI
centistokes = 10^{-6} USI
pie^2 /s = ft^2 /s = 0,092 903 04 USI

10.5. VISCOSIDAD RELATIVA, η_r

10.5.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre la viscosidad de un fluido y la viscosidad de otro tomado como referencia (generalmente el agua a 20 °C).

10.5.2. Fórmulas

$$\eta_r = \eta / \eta_0$$

(η = viscosidad; η_0 = viscosidad del fluido de referencia).

10.5.3. Dimensiones

$$[\eta_r] = 1$$

10.5.4. Unidad SI

$\boxed{1}$

10.6. FLUIDEZ, *f*

10.6.1. Observaciones y definición

«Es el inverso de la viscosidad».

10.6.2. Fórmulas

$$f = 1 / \eta$$

10.6.3. Dimensiones

$$[f] = \mathrm{L\ M^{-1}\ T}$$

10.6.4. Unidad SI

$$\mathrm{m\ kg^{-1}\ s = m^2\ N^{-1}\ s^{-1} =} \boxed{\mathrm{Pa^{-1}\ s^{-1}}}$$

10.6.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\mathrm{UCGS = poisse^{-1} = P^{-1} = 10\ USI}$$

10.7. TENSIÓN SUPERFICIAL, σ (γ)

10.7.1. Observaciones y definición

Es un concepto que indica la tendencia de la superficie de los líquidos a contraerse, debido a las fuerzas intermoleculares.

La definición es: «tensión superficial es la relación entre la f uerza ejercida perpendicularmente sobre un elemento de línea de una superf icie y la longitud de dicho elemento de línea».

10.7.2. Fórmulas

$$\sigma = \frac{dF}{dl} \qquad \sigma = \frac{dW}{dS}$$

(F = fuerza; l = longitud; W = energía; S = superficie; dS = variación de la superficie).

10.7.3. Dimensiones

$$[\sigma] = \mathrm{M\ T^{-2}}$$

10.7.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{kg\ s^{-2} = J/m^2 = N/m}}$ (newton/metro)

10.7.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = dyn/cm = erg/cm^2 = 10^{-3} USI
kgf / m = 9,806 65 USI
mgf / mm = 9,806 65 · 10^{-3} USI
libra / pie = lbf · ft^{-1} = 14,593 904 USI

10.7.6. Constantes y valores concretos

Tensión superficial de algunos líquidos:

Líquido	σ (N /m)
Agua	0,073
Alcohol etílico	0,022
Aceite de oliva	0,032
Éter	0,017
Benceno	0,029
Mercurio	0,490
Sangre	0,06

10.8. COEFICIENTE DE FRICCIÓN LINEAL, *b*

10.8.1. Observaciones y definición

En el mo vimiento de un sólido respecto a un fluido en régimen l aminar se considera una fuerza resistente proporcional a la v elocidad. El *coeficiente de fricción lineal* es «el f actor de proporcionalidad entre la fuerza resistente al avance y la velocidad».

Esta magnitud depende de la forma del sólido y de la viscosidad . A la fuerza se la suele llamar fuerza resistente viscosa (fue estudiada por Stokes).

10.8.2. Fórmulas

$$F = -b\,v$$

(F = fuerza resistente; v = velocidad del sólido respecto al fluido).

10.8.3. Dimensiones

$$[b] = \mathrm{M\,T^{-1}}$$

10.8.4. Unidad SI

N · s / m (newton segundo/metro)

10.8.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = $g \cdot s^{-1}$ = dyn · s /cm = 10^{-3} USI
libra segundo / pie = lbf · s · ft^{-1} = 14,593 904 USI

10.8.6. Constantes y valores concretos

El coeficiente de fricción lineal, dado por Stokes, para una esfera en un fluido, es:

$$b = 6\pi r\eta$$

y para una esfera de 1 cm de radio, si el fluído es aceite de viscosidad $\eta = 0{,}1$ Pa · s, se tiene:

$$b = 6\,\pi\,10^{-2} \cdot 0{,}1 = 1{,}88 \cdot 10^{-2}\ \text{N/(m/s)}$$

10.9. COEFICIENTE DE FRICCIÓN ANGULAR, β

10.9.1. Observaciones y definición

En la rotación de un sólido con respecto a un fluido se conside ra un momento resistente proporcional a la velocidad angular. El *coeficiente de fricción angular* es «el factor de proporcionalidad entre el momento resistente y la velocidad angular». (Es análogo al coeficiente de fricción lineal, visto en la sección anterior).

10.9.2. Fórmulas

$$M = -\beta\,\omega$$

(M = momento resistente; ω = velocidad angular del sólido respecto al fluido).

10.9.3. Dimensiones

$$[\beta] = L^2\,M\,T^{-1}$$

10.9.4. Unidad SI

$\boxed{\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1} = \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}}$ (newton metro segundo /radián)

10.9.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = dyn · cm · s / rad = 10^{-7} USI
libra pie segundo / radián = lbf · ft· s · rad^{-1} = 1,355 818 USI

10.10. COEFICIENTE DE FRICCIÓN CUADRÁTICO, *c*

10.10.1. Observaciones y definición

En el movimiento de un sólido respecto a un fluido con elevado valor del número de Re ynolds se origina régimen turb ulento. Puede considera rse que la fuerza resistente es entonces proporcional al cuadrado de la v elocidad. El *coeficiente de fricción cuadrático* es «el factor de proporcionalidad entre la fuerza resistente y el cuadrado de la velocidad del sólido respecto al fluido».

10.10.2. Fórmulas

$$F = c\, v^{\,2}$$

(F = fuerza resistente; v = velocidad del sólido respecto al fluido).

10.10.3. Dimensiones

$$[c] = \mathrm{L}^{-1}\,\mathrm{M}$$

10.10.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{kg\ m^{-1}} = \mathrm{N \cdot s^2/m^2}} \qquad (\text{newton segundo}^2/\text{m}^2)$$

10.10.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = $\mathrm{dyn \cdot s \cdot cm^{-2}} = 0{,}1$ USI
libra · segundo /pie^2 = $\mathrm{lbf \cdot s \cdot ft^{-2}} = 47{,}880\ 259$ USI

10.11. PÉRDIDA LINEAL DE CARGA, κ

10.11.1. Observaciones y definición

En la circulación de un fluido por una conducción se produce una pérdida de energía mecánica (que se transforma en calor) que origina una caída de presión a lo largo de la conducción en el sentido de la corriente.

Si el régimen es laminar, el tratamiento de Poiseuille lleva a calcular la *pérdida lineal de carga*, que se define como «la caída de presión por unidad de longitud ».

10.11.2. Fórmulas

$$\kappa = \frac{\Delta p}{l} \qquad\qquad \Delta p = R_H\, q$$

(Δp = disminución o «caída» de presión en el sentido de la corrient e; l = longitud del tramo de conducción considerado; R_H = resistencia hidrodinámica del tramo de conducción; q = caudal).

10.11.3. Dimensiones

$$[\kappa] = L^{-2}\, M\, T^{-2}$$

10.11.4. Unidad SI

$\boxed{\text{kg m}^{-2}\,\text{s}^{-2} = \text{Pa/m}}$ (pascal / metro)

10.11.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = dyn / cm^3 = 10 USI
libra/$pulgada^3$ = lbf / in^3 = 2,714 471·10^5 USI
(libra/$pulgada^2$)/pie = lbf · in^{-2} · ft^{-1} = 2,262 060 · 10^4 USI

10.11.6. Constantes y valores concretos

Pérdida lineal de carga en un tubo cilíndrico de 10 cm de radio por el que circula aceite de viscosidad 0,1 Pa · s con un caudal de 0,02 m^3/s:

$$\kappa = 51 \text{ Pa/m}$$

10.12. RESISTENCIA HIDRODINÁMICA (DE UN TUBO), R_H

10.12.1. Observaciones y definición

Análogamente a la ley de Ohm aplicada a la corriente eléctricaque recorre un hilo conductor, puede estudiarse la pérdida de car ga en una cond ucción de un fluido. La caída óhmica del potencial eléctrico corresponde a l a caída de presión, mientras que la resistencia eléctrica corresponde a la resistencia hidrodinámica.

La definición es: «la relación entre la caída de presión y el caudal».

10.12.2. Fórmulas

Las fórmulas que se dan a continuación se basan en la le y de Poiseuille para régimen laminar:

$$\Delta p = R_H\, q \qquad\qquad R_H = \frac{8\eta l}{\pi r^4}$$

(Δp = caída de presión o pérdida de carga; q = caudal; η = viscosidad; l = longitud del tubo; r = radio del tubo, supuesto cilíndrico).

10.12.3. Dimensiones

$$[R_H] = \mathrm{L}^{-4}\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-1}$$

10.12.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{kg\ m^{-4}\ s^{-1}} = \mathrm{Pa \cdot s / m^3}} \qquad \text{(pascal} \cdot \text{segundo / m}^3\text{)}$$

10.12.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = dyn · s / cm^3 = 10^5 USI
libra segundo / pie cúbico = lbf · s · ft^{-3} = 157,087 USI

10.12.6. Constantes y valores concretos

Resistencia hidrodinámica de una conducción cilíndrica por la q ue circula aceite de viscosidad 0,1 Pa · s, de 100 m de longitud y 10 cm de radio:

$$R_H = 2{,}55 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa/(m^3/s)}$$

10.13. NÚMERO DE REYNOLDS, *Re*

10.13.1. Observaciones y definición

Muy usado en dinámica de fluidos.

10.13.2. Fórmulas

La definición es:

$$Re = \frac{v\rho d}{\eta} \qquad\qquad Re = \frac{vd}{\upsilon}$$

(v = velocidad; ρ = densidad; d = diámetro; η = viscosidad; υ = viscosidad cinemática). La longitud d indica el diámetro del tubo, o bien una longitud característica en el movimiento de sólidos respecto a fluidos.

10.13.3. Dimensiones

$$[Re] = 1$$

10.13.4. Unidad SI

$$\boxed{1}$$

10.13.5. Constantes y valores concretos

Número de Reynolds en el límite de cambio de régimen laminar a turbulento para un fluido que circula por un tubo cilíndrico:

$$Re = 2\,400$$

Por ejemplo, para un tubo cilíndrico de 10 cm de radio por el qu e circula agua con un caudal de 0,02 m^3/s, es:

$$Re = \frac{v\rho d}{\eta} = \frac{0{,}637 \cdot 10^3 \cdot 0{,}2}{10^{-3}} = 1{,}27 \cdot 10^5 \qquad \text{(turbulento)}$$

y si el fluido que circula, en igualdad de condiciones, es aceite de viscosidad $\eta = 0{,}1$ USI, resulta:

$$Re = 1{,}27 \cdot 10^3 \qquad \text{(laminar)}$$

10.14. NÚMERO DE MACH (O DE CAUCHY), *Ma*

10.14.1. Observaciones y definición

Útil para movimientos supersónicos.

10.14.2. Fórmulas

La definición es:

$$Ma = v / c$$

(v = velocidad del sólido respecto al fluido; c = velocidad de propag ación de la onda: el sonido).

10.14.3. Dimensiones

$$[Ma] = 1$$

10.14.4. Unidad SI

1

10.14.5. Constantes y valores concretos

Número de Mach de un avión a la velocidad de 680 m/s:

$$Ma = 2{,}0$$

10.15. NÚMERO DE EULER (O DE NEWTON), *Eu*

10.15.1. Observaciones y definición

Útil en dinámica de fluidos.

10.15.2. Fórmulas

La definición es:

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho\, v^2} \qquad\qquad Eu = \frac{F / l^2}{\rho\, v^2}$$

(Δp = diferencia de presión; ρ = densidad; v = velocidad; F = fuerza; l = longitud).

10.15.3. Dimensiones

$$[Eu] = 1$$

10.15.4. Unidad SI

1

10.16. NÚMERO DE FROUDE (O DE REECH), *Fr , Fr'*

10.16.1. Observaciones y definición

Útil en dinámica de fluidos.

10.16.2. Fórmulas

La definición es:

$$Fr = \frac{v^2}{lg}$$

o bien

$$Fr' = \frac{v}{\sqrt{lg}}$$

(v = velocidad; l = longitud; g = campo gravitatorio).

10.16.3. Dimensiones

$$[Fr] = 1$$

10.16.4. Unidad SI

1

10.17. NÚMERO DE WEBER, *We*

10.17.1. Observaciones y definición

Útil en dinámica de fluidos cuando interviene la tensión superficial.

10.17.2. Fórmulas

La definición es:

$$We = \frac{\rho\, v^2\, l}{\sigma}$$

(ρ = densidad; v = velocidad; l = longitud; σ = tensión superficial).

10.17.3. Dimensiones

$$[We] = 1$$

10.17.4. Unidad SI

1

10.18. NÚMERO O COEFICIENTE DE POTENCIA, *Po*

10.18.1. Observaciones y definición

Útil en dinámica de fluidos en estudios de bombas rotatorias.

10.18.2. Fórmulas

La definición es:

$$Po = \frac{P}{\rho\, \omega^3\, D^5}$$

(P = potencia; ρ = densidad; ω = velocidad angular; D = diámetro).

10.18.3. Dimensiones

$$[Po] = 1$$

10.18.4. Unidad SI

1

10.19. NÚMERO O COEFICIENTE DE CAUDAL, *Qa*

10.19.1. Observaciones y definición

Útil en dinámica de fluidos, en estudios de bombas rotatorias.

10.19.2. Fórmulas

La definición es:

$$Qa = \frac{q}{\omega D^3}$$

(q = caudal; ω = velocidad angular; D = diámetro).

10.19.3. Dimensiones

$$[Qa] = 1$$

10.19.4. Unidad SI

1

10.20. NÚMERO O COEFICIENTE MANOMÉTRICO, *Mn*

10.20.1. Observaciones y definición

Útil en dinámica de fluidos, en estudios de bombas rotatorias.

10.20.2. Fórmulas

La definición es:

$$Mn = \frac{g\ h}{\omega^2 D^2}$$

(g = campo gravitatorio; h = altura; ω = velocidad angular; D = diámetro).

10.20.3. Dimensiones

$$[Mn] = 1$$

10.20.4. Unidad SI

1

10.21. NÚMERO DE KNUDSEN, *Kn*

10.21.1. Observaciones y definición

Útil en dinámica de fluidos.

10.21.2. Fórmulas

La definición es:

$$Kn = \frac{\lambda}{l}$$

(λ = recorrido libre medio; l = longitud).

10.21.3. Dimensiones

$$[Kn] = 1$$

10.21.4. Unidad SI

1

10.22. NÚMERO O FACTOR DE RUGOSIDAD, *Ru*

10.22.1. Observaciones y definición

Útil en la circulación de un fluido por un tubo no perfectamente liso.

10.22.2. Fórmulas

La definición es:

$$Ru = \frac{D}{s}$$

(D = diámetro; s = espesor medio de las rugosidades de la pared del tubo).

10.22.3. Dimensiones

$$[Ru] = 1$$

10.22.4. Unidad SI

1

10.23. NÚMERO O FACTOR DE LAS ONDAS SUPERFICIALES, *Os*

10.23.1. Observaciones y definición

Útil en estudios de ondas de tensión superficial en los líquidos.

10.23.2. Fórmulas

La definición es:

$$Os = c\sqrt{\frac{\lambda\,\rho}{\sigma}}$$

(c = velocidad de propagación de las ondas de tensión superficial; λ = longitud de onda; ρ = densidad; σ = tensión superficial).

10.23.3. Dimensiones

$$[Os] = 1$$

10.23.4. Unidad SI

1

10.24. NÚMERO DE STROUHAL, *Sr*

10.24.1. Observaciones y definición

Útil en dinámica de fluidos.

10.24.2. Fórmulas

La definición es:

$$Sr = \frac{l\,\upsilon}{v}$$

(l = longitud; υ = frecuencia; v = velocidad).

10.24.3. Dimensiones

$$[Sr] = 1$$

10.24.4. Unidad SI

1

10.25. NÚMERO DE GRASHOF, *Gr*

10.25.1. Observaciones y definición

Útil en termodinámica de fluidos y transmisión de calor.

10.25.2. Fórmulas

La definición es:

$$Gr = \gamma \cdot \Delta T \cdot g \frac{l^3 \rho^2}{\eta^2} = \gamma \cdot \Delta T \cdot g \frac{l^3}{\nu^2}$$

(γ= coeficiente de dilatación cúbica a presión constante; ΔT = diferencia de temperatura; g = campo gravitatorio; l = longitud; ρ = densidad; η = viscosidad; ν = viscosidad cinemática). El coeficiente de dilatación se define:

$$\gamma = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

(V = volumen; T = temperatura; p = presión).

10.25.3. Dimensiones

$$[Gr] = 1$$

10.25.4. Unidad SI

1

10.26. NÚMERO DE GRASHOF PARA TRANSPORTE DE MASA, *Gr**

10.26.1. Observaciones y definición

Útil en fenómenos de transporte.

10.26.2. Fórmulas

La definición es:

$$Gr^* = \beta \cdot \Delta x \cdot g \frac{l^3}{\nu^2}$$

(β = coeficiente de dilatación respecto a la fracción molar, a presión y temperatura constantes; Δx = diferencia de fracción molar; g = campo gravitatorio; l = longitud; ν = viscosidad cinemática). El coeficiente β se define:

$$\beta = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)_{T,p}$$

(V = volumen; x = fracción molar; T = temperatura; p = presión).

10.26.3. Dimensiones

$$[Gr^*] = 1$$

10.26.4. Unidad SI

1

10.27. NÚMERO DE NUSSELT, *Nu*

10.27.1. Observaciones y definición

Es útil en fluidos y transmisión de calor.

10.27.2. Fórmulas

La definición es:

$$Nu = \frac{h\,l}{\lambda}$$

(h = coeficiente de transmisión de calor sólido-fluido o coeficiente de convección; l = longitud; λ = conductividad calorífica).

10.27.3. Dimensiones

$$[Nu] = 1$$

10.27.4. Unidad SI

1

10.28. NÚMERO DE NUSSELT PARA TRANSPORTE DE MASA, Nu^*

10.28.1. Observaciones y definición

Útil en fenómenos de transporte.

10.28.2. Fórmulas

La definición es:

$$Nu^* = \frac{k\,l}{\rho\,D}$$

(k = coeficiente de transporte de masa; l = longitud; ρ = densidad; D = coeficiente de difusión).

10.28.3. Dimensiones

$$[Nu^*] = 1$$

10.28.4. Unidad SI

1

10.29. NÚMERO DE STANTON (O NÚMERO DE MARGOULIS), *St (Ms)*

10.29.1. Observaciones y definición

Útil en fluidos y transmisión de calor.

10.29.2. Fórmulas

La definición es:

$$St = \frac{h}{\rho\,v\,C_p}$$

(h = coeficiente de transmisión de calor o coeficiente de convección; ρ = densidad; v = velocidad; C_p = capacidad calorífica específica a presión constante).

10.29.3. Dimensiones

$$[St] = 1$$

10.29.4. Unidad SI

1

10.30. NÚMERO DE STANTON PARA TRANSPORTE DE MASA, St^*

10.30.1. Observaciones y definición

Útil en fenómenos de transporte.

10.30.2. Fórmulas

La definición es:

$$St^* = \frac{k}{\rho\, v} \qquad\qquad St^* = Nu^* \cdot Pe^{*-1}$$

(k = coeficiente de transporte de masa; ρ = densidad; v = velocidad; Nu^* = número de Nusselt para transporte de masa; Pe^* = número de Péclet para transporte de masa).

10.30.3. Dimensiones

$$[St^*] = 1$$

10.30.4. Unidad SI

1

10.31. NÚMERO DE PÉCLET, *Pe*

10.31.1. Observaciones y definición

Útil en fluidos y transmisión de calor.

10.31.2. Fórmulas

La definición es:

$$Pe = \frac{\rho\, C_p\, vl}{\lambda} \qquad\qquad Pe = Pr \cdot Re$$

(ρ = densidad; C_p = capacidad calorífica específica a presión constante; v = velocidad; l = longitud; λ = conductividad calorífica; Pr = número de Pradtl; Re = número de Reynolds).

10.31.3. Dimensiones

$$[Pe] = 1$$

10.31.4. Unidad SI

1

10.32. NÚMERO DE PÉCLET PARA TRANSPORTE DE MASA, *Pe**

10.32.1. Observaciones y definición

Útil en fenómenos de transporte.

10.32.2. Fórmulas

La definición es:

$$Pe^* = \frac{l\,v}{D} \qquad\qquad Pe^* = Pe \cdot Le = Sc \cdot Re$$

(l = longitud; v = velocidad; D = coeficiente de difusión; Pe = número de Péclet; Le = número de Lewis; Sc = número de Schmidt; Re = número de Reynolds).

10.32.3. Dimensiones

$$[Pe^*] = 1$$

10.32.4. Unidad SI

1

10.33. NÚMERO DE FOURIER, *Fo*

10.33.1. Observaciones y definición

Útil en fluidos y transmisión de calor.

10.33.2. Fórmulas

La definición es:

$$Fo = \frac{\lambda t}{C_p\,\rho\,l^2}$$

(λ = conductividad calorífica; t = tiempo; C_p = capacidad calorífica específica a presión constante; ρ = densidad; l = longitud).

10.33.3. Dimensiones

$$[Fo] = 1$$

10.33.4. Unidad SI

1

10.34. NÚMERO DE FOURIER PARA TRANSPORTE DE MASA, *Fo**

10.34.1. Observaciones y definición

Útil en fenómenos de transporte.

10.34.2. Fórmulas

La definición es:

$$Fo^* = \frac{Dt}{l^2} \qquad\qquad Fo^* = Fo \cdot Le^{-1}$$

(D = coeficiente de difusión; t = tiempo; Le = número de Lewis; Fo = número de Fourier; l = longitud).

10.34.3. Dimensiones

$$[Fo^*] = 1$$

10.34.4. Unidad SI

1

10.35. NÚMERO DE PRADTL, *Pr*

10.35.1. Observaciones y definición

Útil en fenómenos de transporte.

10.35.2. Fórmulas

La definición es:

$$Pr = \frac{C_p\,\eta}{\lambda}$$

(C_p = capacidad calorífica específica a presión constante; η = viscosidad; λ = conductividad calorífica).

10.35.3. Dimensiones

$$[Pr] = 1$$

10.35.4. Unidad SI

1

10.36. NÚMERO DE SCHMIDT, *Sc*

10.36.1. Observaciones y definición

Útil en fenómenos de transporte.

10.36.2. Fórmulas

La definición es:

$$Sc = \frac{\eta}{\rho\, D} \qquad\qquad Sc = \frac{\upsilon}{D}$$

(η = viscosidad; ρ = densidad; D = coeficiente de difusión; υ = viscosidad cinemática).

10.36.3. Dimensiones

$$[Sc] = 1$$

10.36.4. Unidad SI

1

10.37. NÚMERO DE LEWIS, *Le*

10.37.1. Observaciones y definición

Útil en fenómenos de transporte.

10.37.2. Fórmulas

La definición es:

$$Le = \frac{\lambda}{\rho\, C_p\, D}$$

(λ = conductividad calorífica; ρ = densidad; C_p = capacidad calorífica específica a presión constante; D = coeficiente de difusión).

10.37.3. Dimensiones

$$[Le] = 1$$

10.37.4. Unidad SI

1

10.38. NÚMERO DE REYNOLDS MAGNÉTICO, *Rm*

10.38.1. Observaciones y definición

Útil en magnetohidrodinámica.

10.38.2. Fórmulas

La definición es:

$$Rm = v\, l\, \mu\, \sigma$$

(v = velocidad; l = longitud; μ = permeabilidad magnética; σ = conductividad eléctrica).

10.38.3. Dimensiones

$$[Rm] = 1$$

10.38.4. Unidad SI

1

10.39. NÚMERO DE ALFVÉN, *Al*

10.39.1. Observaciones y definición

Útil en magnetohidrodinámica.

10.39.2. Fórmulas

La definición es:

$$Al = \frac{v}{v_A} \qquad\qquad Al = \frac{v}{B}\sqrt{\rho\,\mu}$$

(v = velocidad; v_A = velocidad de Alfvén; B = inducción magnética; ρ = densidad; μ = permeabilidad magnética).

La velocidad de Alfvén se define así:

$$v_A = \frac{B}{\sqrt{\rho\,\mu}}$$

10.39.3. Dimensiones

$$[Al] = 1$$

10.39.4. Unidad SI

1

10.40. NÚMERO DE HARTMANN, *Ha*

10.40.1. Observaciones y definición

Útil en magnetohidrodinámica.

10.40.2. Fórmulas

La definición es:

$$Ha = Bl\sqrt{\frac{\sigma}{\eta}} \qquad\qquad Ha = Bl\sqrt{\frac{\sigma}{\upsilon\,\rho}}$$

(B = inducción magnética; l = longitud; σ = conductividad eléctrica; η = viscosidad; υ = viscosidad cinemática; ρ = densidad).

10.40.3. Dimensiones

$$[Ha] = 1$$

10.40.4. Unidad SI

1

10.41. PRIMER NÚMERO DE COWLING, Co_1

10.41.1. Observaciones y definición

Útil en magnetohidrodinámica.

10.41.2. Fórmulas

La definición es:

$$Co_1 = \frac{B^2}{\sigma \rho v} \qquad Co_1 = Co \cdot Rm \qquad Co_1 = Ha^2 \cdot Re$$

(B = inducción magnética; σ = conductividad eléctrica; ρ = densidad; v = velocidad; Co = segundo número de Cowling; Rm = número de Reynolds magnético; Re = número de Reynolds; Ha = número de Hartmann).

10.41.3. Dimensiones

$$[Co_1] = 1$$

10.41.4. Unidad SI

1

10.42. NÚMERO DE COWLING (O SEGUNDO NÚMERO DE COWLING), Co, Co_2

10.42.1. Observaciones y definición

Útil en magnetohidrodinámica.

10.42.2. Fórmulas

La definición es:

$$Co = Co_2 = \frac{B^2}{\mu \rho v^2} \qquad Co = Al^{-2}$$

(B = inducción magnética; μ = permeabilidad magnética; ρ = densidad; v = velocidad; Al = número de Alfvén).

10.42.3. Dimensiones

$$[Co] = 1$$

10.42.4. Unidad SI

1

11

FENÓMENOS PERIÓDICOS. ONDAS. ACÚSTICA

11.1. PERIODO, *T*

11.1.1. Observaciones y definición

Un fenómeno se denomina periódico si se repiten los valores de todas las magnitudes físicas cada vez que transcurre un determinado tiempo, llamado *periodo*. El periodo es, por tanto, «el tiempo que dura un ciclo completo». En la naturaleza y en las aplicaciones técnicas tienen lugar fenómenos periódicos con gran profusión.

En el presente capítulo trataremos los movimientos periódicos de tipo mecánico, dejando para otros capítulos los de tipo electromagnético.

11.1.2. Fórmulas

Cualquier magnitud función del tiempo, si participa en un fenómeno periódico cumple:

$$f(t) = f(t + T)$$

es decir, toma el mismo valor cada vez que transcurre un tiempo T que es el periodo.

11.1.3. Dimensiones

$$[T] = \mathrm{T}$$

11.1.4. Unidad SI

s (segundo)

11.1.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las unidades de tiempo (sección 9.8.5).

11.1.6. Constantes y valores concretos

Véase la sección 9.8.6.

11.2. FRECUENCIA. FRECUENCIA DE ROTACIÓN, *ν*, *(f), (n)*

11.2.1. Observaciones y definición

Para cualquier fenómeno periódico, la *frecuencia* es el número de ciclos que se producen en la unidad de tiempo. Puede tratarse de oscilacio nes, rotaciones, etc. Es, por tanto, la magnitud in versa del periodo. En el caso d e la frecuencia del sonido, la frecuencia determina el *tono*; las notas musicales se caracterizan por esta magnitud (puede verse la sección 11.27). La *frecuencia de rotación* es el número de vueltas por unidad de tiempo que efectúa un sistema en rotación.

11.2.2. Fórmulas

$$\nu = \frac{\Delta N}{\Delta t} \qquad \nu = \frac{1}{T} \qquad \nu = \frac{c}{\lambda}$$

(ΔN = número de ciclos; Δt = tiempo; T = periodo; c = velocidad de propagación de una onda; λ = longitud de onda).

11.2.3. Dimensiones

$$[\nu] = s^{-1}$$

11.2.4. Unidad SI

Puede tomarse simplemente el segundo elevado a –1, pero es más conveniente expresar la unidad así:

ciclos / s = Hz (hertz)

11.2.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

kilociclos / s = kHz = 10^3 Hz
megaciclos / s = MHz = 10^6 Hz

11.2.6. Constantes y valores concretos

Fenómeno	Frecuencia ν (hz)
Sonidos audibles (oído humano)	10 a 20 000
Ultrasonidos	mayor que 20 000
Corriente alterna industrial:	50 ó 60
Ondas de radio	10^6 a 10^8
Radar, TV, telefonía móvil, etc.	10^9 a 10^{10}
Canto de la cigarra	$4{,}3 \cdot 10^3$
Luz visible para el ojo humano (entre rojo y violeta):	$\nu_{rojo} = 3{,}85 \cdot 10^{14}$ $\nu_{violeta} = 7{,}5 \cdot 10^{14}$

Frecuencia mínima de un fotón para producir un par electrón-positrón:

$$2m_e c^2 = h\nu$$

$$\nu = \frac{2m_e c^2}{h} = \frac{2 \cdot 0{,}910\,9 \cdot 10^{-30} \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{6{,}626\,07 \cdot 10^{-34}} = 2{,}475 \cdot 10^{20}\ \text{Hz}$$

11.3. FRECUENCIA ANGULAR (O FRECUENCIA CIRCULAR) (O PULSACIÓN), ω

11.3.1. Observaciones y definición

En un movimiento periódico se puede expresar la *frecuencia* ν en hertz (ciclos por segundo) y también puede optarse por dar la frecuencia angular ω, expresada en rad/s (considerando que cada ciclo equivale a 2π radianes). Esta magnitud puede denominarse *frecuencia angular, frecuencia circular* o *pulsación*.

En un movimiento de rotación uniforme, esta magnitud es igual a la velocidad angular.

11.3.2. Fórmulas

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$

(ν = frecuencia; T = periodo).

11.3.3. Dimensiones

$$[\omega] = \mathrm{T}$$

11.3.4. Unidad SI

$\boxed{\text{rad / s}}$ (radianes por segundo)

11.3.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Para movimientos de rotación (véase también la sección 9.12.5):

1 rpm ≡ 1 rev / min = 2π/60 rad / s = 0,104 72 rad / s
1 rev / s = 6,283 185 rad / s

11.3.6. Constantes y valores concretos

Véanse las dadas en la sección 9.12.6.

11.4. AMPLITUD Y ELONGACIÓN, *A*, *x* (o bien θ_0, θ)

11.4.1. Observaciones y definición

En un movimiento oscilatorio (rectilíneo o curvilíneo) se llama *elongación, x, θ,* a la separación de la posición de equilibrio. «Es la coordenada de la partícula o cuerpo, tomando como origen de coordenadas la posición de equilibrio».

Si el movimiento es armónico simple, la elongación es función sinusoidal del tiempo. En general, cualquier movimiento oscilatorio puede descomponerse en suma de movimientos sinusoidales de frecuencias múltiples de la frecuencia llamada fundamental (Fourier).

La amplitud *A,* θ_0, «es la máxima elongación».

11.4.2. Fórmulas

Movimiento armónico simple:
(longitudinal) $x = A\ sen\ (\omega t + \varphi) = A\ sen\ [\omega\ (t - t_0)]$
(angular) $\theta = \theta_0\ sen\ (\omega t + \varphi) = \theta_0\ sen\ [\omega\ (t - t_0)]$

que son soluciones de la ecuación diferencial respectiva, que vemos a continuación:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + k\theta = 0$$

(ω = frecuencia angular; k = constante armónica; φ = se puede llamar fase inicial y es una constante de integración, igual que lo es la amplitud; t_0 = es una constante de integración que puede sustituir a φ; el argumento completo de la función sinusoidal se llama fase).

11.4.3. Dimensiones

$$[x] = [A] = \mathrm{L}$$
$$[\theta] = 1$$

11.4.4. Unidad SI

m	rad	(metro) (radian)

11.4.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Para longitud véase sección 9.1.5.
Para ángulo véase sección 9.4.5.

11.4.6. Constantes y valores concretos

Amplitud del desplazamiento acústico de una molécula para un sonido medio en aire:

$$A = 1 \text{ nm}$$

11.5. CONSTANTE ARMÓNICA, *k*

11.5.1. Observaciones y definición

El movimiento oscilatorio armónico se caracteriza por la proporcionalidad de la aceleración y la elongación en cualquier instante del movimiento (con signos contrarios, como es obvio). El coeficiente de proporcionalidad puede denominarse «constante armónica».

11.5.2. Fórmulas

La ecuación del movimiento es:

$$a = -kx \qquad \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

(a = aceleración; x = elongación).

11.5.3. Dimensiones

$$[k] = \mathrm{T}^{-2}$$

11.5.4. Unidad SI

s^{-2}

11.5.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de tiempo, con exponente –2.

11.6. AMPLITUD DE VELOCIDAD, v_0, v_m, U

11.6.1. Observaciones y definición

Es la velocidad máxima que se adquiere durante la oscilación. En el movimiento armónico simple (sinusoidal) la velocidad máxima es el producto de la amplitud por la frecuencia angular, y tiene lugar al pasar por la posición central del movimiento.

11.6.2. Fórmulas

Movimiento sinusoidal. elongación: $x = A\,sen\,\omega t$

Velocidad: $v = \dfrac{dx}{dt} = A\omega \cos \omega t$

Amplitud de velocidad $v_0 = A\omega$

11.6.3. Dimensiones

Como las de velocidad, sección 9.9.3.

(Si la oscilación es de rotación, la amplitud de velocidad angular tiene dimensiones y unidades de velocidad angular, sección 9.10.3).

11.6.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{m \cdot s^{-1}}}$$

11.6.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de velocidad.

11.7. AMPLITUD DE ACELERACION, a_0, a_m

11.7.1. Observaciones y definición

Es la aceleración máxima que se produce en la oscilación. Si es movimiento armónico simple (sinusoidal), la aceleración máxima es el producto de la amplitud por el cuadrado de la frecuencia angular, y tiene lugar en los extremos de la trayectoria.

11.7.2. Fórmulas

Oscilación sinusoidal.

$$a = -A\omega^2 \operatorname{sen} \omega t$$

amplitud de aceleración:

$$a_0 = A\omega^2$$

11.7.3. Dimensiones

Como las de aceleración, sección 9.10.3 (si la oscilación es de rotación, la amplitud de aceleración angular tiene las dimensiones y unidade s de la aceleración angular, sección 9.13.3).

11.7.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}}$$

11.7.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de aceleración (sección 9.10.5).

11.8. CONSTANTE ELÁSTICA (de un sistema que se deforma elásticamente), *K, k*

11.8.1. Observaciones y definición

Consideramos aquí el oscilador armónico.

En las oscilaciones de sistemas elásticos, la fuerza recuperadora elástica es la responsable del movimiento. Esta fuerza se considera que cumple la ley general de Hooke, es decir, es proporcional a la deformación. La constante de proporcionalidad es la *constante elástica*. Las deformaciones pueden ser longitudinales, de torsión, de cizalla, de flexión, etc. Estudiaremos aquí las dos más frecuentes: los sistemas longitudinales (muelles) y los sistemas de torsión.

11.8.2. Fórmulas

Ley de Hooke (fuerza recuperadora):

Sistemas longitudinales (muelles): $F = -kx$
Sistemas de torsión: $M = -k\theta$

Aquí F es la fuerza recuperadora; x es la elongación (alargamiento del muelle); M es el momento recuperador en la torsión; θ es la elongación (ángulo girado); k es, en cada caso, la constante elástica del muelle o la constante de torsión.

11.8.3. Dimensiones

Sistemas longitudinales:

$$[k] = \mathrm{M\,T^{-2}}$$

Sistemas de torsión:

$$[k] = \mathrm{L^2\,M\,T^{-2}}$$

11.8.4. Unidad SI

Sistemas longitudinales:

$$\mathrm{kg \cdot s^{-2}} = \boxed{\mathrm{N / m}}$$

Sistemas de torsión:

$$\mathrm{kg \cdot m^2\,s^{-2}} = \boxed{\mathrm{N \cdot m}}$$

11.8.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Sistemas longitudinales:

1 dyn /cm = 10^{-3} N / m
1 poundal / pie (pd · $\mathrm{ft^{-1}}$) = 0,453 593 N / m
1 poundal / pulgada (pd · $\mathrm{in^{-1}}$) = 5,443 110 N / m

Sistemas de torsión:

1dyn · cm = 10^{-7} N · m
1 poundal · pie (pd · ft) = 0,042 140 N · m
1 poundal · pulgada (pd · in) = 3, 511 677 · 10^{-3} N · m

11.9. COEFICIENTE DE RESISTENCIA VISCOSA, *b*

11.9.1. Observaciones y definición

En las oscilaciones amortiguadas se produce una fuerza resistente pasiva que, con muy buena aproximación, se puede considerar proporcional a la velocidad (por ello recibe el nombre a veces de *fuerza de resistencia viscosa*). La constante de proporcionalidad es el *coeficiente de resistencia viscosa.* (En el movimiento de un sólido respecto a un fluido esta magnitud recibe el nombre de *coeficiente de fricción lineal*, en la expresión $F = -bv$.)

11.9.2. Fórmulas

$$F_R = -bv = b\dot{x}$$

(F_R = fuerza de resistencia viscosa; v = velocidad; x = posición o elong ación).

La ecuación diferencial resulta así (v eamos el caso de un muell e con una masa puntual en un extremo y con el otro extremo fijo):

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$$

(m = masa de la partícula que oscila; k = constante elástica del muelle; x, $\dot{x}$, $\ddot{x}$ = elongación y sus derivadas, velocidad y aceleración).

11.9.3. Dimensiones

$$[b] = \mathrm{M\,T^{-2}}$$

11.9.4. Unidad SI

$$\mathrm{kg\ s^{-1}} = \boxed{\mathrm{N\ s\ /\ m}}$$

11.9.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

1 dyn s /cm = 10^{-3} m
1 kgf s/m = 9,806 65 USI (exactamente)
1 poundal s /pie (pd s $\mathrm{ft^{-1}}$) = 0,453 593 USI
1 poundal s /pulgada (pd s $\mathrm{in^{-1}}$) = 5,443 110 USI

11.10. COEFICIENTE DE AMORTIGUAMIENTO Y CONSTANTE DE TIEMPO, δ, τ

11.10.1. Observaciones y definición

La expresión exponencial de la elongación

$$x = A_0 e^{-\delta t} \cos \omega t$$

es solución de la ecuación diferencial vista en la sección 11.9 .2. Se llama coeficiente de amortiguamiento a la constante δ. Se llama constante de tiempo a la inversa de δ (para magnitudes que varían exponencialmente con el tiempo).

11.10.2. Fórmulas

Para el caso del oscilador constituido por un muelle de constan te elástica k, con una masa m en su extremo y una resistencia de tipo viscoso de constante b, se tiene para el coeficiente de amortiguamiento:

$$\delta = \frac{b}{2m} \qquad \tau = \frac{1}{\delta} \qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$$

(ω = pseudofrecuencia angular).

También pueden emplearse magnitudes complejas (parte real):

$$x = A_0\, e^{-\delta t}\, e^{j\omega t} = A_0\, e^{\gamma t} \qquad \gamma = -\delta + j\omega t \qquad j = \sqrt{-1}$$

11.10.3. Dimensiones

$$[\delta] = \mathrm{T}^{-1}$$
$$[\tau] = \mathrm{T}$$

11.10.4. Unidad SI

Para δ | s^{-1} |

Para τ | s |

11.10.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de tiempo con exponente –1 (o con exponente 1, en su caso). Sección 9.8.5.

11.11. DECREMENTO LOGARÍTMICO, Λ

11.11.1 Observaciones y definición

Es el producto del coeficiente de amortiguamiento por el periodo (el pseudoperiodo).

Una oscilación amortiguada se caracteriza por una disminución exponencial de la amplitud. Es decir, la solución de la ecuación diferencial vista en la sección 11.9.2 es de la forma (suponiendo que exista oscilación, por ser $b^2 < 4\ km$):

$$x = A_0 e^{\frac{b}{2m}t} \cos \omega t = A_0 e^{-\delta t} \cos \omega t$$

y por tanto, la amplitud inicial es A_0, disminuyendo al transcurrir el tiempo. Se define el concepto de *decremento logarítmico* como «diferencia de los logaritmos neperianos de dos amplitudes sucesivas» (separadas por el tiempo de un periodo).

(δ = coeficiente de amortiguamiento; ω = frecuencia angular o pseudofrecuencia angular; b = coeficiente de resistencia viscosa).

11.11.2. Fórmulas

El decremiento logarítmico es $\Lambda = \delta t$.

En la fórmula vista para la elongación, estudiemos cómo varía la amplitud:

$$A(t) = A_0\, e^{-\delta t}$$

en un instante t_1 será

$$A_1 = A_0\, e^{-\delta t_1}$$

y después de transcurrido un periodo T, será

$$A_2 = A_0\, e^{-\delta(t_1 + T)}$$

por tanto, por definición, el decremento logarítmico es

$$\Lambda = \ln A_1 - \ln A_2$$

y resulta:

$$\Lambda = \ln (A_1/A_2) = \delta T$$

Si el valor de δ es pequeño, ello indica que la oscilación se amortigua muy lentamente.

11.11.3. Dimensiones

$$[\Lambda] = 1$$

11.11.4. Unidad SI

1

Para relacionar dos amplitudes se usa frecuentemente el Neper, que se define en la sección 11.37.4.

11.12. REACTANCIA MECÁNICA DE UN OSCILADOR ELÁSTICO, *X*

11.12.1. Observaciones y definición

Para la oscilación forzada permanente se consideran dos magnitudes que se oponen al movimiento: por una parte el coeficiente de resistencia viscosa b (propia del oscilador) y por otra la reactancia mecánica X, que depende no sólo del oscilador (de su masa m y su constante elástica k), sino también de la frecuencia.

11.12.2. Fórmulas

Reactancia mecánica:

$$X = m\omega - \frac{k}{\omega}$$

(m = masa, k = constante elástica; ω = frecuencia angular).

Amplitud de velocidad:

$$v_0 = \frac{F_0}{\sqrt{b^2 + X^2}}$$

(F_0 = amplitud de la fuerza periódica que oblig a a oscilar al siste ma; b = constante de resistencia viscosa). (Obsérvese la similitud con la reactancia en un oscilador de corriente alterna.)

10.12.3. Dimensiones

$$[X] = \mathrm{M\ T^{-1}}$$

10.12.4. Unidad SI

$$\mathrm{kg \cdot s^{-1}} = \boxed{\mathrm{N\ s\ /\ m}} \qquad \text{(newton segundo por metro)}$$

11.12.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

dyn · s /cm = 10^{-3} USI (exactamente)
kgf · s/m = 9,806 65 USI (exactamente)
poundal · s/pulgada (pd s $\mathrm{ft^{-1}}$) = 0,453 593 USI
poundal · s/pulgada (pd s $\mathrm{in^{-1}}$) = 5,443 110 USI

11.13. IMPEDANCIA MECÁNICA Z, Z_m

11.13.1. Observaciones y definición

Se define rigurosamente así: «es el cociente entre la fuerza aplicada compleja y la velocidad compleja de las partículas en la dirección de la fuerza». La definición vale para un punto de un medio o para un oscilador. En un oscilador forzado amortiguado, en régimen permanente, la oposición al movimiento es la combinación de la constante de resistencia viscosa y la reactancia mecánica. En conjunto, la oposición total constituye la impedancia mecánica, como vamos a ver en las fórmulas.

11.13.2. Fórmulas

Impedancia:

$$Z = \sqrt{b^2 + X^2} \qquad \vec{Z} = b + jX \qquad X = m\omega - \frac{k}{\omega}$$

(b = constante de resistencia viscosa; X = reactancia; $j = \sqrt{-1}$; m = masa; ω = = frecuencia angular; k = constante elástica).

Amplitud de velocidad

$$v_0 = \frac{F_0}{Z} \qquad \vec{v} = \frac{\vec{F}}{\vec{Z}} \qquad \vec{Z} = \frac{\vec{F}}{\vec{v}}$$

(F = fuerza periódica que obliga a oscilar al sistema; F_0 = amplitud de la fuerza).

11.13.3. Dimensiones

$$[Z] = \mathrm{M\,T^{-1}}$$

11.13.4. Unidad SI

$$\mathrm{kg \cdot s^{-1}} = \boxed{\mathrm{N \cdot s / m}} \qquad \text{(newton segundo por metro)}$$

11.13.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

dyn · s /cm = 10^{-3} USI (exactamente)
kgf · s/m = 9,806 65 USI (exactamente)
poundal · s/pulgada (pd · s · ft^{-1}) = 0,453 593 USI
poundal · s/pulgada (pd · s · in^{-1}) = 5,443 110 USI

11.14. FRECUENCIA ANGULAR PROPIA (frecuencia de resonancia), ω_0

11.14.1. Observaciones y definición

Es la frecuencia angular del oscilador sin amortiguamiento. Cuando en la oscilación forzada la frecuencia de la fuerza aplicada coincide con la propia del oscilador, aparece el fenómeno de la resonancia: la reactancia se hace nula, la impedancia es la mínima, la amplitud de velocidad y la energía del oscilador se hacen máximas (si no hubiese amortiguamiento llegarían a valor infinito). (También se pueden considerar la frecuencia propia ν_0 y el periodo propio T_0, relacionados por las fórmulas $T_0 = 2\pi / \omega_0$; $\omega_0 = 2\pi\nu_0$.)

11.14.2. Fórmulas

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

si $\omega = \omega_0$, se produce la resonancia:

$$X = 0 \qquad Z = b \qquad v_0 = \frac{F_0}{b}$$

(k = constante elástica; X = reactancia; Z = impedancia; b = coeficiente de resistencia; F_0 = amplitud de la fuerza aplicada).

11.14.3. Dimensiones

$$[\omega] = \mathrm{T}^{-1}$$

11.14.4. Unidad SI

rad/s

11.14.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Las mismas que para la velocidad angular.

11.15. FRECUENCIA ANGULAR DEL OSCILADOR AMORTIGUADO (pseudofrecuencia angular), ω

11.15.1. Observaciones y definición

Realmente no se trata de un mo vimiento periódico, pues el amorti guamiento origina que en cada oscilación vaya disminuyendo la amplitud, con todas sus consecuencias (para ser rigurosamente periódico todos los v alores deberían repetirse en cada oscilación). La frecuencia ν, la frecuencia angular ω, y el periodo T, en rigor deberían denominarse pseudofrecuencia, pseudofrecuencia angular y pseudoperiodo. Los valores de ν y ω del oscilador amortiguado son algo menores que los del oscilador sin amortiguamiento, como vamos a ver en la fórmulas.

11.15.2. Fórmulas

Frecuencia angular propia (sin amortiguamiento):

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Pseudofrecuencia angular (con amortiguamiento):

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$$

Relaciones:

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T$$

(k = constante elástica; b = constante de resistencia viscosa; ν = pseudofrecuencia; T = pesudoperiodo).

11.15.3. Dimensiones

$$[\omega] = \mathrm{T}^{-1}$$

11.15.4. Unidad SI

rad/s

11.15.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Las mismas que para la velocidad angular.

11.16. COEFICIENTE DE ANARMONICIDAD, *s*

11.16.1. Observaciones y definición

La ley de Hooke (fuerza proporcional a la deformación; relación lineal) es sólo una primera aproximación en los sistemas elásticos reales. Una segunda aproximación es suponer una ley no lineal (se dice entonces que la oscilación es no armónica o «anarmónica»). Es como si un muelle fuera algo más deformable por alargamiento que por contracción (o a la inversa). Veamos las fórmulas para la fuerza recuperadora en un muelle con una masa puntual en su extremo.

11.16.2. Fórmulas

Oscilador armónico $F = -kx$

Oscilador anarmónico $F = -kx + skx^2$

Ecuación diferencial $m\ddot{x} + kx - skx^2 = 0$

La constante s es el *coeficiente de anarmonicidad*, que tiene un valor numérico pequeño.
(F = fuerza recuperadora; k = constante elástica; m = masa puntual; x, $\dot{x}$, $\ddot{x}$ = elongación, velocidad y aceleración).

11.16.3. Dimensiones

$$[s] = \mathrm{L}^{-1}$$

11.16.4. Unidad SI

m^{-1}

11.16.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de longitud con exponente –1 (sección 9.1).

11.17. ENERGÍA DEL OSCILADOR ELÁSTICO *E, W*

11.17.1. Observaciones y definición

Un oscilador contiene energía mecánica (constante si no hay amortiguamiento o si la oscilación es mantenida).

La energía que contiene («almacena») un oscilador elástico es suma de dos clases de energía: energía potencial o elástica (variable con el tiempo en función de la deformación) y energía cinética (variable con el tiempo en función de la velocidad).

11.17.2. Fórmulas

Consideremos el caso sencillo del muelle (lo que puede extenderse a otros osciladores elásticos).

Energía potencial elástica:

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2 \ \text{sen}^2 (\omega t + \varphi)$$

Energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mA^2 \ \omega^2 \cos^2 (\omega t + \varphi)$$

Energía total:

$$E = E_p + E_c = \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} mA^2 \ \omega^2 = \frac{1}{2} mv_0^2 = constante$$

(k = constante elástica; A = amplitud; v = velocidad; m = masa; ω = frecuencia angular; φ = fase inicial; v_0 = amplitud de velocidad).

11.17.3. Dimensiones

$$[E] = \text{L}^2 \ \text{M} \ \text{T}^{-2}$$

11.17.4. Unidad SI

$$\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} = \text{J}$$ (joule, julio)

11.17.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de energía (sección 9.15.5).

11.18. POTENCIA ABSORBIDA Y POTENCIA DISIPADA (EN UN OSCILADOR ELÁSTICO FORZADO AMORTIGUADO), P_a, P_d

11.18.1. Observaciones y definición

En las oscilaciones forzadas, la fuerza periódica aplicada intro duce energía en el oscilador, y por otra parte el amortiguamiento disipa energía mecánica (que se transforma en calor).

11.18.2. Fórmulas

La potencia que la fuerza aplicada comunica al oscilador es la *potencia absorbida*, que instantáneamente vale:

$$p_a = Fv = F_0 v_0 \operatorname{sen} \omega t \cdot \operatorname{sen} (\omega t + \varphi)$$

y el valor medio en un ciclo es:

$$P_a = \frac{1}{2} F_0 v_0 \cos \varphi$$

La *potencia disipada* instantáneamente es:

$$p_d = F_R v = b v^2 = b v_0^2 \operatorname{sen}^2 \omega t$$

y el valor medio en un ciclo es:

$$P_d = \frac{1}{2} b v_0^2$$

(F_0 = amplitud de la fuerza aplicada; v_0 = amplitud de velocidad; ω = frecuencia angular de la fuerza aplicada y de las oscilaciones permanentes ; φ = diferencia de fase entre la fuerza periódica aplicada y la v elocidad; b = constante de resistencia viscosa; F_R = fuerza resistente del amortiguamiento).

11.18.3. Dimensiones

$$[P] = \mathrm{L}^2 \, \mathrm{M} \, \mathrm{T}^{-3}$$

11.18.4. Unidad SI

$$\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-3} = \boxed{\mathrm{wW}} \qquad \text{att, vatio)}$$

11.18.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de potencia (sección 9.16.5).

11.19. CONSTANTE DE TIEMPO. TIEMPO DE RELAJACIÓN, τ

11.19.1. Observaciones y definición

En la oscilación amortiguada, la amplitud decrece exponencialmente según se vio en la fórmula de la sección 11.10.2. Se llama *constante de tiempo*, en general, para cualquier magnitud que varía exponencialmente, al tiempo que tardaría en alcanzar su valor límite de referencia (conservando su tasa de variación).

11.19.2. Fórmulas

Sea la magnitud

$$A = B + Ce^{-gt}$$

entonces la constante de tiempo sería

$$\tau = \frac{1}{g}$$

Transcurrido un tiempo τ, la magnitud alcanza el valor

$$A = B + \frac{C}{e}$$

En el caso del oscilador amortiguado de la sección 11.10.2, la amplitud es:

$$A = A_0 e^{-\delta t}$$

y la constante de tiempo es

$$\tau = \frac{1}{\delta} = \frac{2m}{b}$$

(δ = coeficiente de amortiguamiento; m = masa; b = constante de resistencia viscosa).

Si τ es grande, ello indica que la oscilación se amortigua muy lentamente. La constante de tiempo del oscilador se relaciona con el decremento logarítmico y el periodo, para el oscilador amortiguado:

$$\Lambda = \delta T = \frac{T}{\tau}$$

Para este oscilador, el significado de la constante τ es el de «tiempo necesario para que la amplitud se reduzca a $1/e$ de su valor inicial».

10.19.3. Dimensiones

$$[\tau] = \mathrm{T}$$

10.19.4. Unidad SI

s	(segundo)

10.19.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de tiempo.

11.20. FACTOR DE CALIDAD, *Q*

11.20.1. Observaciones y definición

En los osciladores amortiguados interesa a veces definir el *factor de calidad*, que sirve para relacionar la energía del oscilador con la rapidez con que la energía se disipa. Un factor de calidad alto corresponde a un oscilador que almacena mucha energía y la disipa lentamente.

11.20.2. Fórmulas

La definición de *factor de calidad* es:

$$Q = 4\pi \frac{E}{E_{disipada}}$$

$$Q = 4\pi \frac{E}{P_d T} = 4\pi \frac{\frac{1}{2} m v_0^2}{\frac{1}{2} b v_0^2 T} = \frac{2m}{b} \omega = \tau\omega$$

(E = energía almacenada en el oscilador; P_d = potencia disipada; T = periodo o pseudoperiodo; m = masa; v_0 = amplitud de v elocidad; $\omega = 2\pi/T$= frecuencia angular; $\tau = 2m/b$= constante de tiempo).

11.20.3. Dimensiones

$$[Q] = 1$$

11.20.4. Unidad SI

1

11.21. VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN DE UNA ONDA, *c, v*

11.21.1. Observaciones y definición

Las oscilaciones que se transmiten por el espacio (medios materiales o vacío) constituyen una «onda». En las ondas mecánicas se producen movimientos oscilatorios de las partículas materiales, y por ello no se propagan por el vacío. La velocidad de propagación depende de las propiedades del medio material y a veces de la frecuencia (en este caso hay «dispersión»).

11.21.2. Fórmulas

La velocidad de propagación para diversos tipos de ondas en la materia es:

Cuerdas $c = \sqrt{\frac{T}{\rho_L}}$

muelles; ondas longitudinales $c = \sqrt{\frac{J}{\rho_L}}$

sólidos; ondas longitudinales (sonido) $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

sólidos; ondas transversales $c = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$

barras; ondas de torsión $c = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$

fluidos (líquidos y gases) (sonido) $c = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho_0}}$

ondas superficiales en líquidos (olas) $c = \sqrt{\left(\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}\right) \operatorname{th} \frac{2\pi h}{\rho\lambda}}$

En estas fórmulas, los símbolos tienen los siguientes significados: T es la tensión de la cuerda; ρ_L es la densidad lineal; J es la constante de la clase de muelle usado (la ley de Hooke expresada por unidad de longitud es: $F = J\varepsilon = J\Delta l/l$; $J = k$; por ello J es independiente de la longitud del muelle, lo que no ocurre con la constante elástica habitual k); E es el módulo de Young; ρ es la densidad;

G es el módulo de rigidez o cizalla; κ es el módulo de compresibilidad adiabática; ρ_0 es la densidad del fluido sin perturbación; g es la intensidad de la gravedad; σ es la tensión superficial; λ es la longitud de onda; th indica tangente hiperbólica; h es la profundidad (distancia media vertical entre el fondo y la superficie). (La velocidad de las ondas electromagnéticas se verá en la correspondiente sección.)

11.21.3. Dimensiones

$$[c] = \mathrm{L\,T^{-1}}$$

11.21.4. Unidad SI

m/s

11.21.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de velocidad (sección 9.8).

11.21.6. Constantes y valores concretos

Velocidad de propagación aproximada para algunos tipos de ondas mecánicas

Tipo de onda	*c* (m/s)
Onda en una cuerda de guitarra	30
Sonido en aire a 0 °C	331,5
Sonido en aire a 20 °C	344
Sonido en He a 20 °C	1 007
Sonido en agua dulce	1 493,2
Sonido en agua del mar	1 532,8
Sonido en hierro	5 531
Onda de torsión en un eje de un motor	3 000
Olas del mar	2 a 10
Ondas sísmicas P (longitudinales)	$11 \cdot 10^3$ a $13{,}5 \cdot 10^3$
Ondas sísmicas S (transversales)	6 000 a 7 000
Ondas sísmicas superficiales	3 000 a 6 000

11.22. ÍNDICE DE REFRACCIÓN, n, n_{ij}

11.22.1. Observaciones y definición

Se trata de relacionar la velocidad de propagación de una onda en dos medios materiales diferentes (para la luz, la relación se establece con el vacío para definir el índice de refracción absoluto, como se verá en la sección correspondiente).

11.22.2. Fórmulas

El índice de refracción del medio *i* respecto a otro medio *j* es:

$$n_{ij} = \frac{c_j}{c_i}$$

(c_i y c_j son las respectivas velocidades de propagación).

11.22.3. Dimensiones

$$[n] = 1$$

11.22.4. Unidad SI

Por ser adimensional no tiene unidades. Se toma el número 1

1

11.23. NÚMERO DE MACH, *Ma*

11.23.1. Observaciones y definición

Cuando un cuerpo se desplaza en un medio material con velocidad superior a la del sonido, interesa a veces relacionar su velocidad con la velocidad de propagación del sonido en dicho medio (o en el caso de ondas electromagnéticas, con la velocidad de la luz en dicho medio; caso de la radiación de Cerenkov). El *número de Mach* (ya tratado en la sección 10.14) es la relación entre la velocidad de un cuerpo y la del sonido. Si el número de Mach es uno, el cuerpo se desplaza con la misma velocidad que el sonido.

11.23.2. Fórmulas

$$Ma = \frac{v}{c}$$

(v = velocidad del cuerpo; c = velocidad de propagación de la onda en el medio material).

11.23.3. Dimensiones

$$[Ma] = 1$$

11.23.4. Unidad SI

1

11.23.5. Constantes y valores concretos

Número de Mach alcanzado por algunos aviones y cohetes supersónicos (valores aproximados).

Aviones..... $Ma = 3$

Cohetes..... $Ma = 6$

Cuerpo que cae a la Tierra desde distancia infinita..... $Ma = 32$

11.24. LONGITUD DE ONDA, λ

11.24.1. Observaciones y definición

Es la distancia que separa dos puntos consecuti vos que se encue ntran en el mismo estado de vibración en un instante dado, al pasar una onda. Se puede obtener dividiendo la velocidad de propagación por la frecuencia.

11.24.2. Fórmulas

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

(c = velocidad de la onda; ν = frecuencia). Nótese que la frecuencia es siempre la misma, independiente del medio, pero no la velocidad, ni tampoco la longitud de onda, por tanto. La longitud de onda depende del medio materi al en que se propaga la onda.

11.24.3. Dimensiones

$$[\lambda] = \mathrm{L}$$

11.24.4. Unidad SI

m	(metro)

11.24.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de longitud (sección 9.1.5).

11.24.6. Constantes y valores concretos

Longitud de onda aproximada para algunos tipos de ondas: λ (m)	
Ondas en cuerdas	0,5
Sonidos musicales (en aire)	1
Sonido en agua	3
Ondas de torsión en barras	10
Olas en el mar	5
Ondas sísmicas	10
Luz roja (límite visible, en vacío)	$7{,}8 \cdot 10^{-7}$
Luz violeta (límite visible)	$4{,}0 \cdot 10^{-7}$

11.25. NÚMERO DE ONDAS, σ

11.25.1. Observaciones y definición

Se trata de expresar «el número de ondas (ciclos completos) que están contenidas en la unidad de longitud», al pasar una onda por un medio material. Resulta ser la magnitud inversa de la longitud de onda, como es obvio.

11.25.2. Fórmulas

$$\sigma = \frac{1}{\lambda}$$

su valor depende del medio en que se propaga la onda.

11.25.3. Dimensiones

$$[\sigma] = \mathrm{L}^{-1}$$

11.25.4. Unidad SI

m^{-1}

11.25.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = kayser = $\mathrm{cm}^{-1} = 10^2$ USI
y todas las de longitud con exponente –1 (Sección 9.1.5).

11.26. NÚMERO DE ONDAS ANGULAR, *k*

11.26.1. Observaciones y definición

«Es el número de ciclos completos (e xpresado en radianes; un ci clo vale 2π radianes) existentes por unidad de longitud», al pasar la onda.

11.26.2. Fórmulas

$$k = 2\pi\sigma = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$$

(σ = número de ondas; λ = longitud de onda; ω = frecuencia angular; c = velocidad de propagación).

Es una magnitud muy utilizada en el estudio de las ondas. P ara una onda armónica monodimensional la ecuación es:

$$\xi = A\ sen\ (\omega t - kx)$$

(ξ = elongación, que es función sinusoidal, tanto del tiempo como de la coordenada espacial; A = amplitud; ω = frecuencia angular; x = distancia al origen de coordenadas).

La velocidad de propagación se relaciona con las magnitudes estudiadas así

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu = \frac{\omega}{k}$$

Notemos que T, ν, ω son independientes del medio material, mientras que λ, k, σ dependen del medio.

11.26.3. Dimensiones

$$[k] = \mathrm{L}^{-1}$$

11.26.4. Unidad SI

rad/m (a veces se usa el m^{-1})

11.26.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Cualquier unidad de ángulo dividida por cualquier unidad de longitud. Por ejemplo:

1 grado/m = $2\pi/360$ = 0,017 453 3 USI
1 grado/cm = 1,745 33 USI
1 rad/cm = 100 USI (exactamente)
1 rad/pulgada (rad · in^{-1}) = 39,370 08 USI

11.27. TONO (Y TIMBRE) DE UN SONIDO, ν, f

11.27.1. Observaciones y definición

«El *tono* es la frecuencia fundamental» de un sonido o de una nota musical. (Puede consultarse la *frecuencia* en la sección 11.2) «Se llama *timbre* al conjunto de armónicos que acompañan a la frecuencia fundamental según el desarrollo de Fourier». La misma nota (mismo tono), posee distinto timbre si es emitida por distintos tipos de instrumentos musicales.

11.27.2. Fórmulas

Tono o frecuencia: ν

11.27.3. Dimensiones

$$[\nu] = \mathrm{T}^{-1}$$

11.27.4. Unidad SI

Hz

11.27.5. Constantes y valores concretos

Tonos o frecuencias de las notas musicales de la escala natural o diatónica de Zarlin a partir de la nota* la$_3$ *cuya frecuencia se ha tomado* $\nu = 440$ *Hz

NOTAS →	do	re	mi	fa	sol	la	si	do
FRECUENCIA ν (Hz) →	264	297	330	352	396	440	495	528

11.28. RELACIÓN E INTERVALO DE FRECUENCIAS (INTERVALO MUSICAL), *r, i*

11.28.1. Observaciones y definición

Se trata de «la relación o cociente entre las frecuencias de dos tonos o notas musicales». Se denomina *intervalo de frecuencias* o *intervalo musical* al «logaritmo binario del cociente entre dos frecuencias» (la mayor dividida por la menor).

11.28.2. Fórmulas

Relación

$$r = \frac{\nu_2}{\nu_1}$$

Intervalo

$$i = \log_2 r \qquad r = \log_2 \frac{\nu_2}{\nu_1}$$

(ν_2, ν_1 = frecuencias mayor y menor; $\log_2$ indica logaritmo de base 2).

Por ejemplo, se obtiene un «sostenido» al multiplicar por 25/24 la frecuencia de la nota base. Por tanto, *la relación* entre la frecuencia del sostenido y la de la nota base es:

$$r = \frac{25}{24} = 1{,}041\ 667$$

mientras que *el intervalo* es:

$$i = \log_2 \frac{25}{24} = 0{,}058\ 9 \text{ octavas}$$

Partiendo de una nota cualquiera, se obtiene la misma nota de la octava siguiente si se multiplica por 2 la frecuencia. Por tanto, la *relación* entre dichas

notas es $r = 2$, mientras que *el intervalo* es $i = \log_2 2 = 1$ octava. Para dos notas iguales pertenecientes a octavas consecutivas la relación es siempre 2 y el intervalo es siempre 1 octava.

Para «afinar» instrumentos musicales se parte de una nota como referencia (cuyo tono o frecuencia no tiene un valor prefijado) y se acoplan respecto a ella los intervalos de todas las demás notas.

11.28.3. Dimensiones

$$[r] = [i] = 1$$

11.28.4. Unidad SI

Para la *relación*: 1

Para el *intervalo*: octava

11.28.5. Constantes y valores concretos

Relaciones e intervalos en las notas musicales

Denominación	Relaciones	Intervalos (octavas)
Unísono	1/1	0,000 0
Tono mayor	9/8	0,169 9
Tono menor	10/9	0,152 0
Semitono	16/15	0,093 1
Sostenido (o semitono menor)	25/24	0,058 9
Bemol	24/25	—
Coma	81/80	0,017 9
Segunda (o tono mayor)	9/8	0,169 9
Tercera mayor	5/4	0,321 9
Cuarta 4/3		0,415 0
Quinta	3/2	0,585 0
Sexta mayor	5/3	0,737 0
Séptima	15/8	0,906 1
Octava	2/1	1,000 0
Escala atemperada	$2^{1/12} = 1{,}059\,463$	0,083 3

En la escala natural o diatónica no coincide el sostenido de una nota con el bemol de la siguiente (por ejemplo, para el *la* sostenido es $440 \cdot 25/24 = 458$ Hz y para el *si* bemol resulta $495 \cdot 24/25 = 475$ Hz), lo que constituye un serio inconveniente para las interpretaciones musicales en las que instrumentos de sonidos fijos (piano, órgano, etc.). Para obviar este inconveniente fue ideada por Juan Sebastián Bach la «escala atemperada», en la que se consideran doce intervalos iguales dentro de cada octava. Resultan así doce notas, para las cuales existe siempre la misma *relación* y el mismo *intervalo* entre notas contiguas:

(escala atemperada) $\quad r = 2^{1/12} = 1{,}059\,463 \quad i = \log_2 r = 1/12 = 0{,}083\,333$

Por tanto la escala atemperada posee las siguientes frecuencias (tomando la nota tónica la_3 de frecuencia 440 Hz). Es la escala que se usa en el piano:

Frecuencias de las notas en la escala atemperada

NOTAS →	do	do#	re	re#	mi	fa	fa#	sol	sol#	la	la#	si	do
FRECUENCIA ν (Hz) →	262	277	294	311	330	349	370	392	415	440	466	494	524

En música se emplean los «acordes simples», consistentes en la emisión simultánea de dos notas que producen sensación agradable al oído («consonancia») debido a que sus frecuencias guardan una relación sencilla (2/1, 3/2,4/3, 5/4…), y «acordes compuestos», formados por tres o más notas. Varias notas simultáneas que producen sensación desagradable, constituyen una «disonancia». En la actualidad se han aceptado determinadas disonancias que anteriormente se consideraban rechazables.

11.29. DESPLAZAMIENTO ACÚSTICO DE PARTÍCULA (ELONGACIÓN Y AMPLITUD), ξ, (x), A

11.29.1. Observaciones y definición

Al paso de una onda de sonido por un medio material se producen oscilaciones que afectan a varias magnitudes físicas del medio: la posición de las partículas (desplazamiento ξ) la presión (p), la densidad (ρ), y otras (incluida la temperatura). El desplazamiento que experimentan las partículas del material (respecto a su posición de equilibrio que ocuparían en ausencia de ondas) tiene un máximo o amplitud A.

11.29.2. Fórmulas

Si la onda es armónica, el desplazamiento de las partículas responde a la ecuación:

$$\xi = A \text{ sen } (\omega t - kx)$$

(A = amplitud de desplazamiento; ω = frecuencia angular; k = número de ondas angular; x = distancia recorrida por la onda a partir del origen). El valor eficaz del desplazamiento es $A/\sqrt{2}$ y para dicho valor se usa el mismo símbolo ξ generalmente.

11.29.3. Dimensiones

Se trata de una longitud:

$$[\xi] = [A] = \text{L}$$

11.29.4. Unidad SI

m	(metro)

11.29.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de longitud (sección 9.1.5).

11.29.6. Constantes y valores concretos

Amplitud de desplazamiento en un sonido musical medio en aire: $A \approx 1$ nm = $= 10^{-9}$ m.

Amplitud de un sonido que produce dolor: $A \approx 3 \cdot 10^{-4}$ m.

11.30. VELOCIDAD DE PARTÍCULA (Y AMPLITUD) (VELOCIDAD ACÚSTICA), *u, v, U*

11.30.1. Observaciones y definición

Al paso de una onda (de sonido) por un medio material las partículas experimentan oscilaciones, y por tanto se mue ven con una *velocidad de partícula* (de carácter periódico), cuyo v alor máximo es *la amplitud de velocidad de partícula*.

11.30.2. Fórmulas

Si la onda es armónica, el desplazamiento de las partículas resp onde a la ecuación:

$$\xi = A \text{ sen } (\omega t - kx)$$

y la velocidad de las partículas será la derivada respecto al tiempo:

$$v = A\ \omega \cos (\omega t - kx)$$

(A = amplitud de desplazamiento; ω = frecuencia angular; k = número de ondas angular; t = tiempo; x = distancia recorrida por la onda a partir del origen). El valor eficaz de la velocidad es $U / \sqrt{2}$, siendo su símbolo el mismo, v.

La *amplitud de velocidad* de partícula es: $U = A\omega$

11.30.3. Dimensiones

$$[v] = [U] = \mathrm{L\ T^{-1}}$$

11.30.4. Unidad SI

m/s

11.30.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de velocidad (sección 9.9.5).

11.30.6. Constantes y valores concretos

Amplitud de velocidad acústica para un sonido en aire en diversos casos

Fenómeno	*U* (m/s)
Umbral de audición	$7 \cdot 10^{-8}$
Conversación	$2 \cdot 10^{-5}$
Tráfico urbano	$2 \cdot 10^{-4}$
Umbral de dolor	$7 \cdot 10^{-2}$

11.31. ACELERACIÓN EN UNA ONDA. ACELERACIÓN ACÚSTICA, *a*

11.31.1. Observaciones y definición

Es la aceleración que experimenta una partícula al paso de una onda (un sonido). Se trata de una magnitud periódica.

11.31.2. Fórmulas

$$a = \frac{dv}{dt} = A\omega^2 \operatorname{sen}(\omega t - kx) = -\omega^2 \xi$$

(v = velocidad de la partícula; t = tiempo; A = amplitud de desplazamiento; ω = frecuencia angular; x = distancia recorrida por la onda desde un origen; k = número de ondas angular; ξ = elongación acústica o desplazamiento de la partícula respecto a su posición de equilibrio).

11.31.3. Dimensiones

$$[a] = \mathrm{L\ T^{-2}}$$

11.31.4. Unidad SI

m/s^2

11.31.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de aceleración. Por ejemplo:

UCGS = $cm/s^2 = 10^{-2}\ m/s^2$

11.32. PRESIÓN ESTÁTICA (PRESIÓN DE EQUILIBRIO), p_s

11.32.1. Observaciones y definición

Es la presión en un punto en ausencia de ondas (acústicas).

11.32.2. Fórmulas

p_s (presión estática o de equilibrio)

11.32.3. Dimensiones

$$[p_s] = L^{-1}\ M\ T^{-2}$$

11.32.4. Unidad SI

Pa	(Pascal)

11.32.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de presión (sección 9.19.5), por ejemplo:

UCGS = baria = 10^{-1} Pa

11.32.6. Constantes y valores concretos

Se trata de la presión atmosférica o ambiental.

11.33. PRESIÓN Y AMPLITUD DE PRESIÓN. PRESIÓN ACÚSTICA, p, p_a, P

11.33.1. Observaciones y definición

Al paso de una onda (un sonido) por un medio material, la presión es una de las magnitudes que experimenta oscilaciones. Como el medio material tiene una presión estática determinada p_s, resulta que al paso de la onda por un punto dado, la presión oscila en torno a dicho valor de equilibrio.

11.33.2. Fórmulas

Llamando p a la diferencia entre la presión e xistente en un instante y la presión de equilibrio, la ecuación de la onda armónica podrá escribirse:

$$p = P \text{ sen } (\omega t - kx)$$

siendo P la amplitud de presión (sobrepresión máxima respecto al valor de equilibrio) (ω = frecuencia angular; k = número de onda angular; x = distancia recorrida por la onda a partir de un origen).

La relación entre las amplitudes de desplazamiento (A), y de presión (P) es:

$$P = \rho c \omega A$$

(ρ = densidad en equilibrio, sin perturbación; c = velocidad de propagación de la onda; ω = frecuencia angular; A = amplitud de desplazamiento). El v alor eficaz de la presión acústica es $P/\sqrt{2}$ y se usa el mismo símbolo, generalmente con minúscula, p.

11.33.3. Dimensiones

$$[p] = [P] = \mathrm{L}^{-1}\ \mathrm{M}\ \mathrm{T}^{-2}$$

11.33.4. Unidad SI

Pa	(pascal)

11.33.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de presión (sección 9.19.5).

11.33.6. Constantes y valores concretos

Amplitud de presión acústica en diversos casos.

Fenómeno	P (Pa)
Umbral de audición	$3 \cdot 10^{-5}$
Conversación	$1 \cdot 10^{-2}$
Tráfico urbano	$1 \cdot 10^{-1}$
Umbral de dolor	30

11.34. DENSIDAD DE ENERGÍA EN UNA ONDA. DENSIDAD DE ENERGÍA ACÚSTICA, w, (w_a), (e)

11.34.1. Observaciones y definición

Es la ener gía contenida en la unidad de v olumen, al paso de una onda. En cada punto es una magnitud periódica. Se toma el v alor medio en un ciclo (o en un tiempo muy superior al periodo).

Por tanto, se define como «la energía media contenida en la unidad de volumen» (límite del cociente).

11.34.2. Fórmulas

$$w = \frac{dW}{dW} \qquad \text{(valor medio)}$$

$$I = wc \qquad w\,\frac{1}{2}\,\rho U^2 = \frac{1}{2}\,\rho\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}\,\frac{P^2}{\rho^2}$$

(W = energía media; V = volumen; I = intensidad media; c = velocidad de propagación; ρ = densidad estática; U = amplitud de velocidad; ω = frecuencia angular; A = amplitud de desplazamiento; P = amplitud de presión).

11.34.3. Dimensiones

$$[w] = \mathrm{L}^{-1}\ \mathrm{M}\ \mathrm{T}^{-2}$$

11.34.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{J/m^3}}$ (julios/metro cúbico)

11.34.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$\mathrm{UCGS} = \mathrm{erg/cm^3} = 0{,}1\ \mathrm{USI}$

y cualquier unidad de energía dividida por una unidad de volumen.

11.34.6. Constantes y valores concretos

Densidad de energía de una onda de sonido medio en aire:

$$w = 3 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{J/m^3}$$

11.35. POTENCIA (TRANSPORTADA, EMITIDA O TRANSFERIDA POR UNA ONDA). FLUJO DE ENERGÍA, P, P_S

11.35.1. Observaciones y definición

Una onda transporta energía. La *potencia* es «la energía transportada en la unidad de tiempo». (También llamada flujo energético o flujo de energía). Si se trata de un sonido, se denomina *«potencia acústica»*.

11.35.2. Fórmulas

$$P = \frac{dW}{dt}$$

(W = energía transportada por la onda; P = potencia transportada o flujo de energía; t = tiempo).

11.35.3. Dimensiones

$$[P] = \mathrm{L}^2\ \mathrm{M}\ \mathrm{T}^{-3}$$

11.35.4. Unidad SI

W	(watt o vatio)

11.35.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$$\mathrm{UCGS} = \mathrm{erg/s} = 10^{-7}\ \mathrm{USI}$$

y todas las unidades de potencia.

11.35.6. Constantes y valores concretos

Potencia emitida por un altavoz medio: $P = 70$ W

11.36. INTENSIDAD DE UNA ONDA. INTENSIDAD ACÚSTICA. INTENSIDAD SONORA, *I, J*

11.36.1. Observaciones y definición

Se define para una onda unidireccional. Es la potencia transportada por unidad de superficie (flujo de energía por unidad de superficie). En rigor se define como «el flujo de energía a través de una superficie normal a la dirección de propagación dividido por el área» (límite del cociente). Es una función periódica en cuanto al valor instantáneo. Más interesante es calcular la intensidad media en un ciclo (o en un tiempo mucho mayor que el periodo).

11.36.2. Fórmulas

$$I = \frac{d^2W}{dt \cdot dS} = \frac{dP}{dS}$$

(W = energía transportada; P = potencia transportada por la onda; S = superficie). La intensidad media se relaciona con las demás magnitudes del campo acústico por las fórmulas:

$$I = wc \qquad I = \frac{1}{2} PU = \frac{1}{2} \rho c U^2 = \frac{1}{2} \frac{P^2}{\rho c} = \frac{1}{2} \rho c \omega^2 A^2$$

(w = densidad de energía acústica; P = amplitud de presión; U = amplitud de velocidad; c = velocidad de propagación; A = amplitud de desplazamiento; ρ = densidad en equilibrio o densidad estática).

11.36.3. Dimensiones

$$[I] = \mathrm{M\,T^{-3}}$$

11.36.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{kg \cdot s^{-3} = W/m^2}} \qquad \text{(vatios/metro cuadrado)}$$

11.36.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Cualquier unidad de potencia dividido por cualquier unidad de superficie. Por ejemplo:

erg s^{-1} cm^{-2} = dyn s^{-1} cm^{-1} = 0,1 USI (exactamente)
cal s^{-1} m^{-2} = 4,184 USI
poundal pie s^{-1} pie^{-2} = 1 pd $s^{-1}ft^{-1}$ = 0,453 592 USI

11.36.6. Constantes y valores concretos

Intensidad umbral que puede percibir el oído humano:

$$I_0 = 10^{-12}\ \mathrm{W/m^2}$$

Intensidad que comienza a producir dolor:

$$I = 1\ \mathrm{W/m^2}$$

11.37. NIVEL DE CAMPO (Y DIFERENCIA DE NIVEL DE CAMPO) (para desplazamiento, presión acústica, campo eléctrico, etc.), L_F, L_A, L_p, L_E,...

11.37.1. Observaciones y definición

En cualquier fenómeno periódico u ondulatorio pueden relacionarse amplitudes (o bien valores eficaces) de magnitudes de la misma naturaleza (las llamadas «de campo», tales como desplazamiento, velocidad, presión, campo eléctrico, etc., o bien magnitudes que son funciones cuadráticas de las amplitudes, tales como potencia o intensidad). En esta sección nos referimos a las magnitudes «de campo».

Se define el *nivel de campo* como «la diferencia entre el logaritmo neperiano de la amplitud dada y el logaritmo neperiano de una amplitud de referencia», o también «el logaritmo neperiano del cociente entre la amplitud dada y una amplitud de referencia». Con esta definición se usa la unidad Np (néper), mientras que si en vez de logaritmos neperianos, se toman logaritmos decima-

les, ello conduce a las unidades B (belio) y dB (decibelio). Lo vamos a ver en las fórmulas.

Igualmente se define la *diferencia de nivel* como «el logaritmo del cociente de dos amplitudes», y se emplean las mismas unidades.

11.37.2. Fórmulas

Sea la amplitud A de una magnitud periódica de campo (por ejemplo el desplazamiento). El *nivel* es, por definición:

(para usar néper) $$L_A = \ln A - \ln A_0 = \ln \frac{A}{A_0}$$

(para usar belios) $$L_A = 2 \lg \frac{A}{A_0}$$

(para usar decibelios) $$L_A = 20 \lg \frac{A}{A_0}$$

(A = amplitud dada; A_0 = amplitud de referencia) (en vez de amplitudes se pueden relacionar valores eficaces).

La *diferencia de nivel* entre dos valores para una magnitud de campo es:

(para usar néper) $$\Delta L_A = \ln \frac{A_1}{A_2}$$

(para usar belios) $$\Delta L_A = 2 \lg \frac{A_1}{A_2}$$

(para usar decibelios) $$\Delta L_A = 20 \lg \frac{A_1}{A_2}$$

(A_1, A_2 = amplitudes cuya diferencia de nivel se estudia, o bien valores eficaces).

11.37.3. Dimensiones

$$[L_A] = 1$$

11.37.4. Unidad SI

1

Aunque la unidad sería el número uno, se acostumbra a utilizar el Np, el B y el dB, teniendo en cuenta las fórmulas:

Np	(néper)

cuando el nivel es 1 Np se tiene:

$$L_A = 1 \text{ Np}$$

$$\ln \frac{A}{A_0} = 1 \qquad A = eA_0 = 12{,}718\ 28\ A_0$$

B (bel, belio)

cuando el nivel es 1 B se tiene:

$$L_A = 1\text{B}$$

$$2 \lg \frac{A}{A_0} = 1 \qquad A = \sqrt{10}\ \text{A}_0 = 3{,}162\ 28\ A_0$$

dB (decibel, decibelio)

cuando el nivel es 1dB se tiene:

$$L_A = 1 \text{ dB}$$

$$20 \lg \frac{A}{A_0} = 1 \qquad A = \sqrt[20]{10}\,\text{A}_0 = 1.122\ A_0$$

La relación entre 1 dB y 1 Np es, evidentemente:

$$1 \text{ dB} = \frac{\ln 10}{20} = 0{,}115\ 129\ 3 \text{ Np}$$

es decir, cuando el nivel es de 1 dB, ello corresponde a 0,115 129 3 Np.

De la misma forma se emplean estas unidades para las diferencia s de ni vel, utilizando los cocientes A_1/A_2.

11.38. NIVEL DE PRESIÓN ACÚSTICA, L_p

11.38.1. Observaciones y definición

En Acústica, una de las magnitudes de campo es la *presión acústica* (tratada ya en la sección 11.33). Se trata de las oscilaciones de la pre sión en torno al valor de equilibrio, al pasar la onda de sonido por un punto. En la sección 11.37 se ha definido el nivel de campo. De acuerdo con ello se def ine el *nivel de presión acústica* como «el logaritmo neperiano del cociente de la presión acústica eficaz y una presión acústica de referencia». La presión acústica que se toma como re-

ferencia, por convenio, es de $2 \cdot 10^{-5}$ Pa, para el valor eficaz (si en vez de usar la presión eficaz, se usara la amplitud de presión, resultaría para la presión de referencia $2\sqrt{2} \cdot 10^{-5}$ Pa $\approx$ 30 μPa). Este valor corresponde al umbral de percepción del oído humano medio.

Si se usan logaritmos decimales se obtienen niveles en B o en dB, según las fórmulas.

11.38.2. Fórmulas

(para usar néper) $$L_p = \ln \frac{p}{p_0}$$

(para usar belios) $$L_p = 2 \lg \frac{p}{p_0}$$

(para usar decibelios) $$L_p = 20 \lg \frac{p}{p_0}$$

(p = presión eficaz, que es la amplitud P dividida por $\sqrt{2}$; p_0 = presión eficaz de referencia, que se toma 20 μPa; o bien, usando amplitudes, sería aproximadamente $P_0 \approx 30$μPa).

11.38.3. Dimensiones

Es una magnitud adimensional:

$$[L_p] = 1$$

11.38.4. Unidad SI

La unidad sería el número 1. Sin embargo, se emplean el Np, el B y el dB, según las fórmulas:

Np	(néper)

cuando el nivel es 1 Np se tiene:

$$L_p = 1 \text{ Np}$$

$$\ln = \frac{p}{p_0} = 1 \qquad p = ep_0 = 2{,}718\ 28\ p_0$$

B	(bel, belio)

cuando el nivel es 1 B se tiene:

$$L_p = \text{B}$$

$$2 \lg = \frac{p}{p_0} = 1 \qquad p = \sqrt{10}\, p_0 = 3{,}162\ 28\ p_0$$

dB (decibel, decibelio)

cuando el nivel es 1dB se tiene:

$$L_p = 1 \text{ dB}$$

$$20 \lg = \frac{p}{p_0} = 1 \qquad p = \sqrt[20]{10}\, p_0 = 1.122\ p_0$$

11.38.5. Constantes y valores concretos

Niveles de presión acústica en diversos casos

Fenómeno	*L* (dB)
Umbral de audición	0
Conversación	50
Tráfico urbano	60 a 70
Umbral de dolor	120

Acuerdos internacionales sitúan el máximo nivel acústico permitido para el tráfico urbano diurno en 65 dB, y el nocturno en 55 dB.

11.39. NIVEL DE POTENCIA E INTENSIDAD (Y DIFERENCIAS DE NIVEL), L_w, L_I

11.39.1. Observaciones y definición

En los fenómenos periódicos y ondulatorios interesa relacionar magnitudes energéticas tales como potencia o intensidad (que son funciones cuadráticas de las magnitudes de campo tales como el desplazamiento, la presión o la velocidad).

La definición de *nivel de potencia* se da mediante las fórmulas, en las que siempre interviene el logaritmo del cociente entre la potencia estudiada y una potencia de referencia. Lo mismo ocurre con la definición de *nivel de intensidad*. (Nos referimos siempre a la potencia o intensidad media en un ciclo.)

Análogamente se definen las diferencias de nivel.

11.39.2. Fórmulas

El *nivel de potencia* (o *de intensidad*) es, por definición:

(para usar néper) $$L_w = \frac{1}{2} \ln \frac{P}{P_0}$$

(para usar belios) $$L_w = \lg \frac{P}{P_0}$$

(para usar decibelios) $$L_w = 10 \lg \frac{P}{P_0}$$

(P = potencia estudiada; P_0 = potencia de referencia, que por convenio se toma 1 pW) (o bien pueden considerarse las intensidades).

De la misma forma se definen las *diferencias de nivel*:

(para usar néper) $$\Delta L_w = \frac{1}{2} \ln \frac{P_1}{P_2}$$

(para usar belios) $$\Delta L_w = \lg \frac{P_1}{P_2}$$

(para usar decibelios) $$\Delta L_w = 10 \lg \frac{P_1}{P_2}$$

(P_1, P_2 = potencias cuyo nivel se compara).

Los factores que aparecen en estas fórmulas se han tomado de manera que todas las diferencias de nivel resulten iguales (las de magnitudes energéticas son iguales que las de campo). En efecto, se tiene:

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2$$

$$\frac{1}{2} \ln \frac{P_1}{P_2} = \ln \frac{A_1}{A_2} \qquad \Delta L_w = \Delta L_A \qquad \text{(néper)}$$

$$\lg \frac{P_1}{P_2} = 2 \lg \frac{A_1}{A_2} \qquad \Delta L_w = \Delta L_A \qquad \text{(belios)}$$

$$10 \lg \frac{P_1}{P_2} = 20 \lg \frac{A_1}{A_2} \qquad \Delta L_w = \Delta L_A \qquad \text{(decibelios)}$$

(A_1, A_2 = amlitudes que se comparan).

11.39.3. Dimensiones

$$[L_w] = 1$$

11.39.4. Unidad SI

La unidad sería el número 1. Sin embargo, se emplean el Np, el B y el dB, según las fórmulas:

N (néper)

cuando el nivel es 1 Np se tiene:

$$L_w = 1 \text{ Np}$$

$$\frac{1}{2} \ln \frac{P}{P_0} = 1 \qquad P = e^2 P_0 = 7{,}389 P_0$$

B (bel, belio)

cuando el nivel es 1 B se tiene:

$$L_w = 1 \text{ B}$$

$$\lg \frac{P}{P_0} = 1 \qquad P = 10 P_0$$

dB (decibel, decibelio)

cuando el nivel es 1 dB se tiene:

$$L_w = 1 \text{ dB}$$

$$10 \lg \frac{P}{P_0} = 1 \qquad P = \sqrt[10]{10}\, P_0 = 1{,}259 P_0$$

De la misma forma se emplean estas mismas unidades para las diferencias de nivel (o de intensidad), utilizando los cocientes P_1/P_2.

11.40. NIVEL DE POTENCIA E INTENSIDAD ACÚSTICAS, L_w, L_I

11.40.1. Observaciones y definición

Como hemos visto en las secciones anteriores, en Acústica la potencia emitida por un foco sonoro y la intensidad del sonido tienen especial interés. Son magnitudes que tienen valores instantáneos variables, pero se consideran los valores medios, que son funciones cuadráticas de las amplitudes (o de los valores eficaces) de las magnitudes del campo acústico (desplazamiento acústico de partícula, etc.).

Se define el *nivel de intensidad acústica* como «la mitad del logaritmo neperiano del cociente entre la intensidad estudiada y la intensidad de referencia». La intensidad de referencia que se toma es $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2, que es el umbral de audición del oído humano medio. (De análoga manera se define el *nivel de potencia acústica*, pero tomando como referencia, por convenio, $P_0 = 1$ pW.)

Si se usan logaritmos decimales, ello conduce a la utilización del belio o el decibelio, según las fórmulas.

11.40.2. Fórmulas

Por la definición, se tiene, para la intensidad acústica (o en su caso para la potencia acústica):

(para usar néper) $$L_I = \frac{1}{2} \ln \frac{I}{I_0}$$

(para usar belios) $$L_I = \lg \frac{I}{I_0}$$

(para usar decibelios) $$L_I = 10 \lg \frac{I}{I_0}$$

(I = intensidad acústica estudiada; I_0 = intensidad acústica de referencia, que se toma como $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2, que corresponde al umbral de audición humana.) (Para el nivel de potencia acústica se toma como referencia, por convenio, $P_0 = = 10^{-12}$ W.)

Con estas definiciones, resultan iguales los niveles de intensidad y los de todas las magnitudes del campo acústico (para una frecuencia dada):

$$L_I = L_A = L_v = L_p$$

11.40.3. Dimensiones

$$[L_I] = [L_w] = 1$$

11.40.4. Unidad SI

La unidad sería el número 1. Sin embargo, se emplean el Np, el B y el dB, según las fórmulas:

N	(néper)

cuando el nivel es 1 Np se tiene:

$$L_1 = 1 \text{ Np}$$

$$\frac{1}{2} \ln \frac{I}{I_0} = 1 \qquad I = e^2 I_0 = 7{,}389\, I_0$$

B	(bel, belio)

cuando el nivel es 1 B se tiene:

$$L_1 = 1 \text{ B}$$

$$\lg \frac{I}{I_0} = 1 \qquad I = 10\, I_0$$

dB (decibel, decibelio)

cuando el nivel es 1 dB se tiene:

$$L_1 = 1 \text{ dB}$$

$$10 \lg \frac{I}{I_0} = 1 \qquad I = \sqrt[10]{10}\, I_0 = 1{,}259\, I_0$$

De la misma forma se emplean estas mismas unidades para el nivel de potencia acústica.

11.40.5. Otras unidades y su equivalencia

Las relaciones entre unidades son:

1 B = 10 dB
1 Np = 8,685 890 dB
1 dB = 0,115 129 Np

11.40.6. Constantes y valores concretos

Valores aproximados de las magnitudes acústicas. Nivel, intensidad acústica, amplitud de presión, amplitud de desplazamiento acústico de partícula y amplitud de velocidad acústica (esta última calculada para $\nu = 1$ kHz):

Fenómeno	L_I**(dB)**	I**(W/m²)**	P**(Pa)**	A**(m)**	U**(m/s)**
Umbral de audición	0	10^{-12}	$3 \cdot 10^{-5}$	10^{-11}	$7 \cdot 10^{-8}$
Conversación	50	10^{-7}	10^{-2}	$3 \cdot 10^{-9}$	$2 \cdot 10^{-5}$
Tráfico urbano intenso	70	10^{-5}	10^{-1}	$3 \cdot 10^{-8}$	$2 \cdot 10^{-4}$
Umbral de dolor	120	1	30	10^{-5}	$7 \cdot 10^{-2}$

Acuerdos internacionales sitúan el máximo nivel acústico permitido para el tráfico urbano diurno en 65 dB, y el nocturno en 55 dB.

11.41. NIVEL DE SONORIDAD, L_N

11.41.1. Observaciones y definición

La sensación fisiológica que el oído humano percibe es diferente para cada frecuencia. Percibe mayor sensación para unas frecuencias que para otras, para

sonidos de la misma intensidad. Por ello se introduce la magnitud *nivel de sonoridad*, tomando como referencia la frecuencia de 1 kHz (que es la que produce mayor sensación fisiológica, aproximadamente).

La definición de *nivel de sonoridad* se establece utilizando presiones acústicas; se determina el cociente de la presión acústica de 1 kHz que produzca, en un observador normal, la misma sensación sonora que el sonido considerado, dividida por la presión acústica de referencia P_0 (que se toma como el valor aproximado a la presión umbral para la percepción del oído humano). (También se puede emplear la intensidad acústica en vez de la presión.) La definición rigurosa viene dada a continuación por medio de las fórmulas.

11.41.2. Fórmulas

Definición de nivel de sonoridad

$$L_N = 20 \lg \left(\frac{p}{p_0} \right)_{1\text{kHz}} \qquad \text{(fonios)}$$

en donde $(p)_{1\text{kHz}}$ es la presión acústica (tomando el valor eficaz $p = P / \sqrt{2}$) de un tono puro de 1 kHz que un observador normal juzgue igualmente sonoro que el sonido estudiado; y p_0, es la presión de referencia (igualmente en valor eficaz), que se toma exactamente como:

$$p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$$

(por ser esta muy aproximadamente la presión acústica eficaz umbral para el oído humano, que corresponde a $I_0 \approx 10^{-12}$ W/m^2).

En muchos casos se prefiere definir el nivel de sonoridad mediante la intensidad acústica, y así se tiene:

$$L_N = 10 \lg \left(\frac{I}{I_0} \right)_{1\text{kHz}} \qquad \text{(fonios)}$$

$(I)_{1\text{kHz}}$ es la intensidad acústica de un tono puro de 1 kHz que un observador normal juzgue igualmente sonoro que el sonido estudiado; I_0 es la intensidad umbral, que en primera aproximación es 10^{-12} W/m^2, tomando por convenio para la presión umbral eficaz el valor exacto:

$$p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$$

Veamos el valor que se debe tomar para la intensidad umbral I_0. Hagamos el cálculo (para $\nu = 1$ kHz):

Amplitud de presión umbral: $P_0 = p_0 \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \cdot 10^{-5} \approx 2{,}8 \cdot 10^{-5}$

Intensidad umbral: $I_0 = \frac{1}{2} \frac{P_0^2}{\rho c} = \frac{1}{2} \frac{(2\sqrt{2} \cdot 10^{-5})^2}{1{,}293 \cdot 340} = 0{,}91 \cdot 10^{-12}$ W/m^2

que es casi igual al valor $I_0 = 10^{-12}\ \mathrm{W/m^2}$ considerado anteriormente (ρ = densidad de aire; c = velocidad del sonido en aire).

Para un sonido de 1 kHz, obviamente, el nivel de sonoridad en fonios es igual al nivel de intensidad (y de presión acústica) en decibelios.

11.41.3. Dimensiones

$$[L_N] = 1$$

11.41.4. Unidad SI

fonio

Cuando el nivel de sonoridad es 1 fonio, se tiene:

$$20 \lg \left(\frac{p}{p_0} \right)_{1\mathrm{kHz}} = 1$$

(las presiones vienen dadas en valor eficaz), y también:

$$10 \lg \left(\frac{I}{I_0} \right)_{1\mathrm{kHz}} = 1$$

11.42. SONORIDAD, *N*

11.42.1. Observaciones y definición

Es la estimación auditiva de un observador normal de la relación entre la intensidad del sonido considerado y la de un sonido de referenciaque tiene el nivel de sonoridad de 40 fonios.

11.42.2. Fórmulas

$$N = \left(\frac{I}{I_{\,40\ \mathrm{fonios}}} \right)_{\text{estimación fisiológica}}$$

11.42.3. Dimensiones

$$[N] = 1$$

11.42.4. Unidad SI

sonio

11.43. IMPEDANCIA ACÚSTICA, Z_a

11.43.1. Observaciones y definición

Es una magnitud utilizada en la superficie de un medio material. «Es la presión acústica compleja dividida por la tasa de flujo de volumen (igualmente en su expresión compleja)».

En efecto, puede decirse que, al incidir una onda acústica, la tasa de flujo de volumen es proporcional a la presión acústica e inversamente proporcional a la impedancia acústica (véanse las fórmulas).

11.43.2. Fórmulas

Según la definición, se tiene:

$$\vec{q} = \frac{\vec{P}}{\vec{Z}_a} \qquad\qquad \vec{Z}_a = \frac{\vec{P}}{\vec{q}}$$

11.43.3. Dimensiones

$$[Z_a] = L^{-4}\, M\ \ T^{-1}$$

11.43.4. Unidad SI

$$kg \cdot m^{-4} \cdot s^{-1} = \boxed{Pa\ \ s / m^3} \qquad\qquad \text{segundo/m}^3)$$

11.43.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = baria $\cdot$ s/cm^3 = 10^5 USI

11.44. IMPEDANCIA ACÚSTICA ESPECÍFICA, Z_S

11.44.1. Observaciones y definición

Es útil en una superficie de un medio. Se define como «el cociente, en la superficie de un medio, entre la presión acústica (en forma compleja) y la velocidad de partícula (igualmente compleja)».

11.44.2. Fórmulas

Se tiene la relación:

$$\vec{U} = \frac{\vec{P}}{\vec{Z}_s} \qquad\qquad \vec{Z}_s = \frac{\vec{P}}{\vec{U}}$$

y se cumple que:

$$Z_a = \frac{Z_s}{S}$$

(Z_a = impedancia acústica; Z_s = impedancia acústica específica; S = área o superficie; P = presión acústica en forma compleja; U = velocidad acústica de partícula en forma compleja).

11.44.3. Dimensiones

$$[Z_s] = L^{-2}\, M \quad T^{-1}$$

11.44.4. Unidad SI

$$kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1} = \boxed{Pa \;\; s / m}$$

11.44.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$$UCGS = baria \cdot s/cm = 10 \;\; USI$$

11.45. IMPEDANCIA CARACTERÍSTICA (de un medio), Z_c, Z

11.45.1. Observaciones y definición

Es una magnitud que juega un papel importante en la propagación de una onda plana por un medio material y en el paso de un medio a otro (transmisión y reflexión). (No debe confundirse con la impedancia mecánica, descrita en la sección 11.13).

La definición rigurosa, para ondas de sonido, es: «la impedancia característica en un punto de un medio es el cociente entre la presión acústica, en su expresión compleja, y la velocidad de partícula, igualmente compleja». Puede decirse que la velocidad de partícula es proporcional a la presión acústica e inversamente proporcional a la impedancia característica del medio.

Es interesante observar que al pasar una onda de un medio a otro, se transmite más energía (mayor transmitancia y menor reflectancia) cuanto más parecidas sean las impedancias características de los dos medios (puede verse en las secciones de reflectancia y transmitancia).

11.45.2. Fórmulas

Según la definición dada se tiene, para ondas de sonido:

$$\vec{U} = \frac{\vec{P}}{\vec{Z}} \qquad \vec{Z} = \frac{\vec{P}}{\vec{U}} \qquad Z = \rho c$$

(ρ = densidad estática; P = expresión compleja de la presión acústica; U = expresión compleja de la velocidad acústica de partícula; c = velocidad de propagación).

Se dan definiciones y fórmulas análogas para otros tipos de ondas, como vemos en la tabla de la sección 11.45.6.

11.45.3. Dimensiones

Acústica y ondas mecánicas en medios tridimensionales:

$$[Z] = L^{-2}M\,T^{-1}$$

Ondas en medios monodimensionales:

$$[Z] = M\,T^{-1}$$

11.45.4. Unidad SI

Acústica y ondas mecánicas en medios tridimensionales:

$$kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1} = \boxed{Pa\ \ s / m}$$

(esta unidad recibía a veces el nombre de ohmio acústico).

Ondas en medios monodimensionales:

$$kg \cdot s^{-1} = \boxed{N\ \ s / m}$$

11.45.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Acústica (tridimensional): UCGS = baria · s/cm = 10 Pa · s/m

Ondas monodimensionales: UCGS = dyn · s/cm = 10^{-3} N · s/m

11.45.6. Constantes y valores concretos

Tabla de impedancias características del medio para diversas ondas

Tipo de ondas en un medio	Velocidad de propagación, c	Z
Cuerdas	$\sqrt{\frac{T}{\rho_L}}$	$\rho_L c = \frac{T}{c} = \sqrt{T\rho_L}$
Muelles	$\sqrt{\frac{J}{\rho_L}}$	$\rho_L c = \frac{J}{c} = \sqrt{J\rho_L}$
Barras. Sólidos. Ondas longitudinales	$\sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$\rho c = \frac{E}{c} = \sqrt{E\rho}$
Barras. Sólidos. Ondas transversales y de torsión	$\sqrt{\frac{G}{\rho}}$	$\rho c = \frac{G}{c} = \sqrt{G\rho}$
Gases. Sonido	$\sqrt{\frac{\kappa}{\rho}}$	$\rho c = \frac{\kappa}{c} = \sqrt{\kappa\rho}$
Luz. Ondas electromagnéticas	$\sqrt{\frac{1}{\varepsilon\mu}}$	$\mu c = \frac{1}{\varepsilon c} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$

Impedancias características de algunas sustancias

Sustancia	Z (USI)
Aire	430
Agua	$1{,}493 \cdot 10^6$
Ladrillos de construcción	$\approx 10^7$

11.46. TASA DE FLUJO DE VOLUMEN (O VELOCIDAD DE VOLUMEN), q

11.46.1. Observaciones y definición

Es la tasa o velocidad instantánea del flujo de volumen. Puede decirse que es el caudal instantáneo de volumen que se produce en un punto del medio material al pasar la onda.

11.46.2. Fórmulas

$$q = \frac{dV}{dt}$$

11.46.3. Dimensiones

$$[q] = \mathrm{L}^3\,\mathrm{T}^{-1}$$

11.46.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{m}^3/\mathrm{s}}$$

11.46.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS $= \mathrm{cm}^3/\mathrm{s} = 10^{-6}$ USI

y todas las de caudal de volumen (sección 10.1.5).

11.47. REFLECTANCIA. FACTOR DE REFLEXIÓN, *r, ρ*

11.47.1. Observaciones y definición

Cuando una onda incide sobre la superficie de un cuerpo o sobre la superficie de separación de dos medios materiales, una parte de la energía experimenta reflexión, es decir, retrocede propagándose por el medio de la onda incidente.

Se define la *reflectancia* o *factor de reflexión* como «el cociente entre la potencia (o intensidad) de la onda reflejada y la potencia (o int ensidad) de la onda incidente».

En Acústica juega un importante papel.

11.47.2. Fórmulas

Según la definición es:

$$r = \frac{P'_1}{P_1} \qquad\qquad r = \frac{I'_1}{I_1}$$

(P'_1 = potencia de la onda reflejada; P_1 = potencia de la onda incidente; I'_1 =intensidad de la onda reflejada; I_1 = intensidad de la onda incidente).

En función de las impedancias características de los medios, en el caso ideal, la reflectancia viene dada por:

$$r = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)^2$$

(Z_1 = impedancia característica del medio 1, de la onda incidente; Z_2 = impedancia característica del medio 2.) (Valores elevados de r corresponden a impedancias muy diferentes.)

11.47.3. Dimensiones

$$[r] = 1$$

11.47.4. Unidad SI

1

11.47.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Puede darse en %.

11.47.6. Constantes y valores concretos

Reflectancia aire agua:

Z_1(aire) = 430 Z_2(agua) = $1{,}5 \cdot 10^6$ r = 0,9988 = 99,88 %

11.48. TRANSMITANCIA. FACTOR DE TRANSMISIÓN, τ

11.48.1. Observaciones y definición

Al incidir una onda sobre una superficie que separa dos medios, una parte de la energía atraviesa la superficie y se transmite al se gundo medio, continuando su propagación por el mismo. El fenómeno se denomina refracción o transmisión.

Se define la *transmitancia* o *factor de transmisión* como «el cociente entre la potencia (o intensidad) de la onda trasmitida (refractada) y la potencia (o intensidad) de la onda incidente».

En Acústica tiene gran interés.

11.48.2. Fórmulas

Según la definición es:

$$\tau = \frac{P_2}{P_1} \qquad \tau = \frac{I_2}{I_1}$$

(P_2 = potencia de la onda transmitida; P_1 = potencia de la onda incidente; I_2 = intensidad de la onda transmitida; I_1 = intensidad de la onda incidente).

En función de las impedancias características de los medios, en el caso ideal, se tiene:

$$\tau = \frac{4Z_1Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$$

(Z_1, Z_2 = impedancias características de los medios 1 y 2) (τ resulta pequeña si las impedancias son muy diferentes).

Si se considera despreciable la energía disipada resulta, evidentemente:

$$r + \tau = 1$$

(r = reflectancia).

11.48.3. Dimensiones

$$[\tau] = 1$$

11.48.4. Unidad SI

1

11.48.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Puede darse en tantos por ciento.

11.48.6. Constantes y valores concretos

Transmitancia aire agua:

$$\tau = 1{,}12 \cdot 10^{-3} = 0{,}112\ \%$$

11.49. FACTOR DE DISIPACIÓN, δ, ψ

11.49.1. Observaciones y definición

Al incidir una onda sobre una superficie de un medio, una parte de la energía puede disiparse.

Se define el *factor de disipación* como «el cociente entre la potencia (intensidad) disipada y la potencia (o intensidad) de la onda incidente».

En Acústica la definición es «el cociente entre la potencia acústica disipada y la potencia acústica incidente».

11.49.2. Fórmulas

$$\delta = \frac{P_d}{P_1} \qquad \delta = \frac{I_d}{I_1}$$

(P_d = potencia disipada; P_1 = potencia de la onda incidente; I_d intensidad disipada; I_1 = intensidad de la onda incidente).

Evidentemente, cuando una onda incide sobre la superficie de separación de dos medios, la energía se reparte entre la onda reflejada, la onda transmitida y la porción disipada. Ello lleva a la expresión:

$$r + \tau + d = 1$$

Si se considera despreciable la energía disipada, resulta:

$$r + \tau = 1$$

(r = reflectancia; τ = transmitancia).

11.49.3. Dimensiones

$$[\delta] = 1$$

11.49.4. Unidad SI

1

11.49.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Puede darse en tantos por ciento.

11.50. FACTOR DE ABSORCIÓN, α, a

11.50.1. Observaciones y definición

Al incidir una onda sobre una superficie, se considera como energía absorbida la que no es reflejada. Evidentemente la energía absorbida incluye la que se transmite al segundo medio y la que se disipa.

Con estas consideraciones, la definición del *factor de absorción* es: «el cociente de la suma de las potencias (o intensidades) transmitida y disipada, dividida por la potencia (intensidad) incidente».

Es interesante en Acústica arquitectónica la absorción del sonido por las paredes de un local. Ello influye decisivamente en la nitidez del sonido percibido en salas de conciertos, de conferencias, de espectáculos, o en estudios de emisoras. La reverberación es consecuencia de la reflexión en las paredes. Si el coeficiente de absorción es la unidad, no existe reflexión, ni obviamente reverberación.

11.50.2. Fórmulas

$$\alpha = \frac{P_2 + P_d}{P_1} \qquad \alpha = \frac{I_2 + I_d}{I_1} \qquad \alpha = \tau + \delta$$

(P_2, I_2 = potencia e intensidad de la onda transmitida; P_d, I_d = potencia e intensidad disipadas; P_1, I_1 = potencia e intensidad de la onda incidente).

Si se considera despreciable la energía disipada, resulta:

$$\alpha = \tau = 1 - r$$

(τ = transmitancia; r = reflectancia).

11.50.3. Dimensiones

$$[\alpha] = 1$$

11.50.4. Unidad SI

1

11.50.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

A veces se consideraba la absorción de una «ventana abierta», que es total, es decir, absorción unidad. Se emplea a veces el «metro cuadrado de ventana abierta» en cálculos de reverberación.

1.50.6. Constantes y valores concretos

Factor de absorción α de algunos elementos o materiales:

Pared de ladrillo enlucido	≈ 0,05 = 5%
Madera	≈ 0,1 = 10%
Corcho	≈ 0,95 = 95%
Moqueta	≈ 0,998 = 99,8%

11.51. ÍNDICE DE REDUCCIÓN ACÚSTICA (PÉRDIDA DE TRANSMISIÓN ACÚSTICA), *R*

11.51.1. Observaciones y definición

Es una forma de expresar lo que disminuye la intensidad acústica al atravesar la superficie de separación de dos medios (o al atravesar una pared o un elemento de construcción).

11.51.2. Fórmulas

Se define así

(para usar néper) $$R = \frac{1}{2} \ln \frac{1}{\tau}$$

(para usar belios) $$R = \lg \frac{1}{\tau}$$

(para usar decibelios) $$R = 10 \lg \frac{1}{\tau}$$

(τ = transmitancia o factor de transmisión)

11.51.3. Dimensiones

$$[R] = 1$$

11.51.4. Unidad SI

La unidad sería el número 1. Sin embargo, se emplean el Np, el B y el dB, según las fórmulas:

Np	(néper)

cuando R es 1 Np se tiene:

$$\frac{1}{2} \ln \frac{1}{\tau} = 1 \qquad \tau = \frac{1}{e^2} = 0{,}135\,335$$

B	(bel, belio)

cuando R es 1 B se tiene:

$$\lg \frac{1}{\tau} = 1 \qquad \tau = 0{,}1$$

dB	(decibel, decibelio)

cuando R es 1dB se tiene:

$$10 \lg \frac{1}{\tau} = 1 \qquad \tau = 10^{-0{,}1} = 0{,}794\,3$$

11.51.5. Otras unidades y su equivalencia

Las relaciones entre unidades son:

1 B = 10 dB
1 Np = 8,685 890 dB
1 dB = 0,115 129 Np

11.52. FACTOR O COEFICIENTE DE REFLEXIÓN PARA AMPLITUDES, r_A

11.52.1. Observaciones y definición

Relaciona las amplitudes de las ondas reflejada e incidente (amplitudes definidas según cada tipo de onda; en el caso de sonido es la amplitud del desplazamiento acústico de partícula).

Se define como «el cociente entre la amplitud de la onda reflejada y la amplitud de la onda incidente». Si r_A es negativo indica que hay cambio de fase en la reflexión.

11.52.2. Fórmulas

Se define así

$$r_A = \frac{A'_1}{A_1}$$

(A'_1 = amplitud de la onda reflejada; A_1 = amplitud de la onda incidente).

Su valor viene dado por la fórmula general en función de las impedancias:

$$r_A = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

(Z_1, Z_2 = impedancias características de los medios 1 y 2).

La reflectancia (que se refiere a la energía) resulta ser el cuadrado del factor de reflexión de amplitudes:

$$r = r_A^2$$

11.52.4. Dimensiones

$$[r_A] = 1$$

11.52.4. Unidad SI

1

11.53. FACTOR O COEFICIENTE DE TRANSMISIÓN PARA AMPLITUDES, τ_A

11.53.1. Observaciones y definición

Relaciona las amplitudes de las ondas transmitida (refractada) e incidente (amplitudes definidas según cada tipo de onda; en Acústica es la amplitud del desplazamiento acústico de partícula).

Se define como «el cociente entre la amplitud de la onda transmitida y la amplitud de la onda incidente» siempre es positivo, ya que en la refracción nunca hay cambio de fase.

11.53.2. Fórmulas

Por la definición:

$$\tau_A = \frac{A_2}{A_1}$$

(A_2, A_1 = amplitud de la onda reflejada e incidente).

Su valor viene dado por la fórmula general en función de las impedancias:

$$\tau_A = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

(Z_1, Z_2 = impedancias características de los medios 1 y 2).

11.53.3. Dimensiones

$$[\tau_A] = 1$$

11.53.4. Unidad SI

1

11.54. VELOCIDADES DE FASE Y DE GRUPO c_F, c_G, v_F, v_G

11.54.1. Observaciones y definición

Si la velocidad de propagación de las ondas por un medio material depende de la frecuencia, hay «dispersión». Una onda monocromática se propaga con una determinada velocidad. En una onda en que exista una banda de frecuencias existirá un intervalo de velocidades de propagación.

Se llama *velocidad de fase* a la que corresponde a una determinada frecuencia. Se llama *velocidad de grupo* a la velocidad con que se transmite la energía de la onda completa (con toda la banda de frecuencias que comprende), que es la velocidad con que se propagan los máximos de la amplitud.

11.54.2. Fórmulas

Velocidad de fase:

$$c_F = \frac{\omega}{k}$$

(ω = frecuencia angular de una determinada componente de la onda; k = número de ondas angular).

Velocidad de grupo:

$$c_G = \frac{d\omega}{dk}$$

Esta derivada se obtiene de la función $\omega = \text{f}(k)$, que es la relación de dispersión del medio. Observemos que la dispersión puede darse como cualesquiera de estas funciones, entre otras posibilidades:

$c = \text{f}(\nu)$ $\quad$ $c = \text{f}(\omega)$ $\quad$ $\omega = \text{f}(\lambda)$ $\quad$ $\omega = \text{f}(k)$

11.54.3. Dimensiones

$$[c_F] = [c_G] = \text{L T}^{-1}$$

11.54.4. Unidad SI

m/s

11.54.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de velocidad (sección 9.9.5).

11.55. COEFICIENTE DE FASE, β

11.55.1. Observaciones y definición

Es una magnitud relacionada con la oscilación que tiene lugar a lo largo de la dirección de propagación.

11.55.2. Fórmulas

La onda en el medio con atenuación se expresa en función de la distancia, por medio de una cualquiera de sus magnitudes sinusoidales así:

$$F(x) = F_0 e^{-ax} \cos \beta (x - x_0)$$

(F_0 = valor de la magnitud empleada en el origen; $x - x_0$ = distancia recorrida desde el origen; α = coeficiente de atenuación; β = coeficiente de fase).

La magnitud $\beta (x - x_0)$ es la «fase».

11.55.3. Dimensiones

$$[\beta] = \text{L}^{-1}$$

11.55.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{m}^{-1}}$$

11.56. ÁREA DE ABSORCIÓN (EQUIVALENTE A LA SUPERFICIE DE UNA PARED), *A*

11.56.1. Observaciones y definición

Es útil para un campo difuso, en Acústica.

El *área de absorción* (de un objeto o una pared) es el área de una superf icie de coeficiente de absorción 1 que absorbería la misma potencia que el objeto o pared estudiados (despreciando la posible difracción).

11.56.2. Fórmulas

$$\textit{Área equivalente} = A$$

11.56.3. Dimensiones

$$[A] = \mathrm{L}^2$$

11.56.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{m}^2}$$

Se habla a v eces de «un metro cuadrado de v enta abierta» como u nidad de superficie de coeficiente de absorción uno.

11.57. COEFICIENTE DE ATENUACIÓN DE UN MEDIO, α

11.57.1. Observaciones y definición

Cuando una onda penetra en un medio material, su energía puede ser absorbida por el medio.

La intensidad y todas las magnitudes de la onda decrecen con la distancia recorrida, según una ley exponencial.

11.57.2. Fórmulas

Sea F una magnitud sinusoidal de la onda:

$$F = F_0\, e^{-\alpha x} \cos\left[\beta\,(x - x_0)\right]$$

F_0 es el valor en el punto origen (generalmente en la entrada de la onda en el material); $x - x_0$ es la distancia recorrida desde el origen; α es el coeficiente de atenuación del medio.

11.57.3. Dimensiones

$$[\alpha] = \mathrm{L}^{-1}$$

11.57.4. Unidad SI

m^{-1}

11.57.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de longitud (sección 9.1.5) elevadas al exponente –1.

11.58. COEFICIENTE DE PROPAGACIÓN, γ

11.58.1. Observaciones y definición

Se trata de una magnitud compleja que hace referencia a la atenuación de una onda que se propaga en un medio.

11.58.2. Fórmulas

$$\gamma = a + j\beta$$

La parte real representa la atenuación y la parte imaginaria es el coeficiente de fase de la oscilación sinusoidal.

11.58.3. Dimensiones

$$[\gamma] = \mathrm{L}^{-1}$$

11.58.4. Unidad SI

m^{-1}

11.58.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de longitud (sección 9.1.5) elevadas al exponente –1.

11.59. TIEMPO DE REVERBERACIÓN, *T*

11.59.1. Observaciones y definición

Es útil en un recinto en el que se propaga un sonido. «Es el tiempo que transcurre desde que cesa la emisión sonora de la fuente hasta que l a densidad de energía acústica media en el recinto disminuye hasta 10^{-6} de su valor inicial» (el nivel disminuye 60 dB).

Al interrumpir la radiación del foco sonoro se produce una dism inución exponencial con el tiempo de la intensidad media que recorre el r ecinto en todas direcciones reflejándose y absorbiéndose al incidir sobre las p aredes y objetos (reverberación). La densidad de ener gía acústica es la magnitud apropiada para dar cuenta de esta disminución exponencial.

11.59.2. Fórmulas

$$T$$

11.59.3. Dimensiones

$$[T] = \mathrm{T}$$

11.59.4. Unidad SI

s	(segundo)

11.59.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de tiempo.

11.60. LONGITUDES DE ATENUACIÓN Y SEMIATENUACIÓN, x_a, $x_{1/2}$

11.60.1. Observaciones y definición

Es la longitud necesaria para que la magnitud sinusoidal ele gida de la onda, se reduzca en un f actor 1/e (*longitud de atenuación*) o en un f actor $^1/_2$ (*longitud de semiatenuación*), respectivamente.

11.60.2. Fórmulas

Sea una magnitud $f(x)$ de una onda que se propag a por el medio material en dirección X:

$$f(x) = F_0\, e^{-\alpha x} \cos \beta\, (x - x_0)$$

Amplitud de f:

$$F = F_0\, e^{-\alpha x}$$

Longitud de atenuación:

$$x_a = \frac{1}{\alpha} \qquad\qquad F = \frac{F_0}{e}$$

Longitud de semiatenuación:

$$x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\alpha} \qquad\qquad F = \frac{F_0}{2}$$

(F_0 = amplitud inicial; α = coeficiente de atenuación).

11.60.3. Dimensiones

$$[x_a] = [x_{1/2}] = \mathrm{L}$$

11.60.4. Unidad SI

m	(metro)

11.60.5 Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de longitud (sección 9 .1.5).

12

TERMODINÁMICA Y ELASTICIDAD

12.1. PRESIÓN. PRESIÓN EFECTIVA. TENSIÓN, p, p_e

12.1.1. Observaciones y definición

La presión se ha definido en otro apartado como una magnitud escalar que representa «la fuerza que actúa sobre la unidad de superficie». En el estudio de la Elasticidad, muchas veces interesa considerar la «presión efectiva», que es la diferencia entre la presión total o actuante y la presión ambiental (atmosférica). La presión efectiva es la que se relaciona con las deformaciones. La presión efectiva puede ser positiva o negativa (según que la presión actuante sea superior o inferior a la presión ambiental). A veces se usa la denominación de «presión hidrostática» para tratar una compresión uniforme.

En Elasticidad y Resistencia de Materiales se estudian las «tensiones» existentes en los puntos del sólido, que siempre indican el cociente entre una fuerza y una superficie.

12.1.2. Fórmulas

Presión

$$p = \frac{dF}{dS}$$

Presión efectiva:

$$p_e = p - p_{amb}$$

(p = presión; F = fuerza; S = superficie; p_e = presión efectiva, p_{amb} = presión ambiental o atmosférica).

12.1.3. Dimensiones

$$[p] = L^{-1}\ M\ T^{-2}$$

12.1.4. Unidad SI

$N/m^2 =$ Pa (pascal)

12.1.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las unidades de presión, dadas en la sección correspondiente.

12.2. TENSIÓN NORMAL, ESFUERZO NORMAL, σ, σ_i τ_i, τ_{ii}

12.2.1. Observaciones y definición

Útil en Elasticidad y Resistencia de Materiales, se trata de la *tensión* normal a la superficie considerada (fuerza normal por unidad de superf icie). Se acostumbra a asignar signo positi vo a las tensiones de tracción y ne gativo a las de compresión.

12.2.2. Fórmulas

$$\sigma = \frac{dF_n}{dS} \qquad \sigma_i = \tau_{ii} = \frac{\partial F_i}{\partial S_i}$$

(S = superficie, F = fuerza normal a la superficie considerada).

12.2.3. Dimensiones

$$[\sigma] = L^{-1}\ M\ T^{-2}$$

12.2.4. Unidad SI

Pa (pascal)

12.2.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de presión, dadas en la sección correspondiente.

12.3. ESFUERZO CORTANTE (DE CIZALLADURA), τ, τ_{ij}

12.3.1. Observaciones y definición

Es la *tensión* en dirección paralela a la superficie considerada (fuerza tangencial por unidad de superficie).

12.3.2. Fórmulas

$$\tau = \frac{dF_t}{dS} \qquad \tau_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial S_j} \qquad (i \neq j)$$

(S = superficie; F= fuerza tangencial a la superficie considerada).

12.3.3. Dimensiones

$$[\tau] = L^{-1}\ M\ T^{-2}$$

12.3.4. Unidad SI

Pa (pascal)

12.3.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de presión.

12.4. TENSOR ESFUERZO O DE TENSIONES, $\vec{\vec{\tau}}$

12.4.1. Observaciones y definición

Es un tensor simétrico de segundo orden, cuyas componentes representan las tensiones en un punto del sólido. Las componentes diagonales representan las *tensiones normales* (en las direcciones de los ejes coordenados de referencia). Las componentes no diagonales representan las *tensiones o esfuerzos cortantes*.

12.4.2. Fórmulas

El tensor esfuerzo se representa por:

$$\vec{\vec{\tau}}$$

y sus componentes son (en ejes cartesianos X_1, X_2, X_3):

componentes diagonales: $\tau_{ii} = \sigma_{ii} = \dfrac{\partial F_i}{\partial S_i}$ (no sumatorio)

componentes no diagonales $\tau_{ij} = \dfrac{\partial F_i}{\partial S_j}$

(S_i = componente X_i del vector superficie; F_i = componente X_i de la fuerza). Si una componente diagonal es positiva se considera esfuerzo de tracción en la dirección correspondiente. Si es negativa corresponde a esfuerzo de compresión.

12.4.3. Dimensiones

$$[\tau] = L^{-1}\ M\ T^{-2}$$

12.4.4. Unidad SI

Pa (pascal)

12.4.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de presión.

12.5. TENSIONES PRINCIPALES, τ_i , σ_i

12.5.1. Observaciones y definición

Por tratarse de un tensor simétrico, el *tensor de tensiones* tiene siempre tres direcciones principales ortogonales, a las que corresponden los tres valores propios. Estos valores propios son las « *tensiones principales* » τ_1, τ_2, τ_3 (o bien, se representan por σ_1, σ_2 ,σ_3). Físicamente se trata de los esfuerzos o tensiones normales (siempre fuerzas por unidad de superf icie). Tomando las direcciones principales como ejes coordenados de referencia, el tensor queda diagonalizado; por tanto, en las direcciones principales no hay esfuerzos cortantes.

12.5.2. Fórmulas

El tensor de tensiones diagonalizado es:

$$\vec{\vec{\tau}} = \begin{pmatrix} \tau_1 & 0 & 0 \\ 0 & \tau_2 & 0 \\ 0 & 0 & \tau_3 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}$$

Un valor propio τ_i positivo representa físicamente un esfuerzo de tracción y un valor propio ne gativo indica esfuerzo de compresión. El caso particular de que los tres valores sean negativos e iguales corresponde a una compresión homogénea o «hidrostática» (tensor esférico).

12.5.3. Dimensiones

$$[\tau_i] = L^{-1}\ M\ T^{-2}$$

12.5.4. Unidad SI

Pa (pascal)

12.5.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de presión.

12.6. DEFORMACIÓN LINEAL (O DILATACIÓN LINEAL), ε, ρ

12.6.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre el incremento de una longitud y la longit ud de referencia». También se llama a veces «alargamiento unitario» o «dilatación lineal relativa».

12.6.2. Fórmulas

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

(Δl = aumento de la longitud; l = longitud inicial o de referencia).

12.6.3. Dimensiones

$$[\varepsilon] = 1$$

12.6.4. Unidad SI

1

12.7. DEFORMACIÓN ANGULAR, γ, ψ

12.7.1. Observaciones y definición

La deformación de cizalla se considera de la manera más sencill a al aplicar una fuerza paralela a una de las caras de un bloque rectangular. En esta deformación las aristas normales a la cara considerada giran un ángulo γ que se toma como valor de la deformación angular. Se trata de una deformaci ón sin cambio de volumen: deformación sin dilatación, por lo que se suele llama r «*deformación pura*».

La deformación angular se denomina también «deslizamiento unitario» y con carácter general se da la siguiente def inición: «deformación ang ular es el cociente entre el desplazamiento paralelo de una superf icie dada con relación a otra superficie paralela, dividido por el espesor de las capas que las separa» (véase la fórmula).

12.7.2. Fórmulas

La *deformación angular* es el *ángulo*:

$$\gamma = \frac{\Delta x}{d}$$

(Δx = desplazamiento de una superficie respecto a otra paralela; d = separación entre ambas superficies). Como Δx es muy pequeño el ángulo girado γ se confunde con la tangente.

12.7.3. Dimensiones

$$[\gamma] = 1$$

12.7.4. Unidad SI

rad	(radián)

12.7.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de ángulo.

12.8. DEFORMACIÓN DE VOLUMEN (O DILATACIÓN CÚBICA), θ

12.8.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre el incremento del volumen y el volumen de referencia».

12.8.2. Fórmulas

$$\theta = \frac{\Delta V}{V}$$

(ΔV = aumento del volumen; V = volumen inicial o de referencia).

12.8.3. Dimensiones

$$[\theta] = 1$$

12.8.4. Unidad SI

1

12.9. EL TENSOR DEFORMACIÓN, ξ

12.9.1. Observaciones y definición

Es un tensor simétrico de segundo orden, cuyas componentes representan las deformaciones que se producen en un punto del material (tanto l as dilataciones como las deformaciones angulares). Las componentes diagonales r epresentan las *deformaciones lineales* (las dilataciones) en las direcciones de los ejes coor-

denados. Las componentes no diagonales indican *deformaciones angulares* (una componente ξ_{ij} es igual a la mitad de la disminución del ángulo que forman los ejes coordenados X_i y X_j)

12.9.2. Fórmulas

El *tensor deformación* se representa generalmente así:

$$\vec{\vec{\xi}}$$

y sus componentes son (en ejes cartesianos X_1, X_2, X_3)

componentes diagonales $$\xi_{ii} = \frac{ds_i}{\Delta x_i} \qquad \text{(no sumatorio)}$$

componentes no diagonales $$\xi_{ij} = \frac{ds_j}{\Delta x_i} = \frac{1}{2}\gamma_{ij}$$

(Δx_i = longitud de un se gmento en la dirección del eje X_i antes de la deformación; ds_i = desplazamiento en la dirección del eje X_i; de un extremo del segmento considerado; ds_j = desplazamiento en la dirección del eje X_j de un extremo el segmento considerado; γ_{ij} = deformación angular o disminución del ángulo formado por los ejes X_i y X_j).

12.9.3. Dimensiones

$$[\xi] = 1$$

12.9.4. Unidad SI

1

12.10. DEFORMACIONES PRINCIPALES, ξ_i

12.10.1. Observaciones y definición

Por tratarse de un tensor simétrico, el tensor deformación $\vec{\vec{\xi}}$ tiene tres direcciones principales ortogonales, a las que corresponden los tres valores propios (que por cierto coinciden con las direcciones principales del t ensor de tensiones si el material es isótropo). Estos v alores propios son las *«deformaciones principales»*. Físicamente se trata de deformaciones lineales o dilatacione s simples. Tomando las direcciones principales como ejes coordenados de re ferencia, el tensor queda diagonalizado; por tanto en las direcciones princi pales no hay deformaciones angulares.

12.10.2. Fórmulas

El tensor esfuerzo diagonalizado es

$$\vec{\xi} = \begin{pmatrix} \xi_1 & 0 & 0 \\ 0 & \xi_2 & 0 \\ 0 & 0 & \xi_3 \end{pmatrix}$$

Un valor propio ξ_i positivo representa aumento de longitud (unitario) y un valor propio negativo indica contracción en la correspondiente dirección principal. La suma de las tres deformaciones principales (y también la suma de los elementos diagonales del tensor deformación para ejes cartesianos arbitrarios) representa la dilatación cúbica o deformación de volumen (traza)

$$\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 = \theta = \frac{\Delta V}{V}$$

(θ = deformación de volumen o dilatación cúbica; V = volumen).

12.10.3. Dimensiones

$$[\xi_i] = 1$$

12.10.4. Unidad SI

1

12.11. MÓDULO DE ELASTICIDAD LONGITUDINAL (O MÓDULO DE YOUNG), *E*

12.11.1. Observaciones y definición

En el caso más simple se estudia el alargamiento de una barra sometida a una fuerza de tracción. De acuerdo con la ley general de Hooke de la Elasticidad, existe proporcionalidad lineal entre la deformación y la fuerza deformadora (en este caso entre el alargamiento y la fuerza de tracción). Suponemos que las deformaciones nunca se acercan al límite de elasticidad.

En el caso general se relaciona la dilatación lineal (es decir, la deformación lineal) con la tensión normal. La definición del *módulo de elasticidad* es «el cociente entre la tensión normal y la deformación lineal». Su valor es característico de cada material.

12.11.2. Fórmulas

El *módulo de elasticidad o módulo de Young, E*, considerando el caso simple del alargamiento de una barra, se introduce así:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E}\frac{F}{S}$$

(Δl = aumento de longitud; l = longitud inicial; F = fuerza de tracción; S = sección de la barra). Esta e xpresión es igualmente válida para la contracción. Un material que posee el módulo de Young grande se deforma poco.

En un caso más general, el *módulo de Young* viene dado por las expresiones

$$\sigma = E\,\varepsilon \qquad \frac{l}{E} = \frac{\varepsilon}{\sigma}$$

(σ = tensión normal o fuerza normal por unidad de superf icie; ε = deformación lineal o alargamiento por unidad de longitud).

Considerando las relaciones entre los tensores esfuerzo y defor mación (y teniendo en cuenta la contracción lateral) se puede escribir, para los ejes principales:

$$\xi_i = \frac{1}{E}(\tau_i - \mu\,\tau_j - \mu\,\tau_k)$$

(ξ_i = valor propio del tensor deformación en la dirección principal X_i; τ_i = valor propio del tensor esfuerzo en la misma dirección principal X_i; τ_j , τ_k = valores propios del tensor esfuerzo en las otras dos direcciones princi pales X_j , X_k; μ = coeficiente de Poisson de la contracción lateral).

Todo lo anterior supone que los procesos son isotermos. Para mayor rigor hay que definir el módulo de Young especificando la constancia de l a temperatura:

$$\frac{1}{\mathrm{E}} = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma}\right)_{\mathrm{T}}$$

y lo mismo ocurre con las demás constantes características del comportamiento elástico de los materiales. En rigor deben ser estudiados en Termodinámica.

12.11.3. Dimensiones

$$[E] = \mathrm{L}^{-1}\ \mathrm{M}\ \mathrm{T}^{-2}$$

12.11.4. Unidad SI

$$\mathrm{N/m^2} = \boxed{\mathrm{Pa}} \quad \text{(pascal)}$$

12.11.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de presión.

12.11.6. Constantes y valores concretos

Valores aproximados del módulo de Young para algunos materiales:

Material	*E* (GPa)
Acero	200
Hierro	190
Cobre	120
Aluminio	70
Plomo	15
Madera	10

El acero tiene, aproximadamente, el límite de elasticidad por tracción en 0,7 GPa, y el límite de rotura en 1,6 GPa (por tanto, un hilo de acero de 1 mm^2 de sección se rompe bajo la acción de una fuerza tractora de 1,6 kN). Nuevas aleaciones de acero silicio consiguen un límite de rotura de 1,76 GPa.

12.12. COEFICIENTE DE POISSON (O NÚMERO DE POISSON), μ, υ

12.12.1. Observaciones y definición

Al alargarse una barra de un material experimenta una contracción en la dirección transversal. El fenómeno se llama «contracción lateral». Existe (dentro de los límites del comportamiento elástico) una proporcionalidad entre la contracción lateral y el alargamiento.

La definición del coeficiente de Poisson es: «el cociente entre la contracción lateral (por unidad de longitud) y el alargamiento (deformación lineal). Históricamente Poisson introdujo la magnitud inversa. Se trata de una magnitud característica de cada material.

12.12.2. Fórmulas

$$-\frac{\Delta r}{r} = \mu \frac{\Delta l}{l}$$

($-\Delta r$ = disminución de la dimensión transversal; r = valor inicial del espesor o dimensión transversal; Δl = aumento de la longitud; l = longitud inicial).

12.12.3. Dimensiones

$$[\mu] = 1$$

12.12.4. Unidad SI

1

12.13. MÓDULO DE TORSIÓN (O MÓDULO DE CIZALLA, O MÓDULO DE RIGIDEZ), *G*

12.13.1. Observaciones y definición

La ley general de Hooke para el fenómeno de la deformación angular o de cizalla establece la proporcionalidad entre el ángulo girado («de formación angular») y la fuerza deformadora («esfuerzo cortante»).

La definición del módulo de torsión o cizalla es «el cociente entre el esfuerzo cortante y la deformación angular».

12.13.2. Fórmulas

$$\gamma = \frac{1}{G}\ \frac{F}{S} = \frac{1}{G}\ \tau \qquad\qquad G = \frac{\tau}{\gamma}$$

(γ = deformación angular; F = fuerza tangencial a la superficie; S = superficie; τ = esfuerzo cortante).

Entre las tres constantes características de un material elástico isótropo existe la relación siguiente, deducida por cálculo tensorial:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

(E = módulo de Young; μ = coeficiente de Poisson).

12.13.3. Dimensiones

$$[G] = \mathrm{L}^{-1}\ \mathrm{M}\ \ \mathrm{T}^{-2}$$

12.13.4. Unidad SI

$$\mathrm{N/m^2} = (\text{pascal})$$

12.13.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de presión.

12.13.6. Constantes y valores concretos

Valores aproximados para algunas sustancias:

Sustancia	*G* (GPa)
Acero	84
Hierro	75
Cobre	45
Aluminio	30
Plomo	5,2

12.14. MÓDULO DE COMPRESIBILIDAD (O MÓDULO DE COMPRESIÓN) (a temperatura constante), *K*

12.14.1. Observaciones y definición

Para un estudio introductorio de la Elasticidad se supone temperatura constante. Se introduce así el módulo de compresibilidad o de compresión. (Para mayor rigor véase la sección 12.58.)

Cuando una presión uniforme actúa sobre un cuerpo, disminuye su volumen. Ello da lugar a la introducción del coeficiente de compresibilidad, o su inverso, el módulo.

El módulo de compresión (o compresibilidad) es, con el signo apropiado «el cociente entre la presión y la deformación de volumen» (suponiendo temperatura constante).

12.14.2. Fórmulas

$$p = -K\,\theta \qquad\qquad K = -\frac{p}{\theta}$$

O con mayor rigor:

$$K = -\left(\frac{\partial p}{\partial \theta}\right)_{\mathrm{T}}$$

(p = presión o presión efectiva; θ = deformación de volumen o dilatación cúbica; T = temperatura constante). Si la presión efectiva es positiva, la dilatación que produce es negativa, obviamente.

El módulo de compresión se relaciona con las otras constantes elásticas del material por la expresión deducida por cálculo tensorial (siempre a temperatura constante):

$$K = \frac{E}{3(1-2\mu)}$$

(E = módulo de Young; μ = coeficiente de Poisson).

12.14.3. Dimensiones

$$[K] = \mathrm{L}^{-1}\ \ \mathrm{M}\ \ \mathrm{T}^{-2}$$

12.14.4. Unidad SI

Pa	(pascal)

12.14.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de presión.

12.14.6. Constantes y valores concretos

(Véase la sección 12.58.6).

12.15. CONSTANTE O COEFICIENTE DE UN MUELLE ELÁSTICO, *k*

12.15.1. Observaciones y definición

Es la constante de proporcionalidad de la ley de Hooke para el muelle. La definición es: «el cociente entre la fuerza de tracción y el alargamiento».

12.15.2. Fórmulas

$$F = k\,x \qquad\qquad F = k\ \Delta l$$

(F = fuerza de tracción; $x = \Delta l$ = aumento de longitud).

12.15.3. Dimensiones

$$[k] = \mathrm{M\ T^{-2}}$$

12.15.4. Unidad SI

$$\mathrm{kg \cdot s^{-2}} = \boxed{\mathrm{N/m}} \quad \text{(newton/metro)}$$

12.15.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\mathrm{UCGS = dyn/cm} = 10^{-3}\ \mathrm{USI}$$

y cualquier unidad de fuerza dividida por cualquier unidad de longitud.

12.16. CONSTANTE O COEFICIENTE DE UNA CLASE DADA DE MUELLE, *J*

12.16.1. Observaciones y definición

La constante k de un muelle, que vimos en la sección anterior, depende de la longitud del muelle. La constante J que definimos ahora es independiente de la longitud del muelle; es la misma para todos los muelles de cual quier longitud que están construidos de la misma forma y con la misma clase de material.

La definición de la constante de una clase de muelle, J, es «el cociente entre la fuerza deformadora y la deformación lineal».

12.16.2. Fórmulas

Por la definición se tiene

$$J = \frac{F}{\varepsilon} \qquad F = J\,\varepsilon = J\,\frac{\Delta l}{l} \qquad J = k\,l$$

(F = fuerza deformadora; ε = dilatación lineal; $\Delta\, l$ = aumento de longitud; l = = longitud del muelle no deformado; k constante o coef iciente elástico del muelle).

12.16.3. Dimensiones

$$[J] = \mathrm{L\ M\ T^{-2}}$$

12.16.4. Unidad SI

N	(newton)

12.16.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de fuerza.

12.17. CONSTANTE O COEFICIENTE DE TORSIÓN DE UN HILO O UNA BARRA, *k*

12.17.1. Observaciones y definición

La ley de Hooke en el fenómeno de la torsión de un hilo o una barra indica la proporcionalidad entre la deformación (ángulo girado por el extremo del hilo en la torsión) y la fuerza deformadora (que es un par o momento torsor).

La definición de la constante de torsión es: «el cociente entre el momento torsor aplicado y el ángulo girado».

12.17.2. Fórmulas

$$M = k\,\theta$$

(M = momento o par torsor; θ = ángulo girado por el extremo del hilo o barra).

12.17.3. Dimensiones

$$[k] = \mathrm{L^2\ M\ T^{-2}}$$

12.17.4. Unidad SI

$\mathrm{N \cdot m}$	(newton metro)

o bien:

$$\boxed{\text{N} \cdot \text{m} / \text{rad}}$$

12.17.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de momento de fuerzas o pares de fuerzas (o también d ividiendo por una unidad de ángulo).

12.18. FUERZA DEFORMADORA Y FUERZA RECUPERADORA DE UN MUELLE, *F*

12.18.1. Observaciones y definición

El extremo de un muelle deformado en equilibrio está sometido a dos fuerzas longitudinales iguales y opuestas: «La fuerza deformadora es la fuerza exterior aplicada», y «la fuerza recuperadora es la fuerza interior produ cida por el material deformado», que tiende a eliminar la deformación.

La fuerza recuperadora actúa siempre que el sistema está deform ado. La fuerza deformadora depende de las condiciones e xteriores. Si sólo existe fuerza recuperadora tienden a producirse oscilaciones.

12.18.2. Fórmulas

Fuerza deformadora (en equilibrio) $F = k\,x$

Fuerza recuperadora (en todos los casos) $F = -k\,x$

(k = constante elástica; x = deformación).

12.18.3. Dimensiones

$$[F] = \text{L}\ \ \text{M}\ \ \text{T}^{-2}$$

12.18.4. Unidad SI

$$\boxed{\text{N}} \quad \text{(newton)}$$

12.18.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de fuerza.

12.19. MOMENTO TORSOR Y MOMENTO RECUPERADOR DE UN HILO O UNA BARRA, *M*

12.19.1. Observaciones y definición

El extremo de un hilo torsionado en equilibrio está sometido a dos momentos o pares iguales y opuestos: «El momento torsor o deformador es el momento exterior aplicado», y «el momento recuperador es el producido en el interior del material torsionado», que tiende a eliminar la torsión.

El momento recuperador actúa siempre que el sistema está torsionado. El momento torsor depende de las condiciones exteriores. Si sólo existe momento recuperador tienden a producirse oscilaciones.

12.19.2. Fórmulas

Momento torsor (en equilibrio) $M = k\theta$

Momento recuperador (en todos los casos) $M = -k\theta$

(k = constante de torsión del hilo o barra; θ = ángulo girado en la torsión).

12.19.3. Dimensiones

$$[M] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-2}$$

12.19.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}}$ (newton metro)

12.19.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de momento de fuerza y par de fuerzas.

12.20. FUERZA CORTANTE EN UNA VIGA *F*, *Q*

12.20.1. Observaciones y definición

En el estudio de vigas horizontales sometidas a fuerzas verticales interesan dos tipos de esfuerzos: los esfuerzos transversales o cortantes, que tienden a producir cizalla; y los esfuerzos flectores (momentos), que tienden a producir flexión. Veamos los primeros.

Se define la fuerza cortante en un punto de una viga horizontal como «la fuerza vertical que ejerce la porción izquierda sobre la porción derecha», o también como «la suma de todas las fuerzas que actúan sobre la parte izquierda de la viga».

12.20.2. Fórmulas

$$Q = \sum_{izq.} F_i$$

(F_i = fuerzas exteriores verticales sobre la porción de la vig a que queda a la izquierda del punto estudiado).

12.20.3. Dimensiones

$$[Q] = \mathrm{L\ M\ T^{-2}}$$

12.20.4. Unidad SI

N	(newton)

12.20.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de fuerza.

12.21. MOMENTO FLECTOR EN UNA VIGA, *M*

12.21.1. Observaciones y definición

Se define el momento flector en un punto de una viga como «el momento del par que ejerce la porción de la izquierda sobre la porción dere cha» o también como «la suma de los momentos, respecto al punto dado, de todas l as fuerzas que actúan sobre la parte izquierda de la viga».

12.21.2. Fórmulas

En un punto A de la viga el momento flector es:

$$M = \sum_{izq.} M_{A,i}$$

($M_{A,i}$ = momentos, respecto al punto A, de las fuerzas que actúan sobre la porción de la viga que queda a la izquierda de A).

12.21.3. Dimensiones

$$[M] = \mathrm{L^2\ M\ T^{-2}}$$

12.21.4. Unidad SI

N · m	(newton metro)

12.21.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de momento de fuerzas y par de fuerzas.

12.22. COEFICIENTE DE RESTITUCIÓN, ε

12.22.1. Observaciones y definición

Cuando chocan dos sólidos reales se producen fuerzas percusionales que dan lugar a deformaciones instantáneas, elásticas o no, que son difíciles de estudiar. En cambio, lo que se observa fácilmente es la velocidad de los puntos de contacto antes y después del choque.

La velocidad relativa de acercamiento de los puntos de contacto de los dos sólidos antes del choque suele ser mayor que la velocidad relativa de alejamiento después (en valor absoluto), o en el límite puede ser igual.

Se define el coeficiente de restitución como «el cociente cambiado de signo entre la velocidad relativa de alejamiento de los puntos de contacto de los dos sólidos después del choque y la velocidad relativa de acercamiento antes del mismo».

12.22.2. Fórmulas

El coeficiente de restitución se define por la fórmula, tomando las componentes normales de las velocidades:

$$\varepsilon = -\frac{v'_r}{v_r} = \frac{v'_2 - v'_1}{v_2 - v_1}$$

(v'_r = velocidad relativa de alejamiento de los puntos de contacto de ambos sólidos inmediatamente después del choque; v_r= velocidad relativa de acercamiento de los puntos de contacto de ambos sólidos inmediatamente antes del choque; v'_2 = velocidad del punto de contacto del sólido 2 después del choque; v'_1 = velocidad del punto de contacto del sólido 1 después del choque; v_2 = velocidad del punto de contacto del sólido 2 antes del choque; v_1 = velocidad de punto de contacto del sólido 1 antes del choque).

Si es $\varepsilon = 1$ se dice que el choque es «elástico», y es fácil comprobar que se conserva la energía cinética. Si $\varepsilon < 1$ el choque es inelástico, y se pierde parte de la energía cinética, que se disipa en forma de calor. Si $\varepsilon = 0$ se trata de un caso particular de choque inelástico caracterizado porque los dos sólidos quedan unidos por sus puntos de contacto.

12.22.3. Dimensiones

$$[\varepsilon] = 1$$

12.22.4. Unidad SI

1

12.23. MOMENTO ESTÁTICO GEOMÉTRICO DE UN ÁREA PLANA, *M*

12.23.1. Observaciones y definición

Dada una superficie plana (una sección plana de una barra), es útil, en Elasticidad y Resistencia de Materiales, considerar el momento estátic o geométrico respecto a una recta del plano, que se define como «la suma de los productos de los elementos de área por sus distancias a la recta».

Es una magnitud análoga al momento estático definido en Mecánica.

12.23.2. Fórmulas

$$M = \sum S_i x_i \qquad\qquad M = \int x dS$$

(x = distancia a la recta dada; S = área).

12.23.3. Dimensiones

$$[M] = \mathrm{L}^3$$

12.23.4. Unidad SI

m^3

12.23.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de v olumen, y todos los productos de una unidad de lon gitud por una unidad de superficie.

12.24. MOMENTO DE INERCIA GEOMÉTRICO O MOMENTO CUADRÁTICO DE UNA ÁREA PLANA, I_a , I

12.24.1. Observaciones y definición

Dada una superficie plana (una sección plana de una barra), es útil en Elasticidad y Resistencia de Materiales considerar el momento cuadrático o momento de inercia geométrico respecto a una recta del plano, que se def ine como «la suma de los productos de los elementos de área por los cuadrado s de las distancias a la recta».

Es una magnitud análoga al momento de inercia de la Mecánica.

12.24.2. Fórmulas

$$I = I_a = \sum S_i \, x_i^2 \qquad I = \int x^2 dS$$

(x = distancia a la recta dada; S = área).

12.24.3. Dimensiones

$$[I] = \mathrm{L}^4$$

12.24.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{m}^4}$$

12.24.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de longitud con exponente 4.

12.25. MOMENTO CUADRÁTICO POLAR DE UNA ÁREA PLANA, I_p

12.25.1. Observaciones y definición

Es una magnitud análoga al momento de inercia polar definido en Mecánica.

El momento cuadrático polar (o momento de inercia geométrico polar) de un área plana respecto a un punto del plano se define como «la suma de los productos de los elementos de área por los cuadrados de las distancia s al punto dado».

El momento de inercia polar de un sistema plano respecto a un punto del plano coincide con el momento de inercia de dicho sistema respecto a un eje normal al plano que pase por el punto dado.

12.25.2. Fórmulas

$$I_p = \sum S_i \, r_i^2 \qquad I_p = \int r^2 \, dS$$

(r = distancia al punto dado; S = área).

12.25.3. Dimensiones

$$[I_p] = \mathrm{L}^4$$

12.25.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{m}^4}$$

12.25.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de longitud con exponente 4.

12.26. TEMPERATURA, T, t, θ

12.26.1. Observaciones y definición

Se trata de un concepto estadístico. La *temperatura* puede representar el nivel de agitación desordenada microscópica. En un g as perfecto la te mperatura está ligada a la energía cinética media de sus moléculas.

Para poder hablar de cantidades o v alores numéricos de temperat ura se requiere establecer la unidad y algún punto de referencia, es decir, establecer la escala de temperaturas.

La llamada «*temperatura termodinámica*» se basa en los principios de la Termodinámica y es la que se usa en el Sistema Internacional (la e scala termodinámica o escala Kelvin).

Otras escalas son la Celsius (o centígrada), la Farenheit y la Rankine. La temperatura termodinámica o SI es una escala absoluta, lo que quiere decir que sitúa el cero o principio de la escala en el cero absoluto (en donde, prescindiendo de los fenómenos cuánticos, la agitación desordenada microscópica s e anularía). No existe ningún límite superior para la temperatura.

12.26.2. Fórmulas

$$t = T - T_0$$

(t = temperatura Celsius; T = temperatura termodinámica o SI; $T_0 = 273{,}15$ K, por convenio, exactamente) Este valor T_0 está 0,01 K por debajo del punto triple del agua (que es 273,16 K).

12.26.3. Dimensiones

$$[t] = [T] = \Theta$$

12.26.4. Unidad SI

K	(kelvin; antiguamente «grado Kelvin»).

Es la fracción 1/273,16 del interv alo de temperatura entre el c ero absoluto y el punto triple del agua.

12.26.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

El grado Celsius °C es, en cuanto a intervalo de temperaturas, igual al kelvin. La temperatura Celsius t_c se obtiene, por tanto, restando $T_o = 273{,}15$ a la temperatura termodinámica:

$$t_c = \mathrm{T} - 273{,}15$$

El grado Farenheit es una unidad más pequeña que el k elvin y el grado Celsius (en cuanto a intervalo de temperatura). Se estableció dividiendo en 180 partes el intervalo entre los puntos de ebullición y fusión del agua a la presión normal (212 –32 = 180º F), que para la escala Celsius se di vide en 100 partes, es decir

$$180° \text{ F} = 100 \text{ °C} \qquad 9° \text{ F} = 5 \text{ °C} \qquad 1° \text{ F} = (5/9) \text{ °C}$$

Por tanto, la temperatura en grados Farenheit se obtiene a partir de la temperatura Celsius, así

$$t_F = \frac{9}{5} t_c + 32$$

y la transformación inversa

$$t_c = \frac{5}{9} (t_F - 32)$$

La escala Rankine es la escala absoluta que utiliza como unidad de intervalo de temperatura el grado Rankine, igual al grado Farenheit

$$1 \text{ °R} = 1 \text{ °F}$$

quedando el cero absoluto 459,67 °F por debajo del punto de fusión del agua:

$$t_F = t_R - 459{,}67$$

En resumen, para pasar de cualquiera de estas escalas al SI, las fórmulas son:

(partiendo de la escala Celsius) $T = t_c + 273{,}15$

(partiendo de la escala Farenheit) $T = \frac{5}{9} (t_F - 32) + 273{,}15$

(partiendo de la escala Rankine) $T = \frac{273\ 16}{459{,}67} t_R$

El grado Reamur , hoy en desuso, tomaba el cero en el punto de fus ión del agua y el 80 en el punto de eb ullición. Por ello 80 grados Ream ur equivalen a 100 grados Celsius ó 100 kelvin.

12.26.6. Constantes y valores concretos

Fenómeno	Temperatura
Punto triple del agua	273,16 K
Fusión del agua a 1 atm	273,15 K
Id. a 1 000 atm	204,4 K
Id. a 2 000 atm	253,1 K
Temperatura crítica del agua	647,30 K
Ebullición del agua a 1 atm (nivel del mar)	373,15 K
Motor de combustión interna (Otto o Diesel). Temperatura máxima	2 500 K
Ebullición del agua a p=417 mm Hg (cumbre del Mont Blanc en los Alpes, altura 4 800 m)	84 °C = 357 K
Punto crítico del CO_2	304,3 K
Punto crítico del NH_3	415,6 K
Punto crítico del N_2	216,1 K
Temperatura de Curie del Fe	769 °C = 1 042 K
Sol en su centro	$15 \cdot 10^6$ K
Sol en la fotosfera	5 780 K
La Tierra a 100 km de profundidad	≈1 600 K
Luna en su superficie (día)	365 K
Luna en su superficie (noche)	104 K
Marte en su superficie (máxima)	290 K
Marte en su superficie (mínima)	150 K
Temperatura menor obtenida en laboratorio (1995)	10^{-7} K
Radiación de fondo del Universo actualmente	2,735 K

Para conocer con más detalle la temperatura de eb ullición del a gua en función de la presión, así como la v ariación con la altura en la at mósfera terrestre, pueden consultarse las tablas en la sección de humedad relativa (12.93.6).

La temperatura de Planck, calculada en el inicio del Uni verso, transcurrido un tiempo t =5,39 · 10^{-44} s a partir del Big Bang, resulta:

$$T_{Planch} = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{Gk^2}} = 1{,}42 \cdot 10^{32} \text{ K}$$

(G = constante de la gra vitación; k = constante de Boltzman; $\hbar$ = constante barrada de Planck).

12.27. CONSTANTE UNIVERSAL DE LOS GASES PERFECTOS O CONSTANTE MOLAR DE LOS GASES PERFECTOS, *R*

12.27.1. Observaciones y definición

Es la conocida constante que relaciona las variables de estado *p, v, T* en la ecuación de estado de los gases perfectos, dada por Clapeyron.

12.27.2. Fórmulas

La ecuación de estado de los gases perfectos es:

$$pV = nRT \qquad p\,v_m = RT \qquad R = \frac{pV}{nT}$$

(p = presión; V = volumen; n = cantidad de sustancia; T = temperatura; v_m = volumen molar).

12.27.3. Dimensiones

$$[R] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-2}\,\mathrm{N}^{-1}\,\Theta^{-1}$$

12.27.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{J} / (\mathrm{mol} \cdot \mathrm{K})}$$

12.27.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\mathrm{erg} / (\mathrm{mol} \cdot \mathrm{K}) = 10^{-7}\ \mathrm{USI}$$

12.27.6. Constantes y valores concretos

$$R = 8{,}314\,472\ \mathrm{USI}$$

En unidades CGS el valor de R es $8{,}314\,472\ 10^7$ erg/(mol · K); y en unidades del sistema inglés es $R = 4{,}378\,130 \cdot 10^{-3}$ Btu/(mol · °R).

12.28. CONSTANTE PARTICULAR DE UN GAS PERFECTO (O CONSTANTE ESPECIFICA), *r*

12.28.1. Observaciones y definición

La constante universal R es válida para todos los gases perfectos. Pero a veces, para un gas perfecto concreto se suele utilizar una constante particular, que depende de la masa molar. La definición es «el cociente entre la constante universal R y la masa molar del gas».

12.28.2. Fórmulas

$$r = \frac{R}{M} \qquad r = \frac{pV}{mT} \qquad pV = m\,r\,T$$

(R = constante universal de los gases perfectos; M = masa molar; p = presión; V = volumen; m = masa; T = Temperatura)

12.28.3. Dimensiones

$$[r] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{T}^{-2}\,\Theta^{-1}$$

12.28.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{J}\,/\,(\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K})}$ julio / (kilogramo·kelvin)

12.28.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\mathrm{UCGS} = \mathrm{erg}\,/(\mathrm{g}\cdot\mathrm{kelvin}) = 10^{-4}\ \mathrm{USI}$$

12.28.6. Constantes y valores concretos

Constante particular del hidrógeno (gas diatómico): $r = 4{,}157\,236\cdot 10^3$ USI

Constante particular del oxígeno (gas diatómico): $r = 259{,}827\,25$ USI

Constante particular del vapor de agua: $r = 461{,}915$ USI

12.29. PARÁMETROS DE LA ECUACIÓN DE VAN DER WAALS, *a, b*

12.29.1. Observaciones y definición

En la ecuación de estado para gases reales de Van der Waals figuran tres constantes, una de las cuales es la constante R de los gases perfectos. Estas constantes o parámetros son característicos de cada gas. Sus definiciones están contenidas en la ecuación que podemos ver en el siguiente apartado.

12.29.2. Fórmulas

La ecuación de Van der Waals es

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$$

en donde a y b son los parámetros de Van der Walls. Sus valores son característicos de cada gas concreto (b se suele llamar «covolumen»). (p = presión; v = volumen molar, R = constante universal de los gases perfectos: T = temperatura).

12.29.3. Dimensiones

$$[a] = \mathrm{L}^5\ \mathrm{M}\ \mathrm{T}^{-2}\mathrm{N}^{-2}$$
$$[b] = \mathrm{L}^3\mathrm{N}^{-1}$$

12.29.4. Unidad SI

para *a*: $\mathrm{Pa} \cdot \mathrm{m}^6/\mathrm{mol}^2 =$ $\boxed{\mathrm{Pa}\ (\mathrm{m}^3/\mathrm{mol})^2}$

para *b*: $\boxed{\mathrm{m}^3/\mathrm{mol}}$

12.30. VALORES CRÍTICOS Y VARIABLES REDUCIDAS DE VAN DER WAALS, p_c v_c, T_c, π, τ, θ

12.30.1. Observaciones y definición

En el punto crítico, una sustancia pura posee valores concretos de la presión, el volumen molar y la temperatura: p_c, v_c, T_c, llamados valores críticos.

Se definen las variables reducidas como «cociente entre la variable y su valor crítico».

12.30.2. Fórmulas

Valores críticos: p_c, v_c, T_c

Valores reducidos: $\pi = \dfrac{p}{p_c}$ $\tau = \dfrac{v}{v_c}$ $\theta = \dfrac{T}{T_c}$

Ecuación reducida de Van der Waals:

$$\left(\pi + \frac{3}{\tau}\right)\left(\tau - \frac{1}{3}\right) = \frac{8}{3}\,\theta$$

Parámetros de la ecuación de Van der Waals:

$$a = 3\,p_c\ v_c^2 \qquad b = \frac{v_c}{3} \qquad R = \frac{8}{3}\,\frac{p_c\,v_c}{T_c}$$

(p_c = presión crítica; v_c = volumen crítico molar; T_c = temperatura crítica; π = presión reducida; τ = volumen reducido; θ = temperatura reducida; *a, b, R* = parámetros de la ecuación de Van der Waals).

12.30.3. Dimensiones

$$[p_c] = \mathrm{L}^{-1}\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-2}$$
$$[v_c] = \mathrm{L}^{3}\mathrm{N}^{-1}$$
$$[T_c] = \Theta$$
$$[\pi] = [\tau] = [\theta] = 1$$

12.30.4. Unidad SI

Para presión, volumen molar y temperatura las USI son respectivamente, Pa, m^3/mol y kelvin.

Las variables reducidas son adimensionales.

12.30.5. Constantes y valores concretos

Valores críticos para el agua:

$p_c = 218{,}31$ atm $= 2{,}212 \cdot 10^7$ Pa
$v_c = 3{,}170 \cdot 10^{-3}$ m^3/mol
$T_c = 647{,}30$ K

12.31. CONSTANTE DE BOLTZMAN, *k*

12.31.1. Observaciones y definición

Es una constante universal, que se define como cociente de dos constantes universales:

«Es el cociente entre la constante R de los gases perfectos y la constante de Avogadro».

12.31.2. Fórmulas

$$k = R/N_A$$

(R = constante universal de los gases perfectos; N_A = constante o número de Avogadro).

12.31.3. Dimensiones

$$[k] = L^2\ M\ T^{-2}\ \Theta^{-1}$$

12.31.4. Unidad SI

J / K (julios por kelvin)

12.31.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg/kelvin = 10^{-7} J/K
GeV/K = 1,602 177 10^{-13} J/K

12.31.6. Constantes y valores concretos

$k = 1{,}380\ 650\ 3 \cdot 10^{-23}$ J/K
$= 8{,}617\ 342 \cdot 10^{-14}$ GeV/K $= 8{,}617\ 342 \cdot 10^{-5}$ eV/K

12.32. ENERGÍA INTERNA, O ENERGÍA TERMODINÁMICA, *U*

12.32.1. Observaciones y definición

Puede considerarse un «sistema» como una porción de materia (o incluso un recinto vacío); puede contener energía en muy diversas formas. Se define la energía interna como «la energía que está contenida en el sistema». Puede ser energía de agitación térmica, energía electromagnética, energía química, energía equivalente a la masa del sistema, etc. Es función de estado y, por tanto, cuando el sistema recorre un ciclo cualquiera, U vuelve al valor primitivo.

12.32.2. Fórmulas

Nunca se conoce la energía interna total del sistema. Sí, en cambio, se pueden conocer sus variaciones. Si entra o sale del sistema cualquier clase de energía, en la misma cantidad aumenta o disminuye la energía interna. Esto constituye el primer principio de la Termodinámica. Restringiendo el estudio a los intercambios de solo dos formas de energía, calor y trabajo, el primer principio es:

$$\Delta U = Q - W$$

(Q = calor intercambiado, positivo si entra en el sistema; W = trabajo realizado, positivo si sale del sistema).

12.32.3. Dimensiones

$$[U] = \mathrm{L}^2\ \mathrm{M}\ \mathrm{T}^{-2}$$

12.32.4. Unidad SI

J	(joule o julio)

12.32.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de energía.

12.33. ENTALPÍA, *H*

12.33.1. Observaciones y definición

«Es la suma de la energía interna más el producto presión volumen», en un sistema considerado. Los procesos isoentálpicos juegan un papel importante en química y en aplicaciones técnicas. Es función de estado.

12.33.2. Fórmulas

Por definición es:

$$H = U + pV$$

(U = energía interna del sistema; p = presión; V = volumen del sistema).

12.33.3. Dimensiones

$$[H] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-2}$$

12.33.4. Unidad SI

J (joule o julio)

12.33.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de energía

12.34. ENTROPÍA, *S*

12.34.1. Observaciones y definición

Indica el grado de desorden u homogeneidad. También indica la probabilidad de un estado. En el Universo y en cualquier sistema aislado, todo proceso real (irreversible) se produce con aumento de entropía. En un sistema no aislado, sin embargo, la entropía puede aumentar o disminuir. Es una función de estado, por lo que en un ciclo siempre vuelve a su valor primitivo en el sistema. Damos la definición mediante la fórmula matemática, a continuación.

12.34.2. Fórmulas

Lo que varía la entropía de un sistema en un proceso infinitesimal (siempre que en el sistema no ocurra ningún proceso irreversible) es:

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

(dQ = calor intercambiado, positivo si entra en el sistema; T = temperatura del sistema en la escala Kelvin). Vemos pues que si entra calor aumenta la entropía, y si sale calor disminuye la entropía del sistema.

12.34.3. Dimensiones

$$[S] = \mathrm{L}^2\ \mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-2}\,\Theta^{-1}$$

12.34.4. Unidad SI

J / K (julios por kelvin)

12.34.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg/K = 10^{-7} USI
J/°R = 1,8 USI
cal/°C = cal/K = 4,184 USI
Clausius = kcal/kg = 4,184 · 10^3 USI
Btu/°F = Btu/°R = 1,899 101·10^3 USI

y cualquier unidad de energía dividida por el kelvin o por el grado Rankine.

12.34.6. Constantes y valores concretos

La Termodinámica determina únicamente variaciones de entropía. Pero puede considerarse que la entropía de un sistema en el cero absoluto de temperatura (T = 0 K) es nula, y a partir de aquí calcular la entropía absoluta de un cuerpo cualquiera (hipótesis de Planck):

$$S = \int_0^T \frac{cdT}{T}$$

Por ejemplo:

Entropía del Sol: $S = 10^{35}$ J/K

Entropía de un agujero negro de masa ≈ 3 m_{Sol}: $S = 10^{54}$ J/K

12.35. ENERGÍA LIBRE O ENERGÍA DE HELMHOLTZ *F, A*

12.35.1. Observaciones y definición

«Es la diferencia entre la energía interna y el producto temperatura entropía» en un sistema. Es función de estado.

También denominado «potencial de Helmholtz» o «potencial isócoro».

12.35.2. Fórmulas

$$F = U - TS$$

(U = energía interna; T = temperatura; S = entropía).

12.35.3. Dimensiones

$$[F] = L^2\ M\ T^{-2}$$

12.35.4. Unidad SI

J (julio o joule)

12.35.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de energía.

12.36. ENTALPÍA LIBRE O ENERGÍA DE GIBBS, *G*

12.36.1. Observaciones y definición

Es también función de estado. Se define como «la suma de la energía libre más el producto presión volumen».

También se denomina *potencial de Gibbs.*

12.36.2. Fórmulas

Cualquiera de estas operaciones es la definición

$$G = F + pV$$

$$G = U - TS + pV$$

$$G = H - TS$$

(F = energía libre; p = presión; V = volumen; U = energía interna; T = temperatura; S = entropía; H = entalpía).

12.36.3. Dimensiones

$$[G] = L^2\ M\ T^{-2}$$

12.36.4. Unidad SI

J (julio o joule)

12.36.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de energía

12.37. ENERGÍA INTERNA ESPECIFÍCA, O ENERGÍA TERMODINÁMICA ESPECÍFICA (MÁSICA), *u* (*e*)

12.37.1. Observaciones y definición

«Es la energía interna por unidad de masa».

12.37.2. Fórmulas

$$u = \frac{U}{m}$$

(U = energía interna del sistema; m = masa).

12.37.3. Dimensiones

$$[u] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{T}^{-2}$$

12.37.4. Unidad SI

$$\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-2} = \boxed{\mathrm{J/kg}} \quad \text{(julio / kilogramo)}$$

12.37.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS =erg/g = 10^{-4} USI
Btu/lb = 2,326 10^3 USI (exactamente)

y cualquier cociente entre una unidad de energía y una unidad de masa.

12.38. ENERGÍA INTERNA MOLAR (O ENERGÍA TERMODINÁMICA MOLAR) u_m, u

12.38.1. Observaciones y definición

«Es la energía interna por unidad de cantidad de sustancia». La energía interna contenida en un mol.

12.38.2. Fórmulas

$$u = \frac{U}{n}$$

(U = energía interna; n = cantidad de sustancia).

12.38.3. Dimensiones

$$[u] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}\;\mathrm{T}^{-2}\,\mathrm{N}^{-1}$$

12.38.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{J/mol}} \quad \text{(julios/mol)}$$

12.38.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg/mol = 10^{-7} USI
Btu / mol = 1,055 056 10^3 USI

y cualquier unidad de energía dividida por un mol.

12.39. ENTALPÍA ESPECÍFICA (MÁSICA), *h*

12.39.1. Observaciones y definición

«Es la entalpía por unidad de masa».

12.39.2. Fórmulas

$$h = \frac{H}{m}$$

(H = entalpía, m = masa).

12.39.3. Dimensiones

$$[h] = L^2 T^{-2}$$

12.39.4. Unidad SI

$m^2 \cdot s^{-2} =$ J/kg (julio/kilogramo)

12.39.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg/g = 10^{-4} USI
Btu / lb = $2{,}326 \cdot 10^3$ USI (exactamente)

y cualquier cociente entre una unidad de energía y una unidad de masa.

12.40. ENTALPÍA MOLAR h_m, *h*

12.40.1. Observaciones y definición

«Es la entalpía por unidad de cantidad de sustancia». Entalpía contenida en un mol.

12.40.2. Fórmulas

$$h = \frac{H}{m}$$

(H = entalpía; n = cantidad de sustancia).

12.40.3. Dimensiones

$$[h] = L^2 M T^{-2} N^{-1}$$

12.40.4. Unidad SI

J/mol (julios/mol)

12.40.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg / mol = 10^{-7} USI
Btu / mol = 1,055 056 · 10^{3} USI

y cualquier unidad de energía dividida por un mol.

12.41. ENTROPÍA ESPECÍFICA (ENTROPÍA MÁSICA), *s*

12.41.1. Observaciones y definición

«Es la entropía por unidad de masa».

12.41.2. Fórmulas

$$s = \frac{S}{m}$$

(S = entropía; m = masa).

12.41.3. Dimensiones

$$[s] = \mathrm{L}^2\ \mathrm{T}^{-2}\Theta^{-1}$$

12.41.4. Unidad SI

J/(K · kg) (julios por kelvin y por kilogramo)

12.41.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg/ (K · g) = 10^{-4} USI
J/ (°R · kg) = 1,8 USI
Btu/ (°R · lb) = 4,186 8 · 10^{3} USI (exactamente)

12.42. ENTROPÍA MOLAR s_m, *s*

12.42.1. Observaciones y definición

«Es la entropía por unidad de cantidad de sustancia». Entropía contenida en un mol de sustancia.

12.42.2. Fórmulas

$$s = \frac{S}{n}$$

(S = entropía; n = cantidad de sustancia).

12.42.3. Dimensiones

$$[s] = L^2\ M\ T^{-2}\ \Theta^{-1}\ N^{-1}$$

12.42.4. Unidad SI

$\boxed{J/(K \cdot mol)}$ (julios por kelvin por mol)

12.42.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg ($(K \cdot mol) = 10^{-7}$ USI
J/ $(°R \cdot mol) = 1{,}8$ USI
cal/ $(K \cdot mol) = 4{,}184$ USI
Btu / $(°R \cdot mol) = 1{,}899\ 101 \cdot 10^3$ USI

12.43. ENERGÍA LIBRE (O ENERGÍA DE HELMHOLTZ) ESPECÍFICA (MÁSICA), *f*, *a*

12.43.1. Observaciones y definición

«Es la energía libre por unidad de masa».

12.43.2. Fórmulas

$$f = \frac{F}{m}$$

(F = energía libre o de Helmholtz; m = masa).

12.43.3. Dimensiones

$$[f] = L^2\ T^{-2}$$

12.43.4. Unidad SI

$m^2 \cdot s^{-2} =$ (julios/kilogramo)

12.43.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg / g = 10^{-4} USI
Btu /lb = $2{,}326\ 10^3$ USI (exactamente)

y cualquier unidad de energía dividida por cualquier unidad de masa.

12.44. ENERGÍA LIBRE (O ENERGÍA DE HELMHOLTZ) MOLAR, f_m, f, a_m, a

12.44.1. Observaciones y definición

«Es la energía libre o de Helmholtz por unidad de cantidad de sustancia». Es decir, por mol.

12.44.2. Fórmulas

$$f = \frac{F}{n}$$

(F = energía libre o de Helmholtz; n = cantidad de sustancia).

12.44.3. Dimensiones

$$[f] = L^2\ M\ T^{-2}\ N^{-1}$$

12.44.4. Unidad SI

J/mol (julios / mol)

12.44.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg /mol = 10^{-7} USI
Btu /mol = $1{,}055\ 056 \cdot 10^3$ USI

y cualquier unidad de energía dividida por un mol.

12.45. ENTALPÍA LIBRE (O ENERGÍA DE GIBBS) ESPECÍFICA (MÁSICA), g

12.45.1. Observaciones y definición

«Es la entalpía libre por unidad de masa».

12.45.2. Fórmulas

$$g = \frac{G}{m}$$

(G = entalpía libre; m = masa)

12.45.3. Dimensiones

$$[g] = L^2\ T^{-2}$$

12.45.4. Unidad SI

$$m^2 \cdot s^{-2} = \boxed{J/kg} \qquad \text{(julio por kilogramo)}$$

12.45.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg/g = 10^{-4}USI
Btu/lb = 3,326 10^3 USI (exactamente)

y cualquier cociente entre una unidad de energía y una unidad de masa.

12.46. ENTALPÍA LIBRE (O ENERGÍA DE GIBBS) MOLAR, g_m, g

12.46.1. Observaciones y definición

«Es la entalpía libre o energía de Gibbs por unidad de cantidad de sustancia». Entalpía libre por mol.

12.46.2. Fórmulas

$$g = \frac{G}{n}$$

(G = entalpía libre, de Gibbs; n = cantidad de sustancia).

12.46.3. Dimensiones

$$[g] = L^2 M T^{-2} N^{-1}$$

12.46.4. Unidad SI

$$\boxed{J/mol} \qquad \text{(julios por mol)}$$

12.46.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg/mol = 10^{-7} USI
Btu/mol = 1,055 056 $\cdot 10^3$ USI

y cualquier unidad de energía dividida por un mol.

12.47. VOLUMEN MOLAR v_m, v

12.47.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre el volumen y la cantidad de sustancia». También puede decirse que es el volumen que ocupa un mol de sustancia.

12.47.2. Fórmulas

$$v_m = V/n \qquad v_m = dV/dn$$

(V = volumen; n = cantidad de sustancia).

12.47.3. Dimensiones

$$[v_m] = \mathrm{L}^3\,\mathrm{N}^{-1}$$

12.47.4. Unidad SI

$\mathrm{m}^3/\mathrm{mol}$

12.47.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = cm^3 /mol= 10^{-6} USI

y cualquier unidad de volumen dividida por un mol.

12.47.6. Constantes y valores concretos

El volumen molar de un gas ideal es

$$v_m = 22{,}414\ 10 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3/\mathrm{mol}$$

12.48. FUNCIÓN DE MASSIEU, *J*

12.48.1. Observaciones y definición

«Es el cociente de la energía libre y la temperatura, cambiado de signo».

12.48.2. Fórmulas

$$J = -\frac{F}{T}$$

(F = energía libre o de Helmholtz; T = temperatura).

12.48.3. Dimensiones

$$[J] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}\ \mathrm{T}^{-2}\,\Theta^{-1}$$

12.48.4. Unidad SI

J/K (julios/kelvin)

12.48.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg / K = 10^{-7} USI
Btu / °R = 1,899 101. 10^3 USI

12.49. FUNCIÓN DE PLANCK, *Y*

12.49.1. Observaciones y definición

«Es el cociente de la entalpía libre y la temperatura, cambiado de signo».

12.49.2. Fórmulas

$$Y = -\frac{G}{T}$$

(G = entalpía libre de Gibbs; T = temperatura).

12.49.3. Dimensiones

$$[Y] = \mathrm{L}^2\ \mathrm{M}\ \ \mathrm{T}^{-2}\,\Theta^{-1}$$

12.49.4. Unidad SI

J/K (julios/kelvin)

12.49.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg / K $= 10^{-7}$ USI
Btu/°R = 1,899 101 $\cdot\ 10^3$ USI

12.50. TERMENTROPÍA O ENERGÍA LIGADA, *TS*

12.50.1. Observaciones y definición

La energía interna de un sistema se puede considerar como la suma de la energía libre F y la termentropía TS, como consecuencia de la definición de F.

«La termentropía es el producto de la temperatura por la entropía del sistema».

12.50.2. Fórmulas

$$F = U - TS \qquad\qquad U = F + TS$$

(F = energía libre o potencial de Helmholtz; U = energía interna; T = temperatura; S = entropía; TS = termentropía).

Si se utiliza la entropía específica o la entropía molar, se obtiene la termentropía específica o molar, respectivamente.

12.50.3. Dimensiones

$$[TS] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-2}$$

12.50.4. Unidad SI

J	(julio)

12.50.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg = 10^{-7} USI
Btu = 1,055 056 · 10^3 USI

y todas las de energía.

12.51. COEFICIENTE DE DILATACIÓN LINEAL (ISOBÁRICO), α_l

12.51.1. Observaciones y definición

A presión constante los materiales en general aumentan de tamaño (longitud, superficie, volumen) con la temperatura. Es la «dilatación». Ello da lugar a definiciones cuantitativas de coeficientes de dilatación lineal, superficial o cúbica. El coeficiente de dilatación lineal se define como «la dilatación lineal debida al aumento de un kelvin a presión constante», o también: «el incremento de longitud dividido por la longitud de referencia y por el incremento de temperatura a presión constante». Mediante la fórmula se da la definición rigurosa.

12.51.2. Fórmulas

$$\alpha_l = \frac{1}{l}\left(\frac{\partial l}{\partial T}\right)_p \qquad\qquad \alpha_l = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial T}\right)_p$$

(l = longitud; T = temperatura; p = presión constante, $\varepsilon = \Delta l/l$ = deformación o dilatación lineal).

12.51.3. Dimensiones

$$[\alpha_l] = \Theta^{-1}$$

12.51.4. Unidad SI

K^{-1}

12.51.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$^{a}\mathrm{F}^{-1} = {}^{\circ}\mathrm{R}^{-1} = 1{,}8 \text{ USI}$$

12.51.6. Constantes y valores concretos

Sustancia (entre 0 y 100 °C)	α_l (K^{-1})
Al	$23{,}5 \cdot 10^{-6}$
Cu	17,0 ”
Fe	12,1 ”
Ni	13,3 ”
Pb	29,0 ”

12.52. COEFICIENTE DE DILATACIÓN SUPERFICIAL (ISOBÁRICO), α_A

12.52.1. Observaciones y definición

Se define de forma análoga al coeficiente de dilatación lineal: «el incremento de área dividido por el área de referencia y por el incremento de temperatura, a presión constante». O mejor con la fórmula.

12.52.2. Fórmulas

$$\alpha_A = \frac{1}{A}\left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_p$$

(A = área; T = temperatura; p = presión constante).

12.52.3. Dimensiones

$$[\alpha_A] = \Theta^{-1}$$

12.52.4. Unidad SI

$\boxed{K^{-1}}$ (kelvin inverso)

12.52.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$°F^{-1} = 1{,}8 \text{ USI}$$

12.53. COEFICIENTE DE DILATACIÓN CÚBICA (ISOBÁRICO), a_v, α, (γ)

12.53.1. Observaciones y definición

Es «la dilatación cúbica debida al incremento de un Kelvin a presión constante», o también: «el incremento de volumen dividido por el volumen de referencia y por el incremento de temperatura a presión constante». La definición rigurosa se da por las fórmulas.

12.53.2. Fórmulas

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \qquad\qquad \alpha = \left(\frac{\partial \theta}{\partial T}\right)_p$$

(V = volumen; T = temperatura; p = presión constante; $\theta = \Delta V/V$ = deformación de volumen o dilatación cúbica).

12.53.3. Dimensiones

$$[\alpha] = \Theta^{-1}$$

12.53.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{K}^{-1}}$ (kelvin inverso)

12.53.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$^{\circ}\mathrm{F}^{-1} = 1{,}8 \text{ USI}$$

12.54. COEFICIENTE RELATIVO DE PRESIÓN (O COEFICIENTE PIEZOTÉRMICO), α_p, β

12.54.1. Observaciones y definición

A volumen constante, el incremento de temperatura produce en gen eral un incremento de presión. Es un efecto que a veces se llama «piezotérmico». Se define el *coeficiente relativo de presión* o *coeficiente piezotérmico* como «el incremento de presión di vidido por la presión de referencia y por el incremento de temperatura, a volumen constante». Veamos las fórmulas.

12.54.2. Fórmulas

$$\beta = \frac{1}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$$

(p = presión; T = temperatura; V = volumen constante).

12.54.3. Dimensiones

$$[\beta] = \Theta^{-1}$$

12.54.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{K}^{-1}}$ (kelvin inverso)

12.54.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$°F^{-1} = 1{,}8$ USI

12.55. COEFICIENTE DE PRESIÓN, β'

12.55.1. Observaciones y definición

Se trata simplemente de expresar «la variación de presión con la temperatura a volumen constante». Es como el coef iciente relativo o piezotérmico sin tener en cuenta la presión de referencia. La definición viene dada por la fórmula.

12.55.2. Fórmulas

$$\beta' = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$$

(p = presión; T = temperatura; V = volumen constante).

12.55.3. Dimensiones

$$[\beta'] = L^{-1} M\ T^{-2} \Theta^{-1}$$

12.55.4. Unidad SI

Pa/K (pascal por kelvin)

12.55.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = baria /K = 0,1 USI

y cualquier unidad de presión dividida por el kelvin o por el grado Rankine.

12.56. COMPRESIBILIDAD ISOTÉRMICA (O COEFICIENTE DE COMPRESIBILIDAD ISOTÉRMICA), κ_T, κ

12.56.1. Observaciones y definición

Cualquier sustancia experimenta una disminución de volumen al aumentar la presión manteniendo constante alguna de las demás funciones de estado termodinámicas. Si el proceso es isotermo se def ine el *coeficiente de compresibilidad isoterma* como «la disminución de volumen dividido por el volumen de referencia y por el incremento de presión, a temperatura constante». Mejor es dar la definición rigurosa mediante las fórmulas.

12.56.2. Fórmulas

$$\kappa = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \qquad\qquad \kappa = -\left(\frac{\partial \theta}{\partial p}\right)_T$$

(V = volumen; p = presión; $\theta = \Delta V/V$ = deformación de volumen o dilatación cúbica; T = temperatura constante).

12.56.3. Dimensiones

$$[\kappa] = \mathrm{L\ M^{-1}\ T^2}$$

12.56.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{Pa^{-1}}}$ (pascal inverso)

12.56.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\mathrm{UCGS = baria^{-1} = 10\ \ USI}$$

y cualquier unidad de presión con exponente –1.

12.56.6. Constantes y valores concretos

Algunos valores aproximados:

Sustancia	κ (Pa^{-1})
Agua líquida	$4{,}4 \cdot 10^{-10}$
Hielo	$1{,}2 \cdot 10^{-10}$
Mercurio	$0{,}3 \cdot 10^{-10}$

12.57. COMPRESIBILIDAD ISENTRÓPICA (O COEFICIENTE DE COMPRESIBILIDAD ADIABÁTICA), κ_S,(κ)

12.57.1. Observaciones y definición

Definición: «es la disminución de volumen dividido por el volumen de referencia y por el aumento de presión, en un proceso adiabático». La definición rigurosa se da por las fórmulas.

12.57.2. Fórmulas

$$\kappa_S = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_S \qquad\qquad \kappa_S = -\left(\frac{\partial \theta}{\partial p}\right)_S$$

(V= volumen; p = presión; $\theta = \Delta V/V$ = deformación de volumen o dilatación cúbica; S = entropía constante).

12.57.3. Dimensiones

$$[\kappa_S] = \mathrm{L\ M^{-1}\ T^2}$$

12.57.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{Pa^{-1}}}$ (pascal inverso)

12.57.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\mathrm{UCGS = baria^{-1} = 10\ \ USI}$$

y cualquier unidad de presión con exponente –1.

12.58. MÓDULO DE COMPRESIBILIDAD ISOTÉRMICA, *K*

12.58.1. Observaciones y definición

En Elasticidad ya hemos def inido este módulo para cualquier mat erial (sección 12.14). Aquí lo tratamos por su aplicación a fluidos, preferentemente.

Es el recíproco del coeficiente de compresibilidad isoterma.

Las fórmulas dan la definición rigurosa.

12.58.2. Fórmulas

$$K = \frac{1}{\kappa} = -\,\mathrm{V}\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T \qquad\qquad K = -\left(\frac{\partial p}{\partial \theta}\right)_T$$

(V = volumen; p = presión; $\theta = \Delta V/V$ = deformación de volumen o dilatación cúbica; T = temperatura constante).

12.58.3. Dimensiones

$$[K] = \mathrm{L^{-1}\ M\ T^{-2}}$$

12.58.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{Pa}}$ (pascal)

12.58.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de presión.

12.58.6. Constantes y valores concretos

Algunos valores aproximados:

Sustancia	*K* (Pa)
Agua líquida	$2{,}26 \cdot 10^9$
Hielo	$8{,}33 \cdot 10^9$
Mercurio	$32{,}6 \cdot 10^9$

12.59. MÓDULO DE COMPRESIBILIDAD ISENTRÓPICA (ADIABÁTICA), χ

12.59.1. Observaciones y definición

Es el recíproco del coef iciente de compresibilidad adiabática. Las fórmulas dan la definición rigurosa. Es útil en el estudio de las ondas sonoras, entre otras aplicaciones.

12.59.2. Fórmulas

$$\chi = \frac{1}{\kappa_S} = -V\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_S \qquad\qquad \chi = -\left(\frac{\partial p}{\partial \theta}\right)_S$$

(V= volumen; p = presión; $\theta = \Delta V/V$ = deformación de volumen o dilatación cúbica; S = entropía constante).

Para gases perfectos existe la siguiente relación:

$$\chi = \gamma K$$

($\gamma = c_p/c_v$ = cociente de capacidades caloríficas o exponente isentrópico; K = módulo de compresibilidad isoterma).

12.59.3. Dimensiones

$$[\chi] = \mathrm{L}^{-1}\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-2}$$

12.59.4. Unidad SI

Pa (pascal)

12.59.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de presión.

12.60. CAPACIDAD CALORÍFICA, *C*

12.60.1. Observaciones y definición

Si en un proceso en el que se comunica calor a un sistema, aumenta la temperatura del mismo, se considera la magnitud llamada *capacidad calorífica* del sistema. La definición se da como «el cociente entre la cantidad de calor suministrada y el incremento de temperatura del sistema en un proceso infinitesimal». Es una definición incompleta mientras no se especifique para qué clase de proceso (lo más frecuente es un proceso isobárico). La capacidad calorífica depende de la clase de sustancia y de la masa o cantidad de la misma.

12.60.2. Fórmulas

$$C = \frac{dQ}{dT}$$

(dQ = cantidad de calor suministrada; dT = aumento de temperatura).

12.60.3. Dimensiones

$$[C] = L^2\ M\ T^{-2}\ \Theta^{-1}$$

12.60.4. Unidad SI

J/K (julios por kelvin)

12.60.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

cal/°C = cal/K = 4,184 USI
Btu/°F = Btu/°R = $1{,}899\ 101 \cdot 10^3$ USI
UGGS = erg /K = 10^{-7} USI

12.61. CAPACIDAD CALORÍFICA MÁSICA O CAPACIDAD CALORÍFICA ESPECÍFICA (CALOR ESPECIFÍCO), *c*

12.61.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre la capacidad calorífica y la masa». Se definió inicialmente como la cantidad de calor necesaria para aumentar un grado la temperatura de la unidad de masa. Como es obvio, la definición es incompleta mientras no se especifique la clase de proceso (lo más frecuente es un proceso isobárico). Depende de la clase de sustancia y del estado termodinámico en que se encuentre.

12.61.2. Fórmulas

$$c = \frac{C}{m} \qquad \mathrm{c} = \frac{1}{m}\,\frac{dQ}{dT}$$

(C = capacidad calorífica del sistema; m = masa; dQ = calor suministrado; dT = incremento de temperatura).

12.61.3. Dimensiones

$$[c] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{T}^{-2}\,\Theta^{-1}$$

12.61.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{J/(K \cdot kg)}}$ (julios por kelvin y por kilogramo)

12.61.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

cal/(g ·°C) = cal/ (g · K) = 4 184 USI
UCGS = erg / (g · K) = 10^{-4} USI
Btu/ (lb · °F) = Btu/(lb · °R) = 4,186 8 USI (exactamente)

12.61.6. Constantes y valores concretos

Para el agua líquida a 15 °C es, aproximadamente:

$$\mathrm{c} = 1\ \mathrm{cal/\ (g \cdot °C)} = 4\ 184\ \ \mathrm{USI}$$

valor que resulta mayor que el de la mayoría de las sustancias (véanse las diferentes definiciones de caloría en la sección de energía).

12.62. CAPACIDAD CALORÍFICA ESPECÍFICA A PRESIÓN CONSTANTE (CALOR ESPECÍFICO A PRESIÓN CONSTANTE), c_p

12.62.1. Observaciones y definición

«Es la capacidad calorífica específica de una sustancia para un proceso isobárico».

12.62.2. Fórmulas

$$c_p = \frac{1}{m}\,\frac{dQ_p}{dT_p} \qquad c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p$$

(m = masa; dQ = calor suministrado; dT = incremento de temperatura; p = presión constante; h = entalpía específica).

12.62.3. Dimensiones

$$[c_p] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{T}^{-2}\,\Theta^{-1}$$

12.62.4. Unidad SI

J/(K · kg) (julios por kelvin y por kilogramo)

12.62.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

cal/(g · °C) = cal/ (g · K) = 4 184 USI
UCGS = erg/(g · K) = 10^{-4} USI
Btu/(lb · °F) = Btu/(lb · °R) = 4,186 8 USI (exactamente)

12.62.6. Constantes y valores concretos

Sustancia	C_p (USI)
Agua a 0 °C	4 215
” 15 °C	4 184
” 30 °C	4 176
” 50 °C	4 178
” 80 °C	4 194
” 100 °C	4 213
Aire en condiciones normales	993
Hielo ” ” ”	2 109
Al	916
Fe	456
Hg	138
Pb	130

12.63. CAPACIDAD CALORÍFICA ESPECÍFICA A VOLUMEN CONSTANTE (CALOR ESPECÍFICO A VOLUMEN CONSTANTE), c_v

12.63.1. Observaciones y definición

«Es la capacidad calorífica específica de una sustancia para un proceso isócoro (volumen constante)».

12.63.2. Fórmulas

$$c_v = \frac{1}{m}\,\frac{dQ_v}{dT_v} \qquad\qquad c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v$$

(m = masa; dQ = calor suministrado; dT = aumento de temperatura; v = volumen constante; u = energía interna específica).

12.63.3. Dimensiones

$$[c_v] = L^2 T^{-2} \Theta^{-1}$$

12.63.4. Unidad SI

J/(K · kg) (julios por kelvin y por kilogramo)

12.63.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

cal / (g · °C) = cal / (g · K) = 4 184 USI
UCGS = erg / (g · K) = 10^{-4} USI
Btu / (lb · °F) = Btu / (lb · °R) = 4,186 8 USI (exactamente)

12.63.6. Constantes y valores concretos

Aire en condiciones normales: C_v = 706 USI

12.64. CAPACIDAD CALORÍFICA ESPECÍFICA A SATURACIÓN (CALOR ESPECÍFICO A SATURACIÓN), c_{sat}

12.64.1. Observaciones y definición

«Es la capacidad calorífica específica en un proceso de saturación».

12.64.2. Fórmulas

$$c_{sat} = \frac{1}{m} \frac{dQ_{sat}}{dT_{sat}}$$

(m = masa; dQ = calor suministrado; dT = aumento de temperatura; *sat* indica saturación).

12.64.3. Dimensiones

$$[c_{sat}] = L^2 T^{-2} \Theta^{-1}$$

12.64.4. Unidad SI

J/(K · kg) (julios por kelvin y por kilogramo)

12.64.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

cal / (g · °C) = cal (g · K) = 4 184 USI
UCGS = erg / (g · K) = 10^{-4} USI
Btu/ (lb · °F) = Btu/ (lb · °R) = 4,186 8 USI (exactamente)

12.65. CAPACIDAD CALORIFÍCA MOLAR, C_m

12.65.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre la capacidad calorífica y la cantidad de sustancia». Se definió inicialmente como la cantidad de calor necesaria para aumentar un grado la temperatura de un mol de sustancia. Como es obvio, la definición está incompleta mientras no se especifique la clase de proceso. A veces se llama a esta magnitud calor específico molar.

12.65.2. Fórmulas

$$C_m = \frac{C}{n} \qquad C_m = \frac{1}{n}\,\frac{dQ}{dT}$$

(C = capacidad calorífica del sistema; n = cantidad de sustancia; dQ = calor suministrado; dT = incremento de temperatura).

12.65.3. Dimensiones

$$[C_m] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-2}\,\Theta^{-1}\,\mathrm{N}^{-1}$$

12.65.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{J/(K\cdot kg)}}$ (julios por kelvin mol)

12.65.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

cal / (K · mol) = 4,184 USI
Btu/ (°R · mol) = 1,898 101· 10^3 USI
UCGS = erg/ (K · mol) = 10^{-7} USI

12.66. CAPACIDAD CALORÍFICA MOLAR A PRESIÓN CONSTANTE, C_p

12.66.1. Observaciones y definición

«Es la capacidad calorífica molar en un proceso isobárico» (A veces se llamaba calor específico molar a presión constante.)

12.66.2. Fórmulas

$$C_p = \frac{1}{n}\,\frac{dQ_p}{dT_p} \qquad\qquad C_p = \left(\frac{\partial h_m}{dT}\right)_p$$

(n = cantidad de sustancia; dQ = calor suministrado; dT = incremento de temperatura; p = presión constante; h = entalpía molar).

12.66.3. Dimensiones

$$[C_p] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-2}\,\Theta^{-1}\,\mathrm{N}^{-1}$$

12.66.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{J/(k \cdot mol)}}$ (julios por kelvin mol)

12.66.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

cal / (K · mol) = 4,184 USI
Btu/ (°R · mol) = 1,898 101 10^3 USI
UCGS = erg/ (K · mol) = 10^{-7} USI

12.67. CAPACIDAD CALORÍFICA MOLAR A VOLUMEN CONSTANTE, C_v

12.67.1. Observaciones y definición

«Es la capacidad calorífica molar en un proceso isócoro (a volumen constante)». (A veces se llamaba a esta magnitud calor específico molar a volumen constante.)

12.67.2. Fórmulas

$$C_v = \frac{1}{n}\,\frac{dQ}{dT} \qquad\qquad C_v = \left(\frac{\partial u_m}{\partial T}\right)_v$$

(n = cantidad de sustancia; dQ = calor suministrado; dT = incremento de temperatura; v = volumen constante, u_m = energía interna molar).

12.67.3. Dimensiones

$$[C_v] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-2}\,\Theta^{-1}\,\mathrm{N}^{-1}$$

12.67.4. Unidad SI

$\boxed{\text{J/(K} \cdot \text{kg)}}$ (julios por kelvin mol)

12.67.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

cal / (K · mol) = 4,184 USI
Btu/ (°R · mol) = 1,898 101 10^3 USI
UCGS = erg/ (K · mol) = 10^{-7} USI

12.68. COCIENTE DE LAS CAPACIDADES CALORÍFICAS, γ

12.68.1. Observaciones y definición

Esta magnitud se denomina a v eces exponente isentrópico o adiab ático (útil en gases perfectos). «Es el cociente entre las capacidades calo ríficas a presión y a volumen constante» (o bien la relación de las capacidades cal oríficas especificas o molares, o también se dice relación de los calores específicos).

12.68.2. Fórmulas

El *cociente o relación de las capacidades caloríficas* es, por definición:

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \qquad\qquad \gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

(c_p, c_v = capacidades caloríf icas específicas a presión y v olumen const ante; C_p, C_v = capacidades caloríficas molares a presión y volumen constante).

En un proceso adiabático (isentrópico) de un gas perfecto es útil la ecuación:

$$p\, V^{\gamma} = \text{constante}$$

(p = presión; V = volumen o volumen molar). Por ello surgió la denominación de *exponente isentrópico* (sección 12.70).

12.68.3. Dimensiones

$$[\gamma] = 1$$

12.68.4. Unidad SI

$\boxed{1}$

12.68.5. Constantes y valores concretos

Según la teoría cinética, el valor de γ para gases perfectos monoatómicos es 5/3; para gases diatómicos es 7/5, y para gases triatómicos o de mayor número de átomos es 4/3.

12.69. COEFICIENTE POLITRÓPICO (EXPONENTE POLITRÓPICO) *k, n*

12.69.1. Observaciones y definición

En un proceso politrópico permanece constante la capacidad calorífica (y el calor específico). Los procesos politrópicos engloban, como casos particulares, a los procesos adiabáticos, isotermos, isócoros, isobáricos, etc, con la única condición de que sea constante el calor específico. Se define el coeficiente o relación politrópica como el cociente dado por la siguiente fórmula.

12.69.2. Fórmulas

$$n = \frac{c_p - c}{c_v - c}$$

(c = capacidad calorífica; c_p = capacidad calorífica a presión constante; c_v = capacidad calorífica a volumen constante) (también pueden emplearse los respectivos calores específicos).

Para un proceso politrópico de un gas perfecto es útil la ecuación:

$$pV^n = \text{constante}$$

que en el caso de una transformación isentrópica de un gas perfecto resulta:

(isentrópica) $\qquad c = 0 \qquad n = \frac{c_p}{c_v} = \gamma \qquad pV^\gamma = \text{constante}$

12.69.3. Dimensiones

$$[n] = 1$$

12.69.4. Unidad SI

1

12.70. EXPONENTE ISENTRÓPICO, κ

12.70.1. Observaciones y definición

Es útil para el estudio termodinámico de cualquier sustancia. Para gases perfectos es igual a la relación de las capacidades caloríficas. La definición se da mediante la fórmula.

12.70.2. Fórmulas

Para cualquier sustancia, la definición es

$$\kappa = -\frac{V}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_S$$

(V = volumen; p = presión; S = entropía constante).

Para un gas perfecto resulta el cociente de las capacidades caloríficas a presión y a volumen constante:

$$\kappa = \gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

(véase la sección 12.68)

12.70.3. Dimensiones

$$[\kappa] = 1$$

12.70.4. Unidad SI

1

12.71. CALOR. CANTIDAD DE CALOR. CALORES DE TRANSFORMACIÓN, *Q, L, l*

12.71.1. Observaciones y definición

El *calor* es una forma de energía. Es una energía en tránsito. Se transfiere de un sistema a otro o se transmite por el interior de un medio material, debido a diferencias o gradientes de temperatura. O viaja a través del espacio (ondas electromagnéticas).

Los *calores de transformación* se refieren a cambios de fase (*calor latente* fue la denominación usual), o son los *calores de reacción* en las reacciones químicas, o los *calores de combustión*, o también los *calores de disolución*. Se con-

sidera hoy lo más conveniente expresar estos calores de transformación utilizando las diferencias de las funciones termodinámicas adecuadas.

12.71.2. Fórmulas

Los calores de transformación específicos (o másicos) son siempre el cociente entre la cantidad de calor y la masa de la sustancia de referencia:

$$l = \frac{\Delta Q}{\Delta m}$$

Los calores de transformación molares son siempre el cociente entre la cantidad de calor y la cantidad de sustancia de referencia.

$$l_m = \frac{\Delta Q}{\Delta n}$$

(ΔQ = cantidad de calor puesta en juego; Δm = masa de referencia que interviene en la transformación; Δn = cantidad de sustancia de referencia que interviene en la transformación).

Veamos, como ejemplo, las fórmulas:

$$Q_p = \Delta H_p \qquad\qquad L = \frac{dQ}{dm} = T\,ds$$

(Q_p = calor absorbido en la reacción o proceso isobárico; $Q_p = \Delta H_p$ = aumento de entalpía en el proceso isobárico; L = calor latente de cambio de fase; dQ = calor que interviene en el cambio de fase; dm = masa que cambia de fase; ds = variación de la entropía específica; T = temperatura).

12.71.3. Dimensiones

cantidad de calor	$[Q] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-2}$
calor de transformación específico	$[l] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{T}^{-2}$
calor de transformación molar	$[l_m] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-2}\,\mathrm{N}^{-1}$

12.71.4. Unidad SI

cantidad de calor:	J	(julio o joule)
calor de transformación específico:	J/kg	(julios por kilogramo)
calor de transformación molar:	J/mol	(julios por mol)

12.71.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

cal = 4,184 J
erg /g = 10^{-4} J/kg
Btu /lb = 2,326 $\cdot 10^{3}$ J/kg (exactamente)
Btu/mol = 1,055 056 $\cdot 10^{3}$ J/mol

(pueden verse además las unidades de energía en la sección correspondiente).

12.71.6. Constantes y valores concretos

Calor de fusión y temperatura de fusión a presión normal:

Metal	l_f (J/kg)	T_f (K)
Al	$3.77 \cdot 10^{5}$	932
Ca	2,18 ”	1 120
Cu	1,26 ”	1 366
Fe	2,72 ”	1 812
Ag	0,84 ”	1 234
Pt	1,13 ”	2 047
Pb	0,26 ”	600,5
U	0,84 ”	1 406
W	1,84 ”	3 650

Calor de vaporización del agua:

T (°C)	l_v (J/kg)
0	$2,493 \cdot 10^{6}$
20	2,447 ”
50	2,379 ”
80	2,308 ”
100	2,257 ”
120	2,200 ”
150	2,107 ”

12.72. CALOR DE COMBUSTIÓN (PODER CALORÍFICO DE UN COMBUSTIBLE O UNA SUSTANCIA DE ALIMENTACIÓN), *P, Q, q (PCI, PCS)*

12.72.1. Observaciones y definición

La combustión, como reacción química, produce una cantidad de cal or por cada unidad de masa del combustible que reacciona (se considera aquí el proceso isobárico, aunque también puede medirse en una «bomba calorim étrica» el calor de combustión a volumen constante).

El *calor de combustión* o *poder calórico* se define como «la cantidad de calor producida por unidad de masa del combustible que reacciona». Es útil en el estudio de carbones, gases, petróleo y sus derivados, así como en los variadísimos productos utilizados en alimentación.

12.72.2. Fórmulas

Para la combustión de un determinado producto, a presión constante, se tiene (considerando positivo el calor desprendido, según la definición):

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta m} \qquad \Delta Q = (\Delta H)_{p,\,T}$$

(ΔQ = calor producido en la combustión; Δm = masa del combustible que reacciona; ΔH = disminución de la entalpía en la reacción, a presión y temperatura constantes).

Si se considera el proceso de combustión a volumen constante, el calor de combustión se define igual, pero la magnitud que interviene es la energía interna.

$$P_v = \frac{\Delta Q_v}{\Delta m_v} \qquad \Delta Q_v = (\Delta U)_{v,\,T}$$

Para procesos industriales interesa muchas veces distinguir si el agua producida como producto de la combustión queda en fase gaseosa o líquida. Según esta consideración se emplea la denominación *calor de combustión inferior* (o *poder calorífico inferior, PCI*) cuando el agua producida queda en fase vapor totalmente, mientras que la denominación *calor de combustión superior* (o *poder calorífico superior PCS*) se usa para el caso de que el agua quede en fase líquida. (Obviamente la diferencia es igual al calor latente de vaporización del agua a la temperatura considerada). (También se puede dar el calor de combustión molar, que es el calor producido por cada mol de combustible.)

12.72.3. Dimensiones

$$[P] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{T}^{-2}$$

12.72.4. Unidad SI

J/kg (julios por kilogramo)

12.72.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg/g = 10^{-4} USI
Btu /lb = 2,326 $\cdot 10^3$ USI (exactamente)
cal/g = kcal/kg = 4 184 USI

12.72.6. Constantes y valores concretos

Combustible	*PCI* (MJ/kg) *(Poder calorífico inferior)*
Antracitas	35
Hullas	33 a 36
Lignitos	13 a 27
Turbas	4 a 12
Coque	27 a29
Gasolinas	48
Gasóleos	44
Etanol	27
Metano	50
Propano	46,3
Butano	45,6
Hidrógeno	125
Maderas	13

12.73. TASA DE FLUJO TÉRMICO, Φ

12.73.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre la cantidad de calor que atra viesa una su perficie y el tiempo» O también se dice que es la cantidad de calor que atraviesa una superficie en la unidad de tiempo. (Se llama también flujo caloríf ico o flujo térmico.)

12.73.2. Fórmulas

$$\Phi = \frac{dQ}{dt}$$

(Q = calor; t = tiempo).

12.73.3. Dimensiones

$$[\Phi] = \mathrm{M\ L^2\ T^{-3}}$$

12.73.4. Unidad SI

J/s = W (watt o vatio)

12.73.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg/s $= 10^{-7}$ USI
cal/s = 4,184 USI

Btu/s = 1,055 056 10^3 USI
cal/h = 1,162 222 10^{-3}USI
Btu/h = 0,293 071 USI
J/h = 2,777 778 $\cdot 10^{-4}$ USI
erg /h = 2,777 778 $\cdot 10^{-11}$ USI

y todas las de potencia.

12.74. DENSIDAD DE LA TASA DE FLUJO TÉRMICO, φ, q

12.74.1. Observaciones y definición

«Es la tasa de flujo térmico di vidido por la superficie o área». O también: la cantidad de calor que atra viesa la unidad de superf icie en la u nidad de tiempo. (También se llama densidad de flujo calorífico.)

Esta magnitud es un vector que tiene la dirección y sentido de la propagación del calor.

12.74.2. Fórmulas

$$\varphi = \frac{d\Phi}{dS} = \frac{d^2Q}{dS \cdot dT}$$

(Φ = flujo térmico; S = superficie o área; Q = calor; t = tiempo).

12.74.3. Dimensiones

$$[\varphi] = M\,T^{-3}$$

12.74.4. Unidad SI

$kg \cdot s^{-3} =$ $\boxed{W/m^2}$ (vatios por metro cuadrado)

12.74.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg/ ($s \cdot cm^2$) = 10^{-3} USI
cal/ ($s \cdot m^2$) = 4,184 USI
Btu / ($s \cdot ft^2$) = 1,135 653 USI
Btu/ ($h \cdot ft^2$) = 3,154 592 10^{-4} USI

y cualquier cociente entre una unidad de potencia y una de superficie.

12.75. CONDUCTIVIDAD CALORÍFICA (O CONDUCTIVIDAD TÉRMICA), κ, λ, (k)

12.75.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre la densidad de la tasa de flujo térmico y el gradiente de temperatura».

12.75.2. Fórmulas

El postulado básico de la conducción del calor es:

$$d\Phi = -\kappa \overrightarrow{\text{grad}}\, T \cdot \vec{ds}$$

y también se puede escribir:

$$\varphi = -\kappa \overrightarrow{\text{grad}}\, T \qquad \kappa = \frac{\varphi}{|\overrightarrow{\text{grad}}\, T|}$$

(Φ = tasa de flujo térmico; T = temperatura; S = superficie; φ = densidad de la tasa de flujo térmico, vector en la dirección y sentido de la propagación del calor).

Si se supone el flujo térmico estacionario que atraviesa una pared de área S, con gradiente térmico uniforme, se puede poner:

$$\Phi = \kappa S \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

(ΔT = diferencia de temperaturas; Δx = espesor) (se prescinde del signo).

12.75.3. Dimensiones

$$[\kappa] = \text{L M T}^{-3}\, \Theta^{-1}$$

12.75.4. Unidad SI

$\boxed{\text{W/(m} \cdot \text{K)}}$ (vatios por metro y por kelvin)

12.75.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg/ (cm·K) = 10^{-5} USI
cal / (s ·m · °C) = cal / (s· m ·K) = 4,184 USI
Btu / (s · ft · °F) = Btu/ (s· ft · °R) = 6,230 646 10^3 USI
Btu / (h · ft · °F) = Btu / (h · ft · °R) = 1,730 735 USI
kJ / (h m ^{a}C) = kJ/(h m K) = 0,277 778 USI

12.75.6. Constantes y valores concretos

Sustancia	κ (USI)
Al	217,6
Cu	393,3
Fe	79,08
Pb	34,73
W	129,7
U	29,3
Hormigón armado	1,551
Cemento en losas	1,047
Ladrillo macizo	0,697
Arena seca (aprox.)	0,56
Vidrio	0,931
Caucho (aprox.)	0,22
Madera 0,2	
Acero	45,8

12.76. COEFICIENTE DE TRANSFERENCIA DE CALOR. COEFICIENTE DE TRANSFERENCIA DE CALOR SUPERFICIAL (COEFICIENTE DE TRANSMISIÓN TÉRMICA), *h*, *K* (*k*) (α)

12.76.1. Observaciones y definición

Entre dos cuerpos a distinta temperatura se transmite calor . Interviene en el fenómeno un coeficiente que depende de muchas circunstancias. En algunos casos, como en la transmisión de calor entre un sólido y un fluido en contacto, a este coeficiente se le llamaba coef iciente de con vección, denominación que se presta a confusión, por lo que debe desecharse.

La definición es: «el cociente entre la densidad de tasa de fluj o térmico y la diferencia de temperaturas».

12.76.2. Fórmulas

$$\varphi = - h \, \Delta T \qquad\qquad h = \frac{\varphi}{\Delta T}$$

o en forma aproximada:

$$\Phi = S \, h \, \Delta T$$

(φ = densidad de la tasa de flujo térmico; ΔT = diferencia de temperaturas; Φ = tasa de flujo térmico; S= superficie) (en estas últimas fórmulas se prescinde del signo).

12.76.3. Dimensiones

$$[h] = \mathrm{M}\ \mathrm{T}^{-3}\ \Theta^{-1}$$

12.76.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{W/(m^2 \cdot K)}}$ (vatios por metro cuadrado y por kelvin)

12.76.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg / (s· $\mathrm{cm^2} \cdot \mathrm{K}$) = 10^{-3} USI
cal / (s ·$\mathrm{m^2} \cdot \mathrm{K}$) = 4,184 USI
cal / (s · $\mathrm{cm^2} \cdot \mathrm{K}$) = 4,184 10^4 USI
Btu / (s · $\mathrm{ft^2} \cdot$ °F) = Btu / (s · $\mathrm{ft^2} \cdot$ °R) = 2,044 17 10^4 USI
Btu/ (h · $\mathrm{ft^2} \cdot$ °F) = btu / (h · $\mathrm{ft^2} \cdot$ °R) = 5,678 26 USI

12.77. COEFICIENTE DE AISLAMIENTO TÉRMICO, *M*

12.77.1. Observaciones y definición

Es el inverso del coeficiente de transferencia de calor. Por tanto es «el cociente entre la diferencia de temperaturas y la densidad de tasa de flujo térmico». (A veces se llama a esta magnitud «resistencia térmica» R; no debe entonces confundirse con la magnitud que veremos en la sección siguiente, cuya definición es diferente.)

12.77.2. Fórmulas

$$M = \frac{1}{h} = \frac{\Delta T}{\varphi}$$

(h = coeficiente de transferencia de calor; ΔT = diferencia de temperaturas; φ = densidad de tasa de flujo térmico).

12.77.3. Dimensiones

$$[M] = \mathrm{M}^{-1}\ \mathrm{T}^{3}\ \Theta$$

12.77.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{K \cdot m^2/W}}$ (kelvin metro cuadrado por vatio)

12.77.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = K · cm^2 · s/erg = 10^3 USI
K · m^2 · s/cal = 0,239 USI
K · cm^2 · s/cal = 2,39 · 10^{-4} USI
K · m^2 · h/cal = 8,604 · 10^2 USI
°R · ft^2 · s/Btu = 4,891 961 · 10^{-5} USI
°R · ft^2 · h/Btu = 0,176 111 USI

12.78. RESISTENCIA TÉRMICA, *R*

12.78.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre la diferencia de temperaturas y la tasa de flujo térmico». Puede considerarse analogía con la resistencia eléctrica.

12.78.2. Fórmulas

$$\Phi = \frac{\Delta T}{R} \qquad\qquad R = \frac{\Delta T}{\Phi}$$

(Φ = tasa de flujo térmico o calor transferido por unidad de tiempo; ΔT = diferencia de temperaturas).

Para el caso de un flujo estacionario y una pared plana con gradiente térmico normal uniforme se tiene:

$$\Phi = \kappa S \frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{\Delta T}{R} \qquad\qquad R = \frac{1}{\kappa} \frac{\Delta x}{S}$$

(κ = conductividad térmica; Δx = espesor; S = área). Vemos la analogía con la ley de Ohm y la resistencia eléctrica.

12.78.3. Dimensiones

$$[R] = L^{-2} M^{-1} T^3 \Theta$$

12.78.4. Unidad SI

K/W (kelvin por vatio)

12.78.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = K · s /erg = 10^7 USI
K · s /cal = 0,239 USI
K · h /cal = 860,420 7 USI
°R · s / Btu = 5,265 65 · 10^{-4} USI
°R · h / Btu = 1,895 634 USI

12.79. CONDUCTANCIA TÉRMICA, *G*

12.79.1. Observaciones y definición

«Es el inverso de la resistencia térmica» «Es el cociente entre la tasa de flujo térmico y la diferencia de temperatura».

12.79.2. Fórmulas

$$\Phi = G\,\Delta T \qquad G = \frac{1}{R} \qquad G = \frac{\Phi}{\Delta T}$$

(Φ = tasa de flujo térmico; R = resistencia térmica; ΔT = diferencia de temperaturas).

12.79.3. Dimensiones

$$[G] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}\;\mathrm{T}^{-3}\,\Theta^{-1}$$

12.79.4. Unidad SI

W/K (vatios por kelvin)

12.79.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg / (s· K) = 10^{-7} USI
cal / (s · K) = 4,184 USI
cal / (h · K) = 1,182 222 · 10^{-3} USI
Btu/ (s · °R) = 1,899 101 · 10^{3} USI
Btu/ (h · °R) = 0,527 528 USI

12.80. DIFUSIVIDAD TÉRMICA, *a*

12.80.1. Observaciones y definición

En la transmisión del calor, juega un papel importante la difusividad térmica, definida mediante la fórmula que vemos a continuación. Puede indicar la facilidad con que cambia la temperatura interna de un cuerpo al variar la temperatura superficial (inercia térmica); si a es grande el cambio de temperatura interna es más rápido.

12.80.2. Fórmulas

$$a = \frac{\kappa}{\rho\, c_p}$$

(κ = conductividad calorífica; ρ = densidad; c_p = capacidad calorífica específica a presión constante).

La difusividad térmica figura en las ecuaciones de las ondas té rmicas, como veremos en las siguientes secciones.

12.80.3. Dimensiones

$$[a] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{T}^{-1}$$

12.80.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{m}^2/\mathrm{s}}$ (metro cuadrado por segundo)

12.80.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = cm^2 /s = 10^{-4} USI
ft^2 / s = 9,290 304 · 10^{-2} USI

y cualquier cociente entre una unidad de superficie y una unidad de tiempo.

12.81. LONGITUD DE ONDA TÉRMICA (en la conducción térmica por el interior de un material), λ

12.81.1. Observaciones y definición

Si en un punto de un material se produce una oscilación térmica de frecuencia υ, se propaga por el material en forma de onda térmica. Suponiendo propagación unidireccional en la dirección del eje X se puede considerar la longitud de onda, la velocidad de propagación y el coeficiente de atenuación. Veamos la longitud de onda.

12.81.2. Fórmulas

Si llamamos T al exceso de temperatura sobre el valor medio, la oscilación en un punto dado será

$$T = T_0 \cos \omega t = T_0 \cos 2\pi\nu\, t$$

y si consideramos una onda térmica unidireccional, propagándose en la dirección del eje X, se expresa por la ecuación de Poisson:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a}\,\frac{\partial T}{\partial t}$$

cuya solución más sencilla puede ser:

$$T = T_0\,(x)\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) \qquad T = T_1\,e^{-\alpha x}\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

resultando la longitud de onda

$$\lambda = 2\sqrt{\frac{\pi a}{\nu}} \qquad \lambda = 2\sqrt{\frac{\pi\kappa}{\nu\rho c_p}} \qquad a = \frac{\kappa}{\rho c_p}$$

(T = temperatura; T_0 = amplitud de temperatura; T_1 = amplitud en el origen; ω = frecuencia angular; ν = frecuencia; t = tiempo; x = distancia recorrida por la onda a partir del origen; κ = conductividad calorífica del material; ρ = densidad; c_p = calor específico a presión constante; α = coeficiente de atenuación; a = difusividad térmica).

12.81.3. Dimensiones

$$[\lambda] = \mathrm{L}$$

12.81.4. Unidad SI

m (metro)

12.81.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de longitud.

12.81.6. Constantes y valores concretos

En las oscilaciones térmicas que tienen lugar diariamente en la superficie terrestre, la temperatura del suelo puede variar 20 o más grados Celsius. Ello da lugar a una onda térmica que se propaga verticalmente hacia el interior de la tierra, cuyo periodo es 1 día, siendo la frecuencia

$$\nu = \frac{1}{86400}\ \mathrm{Hz}$$

la velocidad de propagación es

$$u = 4{,}826 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m/s} = 1{,}74\ \mathrm{cm/h}$$

y la longitud de onda resulta:

$$\lambda = 0{,}417\ \mathrm{m}$$

es decir, a 21 cm de profundidad aproximadamente se alcanza la máxima temperatura por la noche en el mismo instante que en la superficie se produce la mínima. Esto es igualmente válido para las paredes gruesas de un edificio, en primera aproximación.

12.82. VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN DE UNA ONDA TÉRMICA, *u*

12.82.1. Observaciones y definición

Vimos en el apartado anterior la ecuación de una onda térmica armónica unidireccional. Vemos aquí la velocidad con que se propaga la onda en la conducción térmica por el material.

12.82.2. Fórmulas

Velocidad de propagación:

$$u = \lambda \nu \qquad u = 2\sqrt{\pi a \nu} \qquad u = 2\sqrt{\frac{\pi \kappa \nu}{\rho c_p}}$$

(λ = longitud de onda; ν = frecuencia; κ = conductividad calorífica; ρ = densidad; c_p = calor específico a presión constante; a = difusividad térmica).

12.82.3. Dimensiones

$$[u] = \mathrm{L\,T^{-1}}$$

12.82.4. Unidad SI

m/s (metro por segundo)

12.82.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de velocidad.

12.82.6. Constantes y valores concretos

Para una onda térmica producida por las oscilaciones diurnas en el suelo terrestre, aproximadamente (véase la sección anterior), resulta:

$$u = 4{,}83 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{USI}$$

que es del orden de 2 centímetros por hora.

12.83. COEFICIENTE DE ATENUACIÓN DE UNA ONDA TÉRMICA, α

12.83.1. Observaciones y definición

Vimos en los dos secciones anteriores el estudio de una onda térmica unidireccional en la conducción del calor por un material.

Al ir avanzando, la onda se va atenuando, es decir, la amplitud disminuye exponencialmente con la distancia recorrida x, con un determinado coeficiente de atenuación. Veamos las fórmulas.

12.83.2. Fórmulas

La amplitud, según hemos visto, es:

$$T_0\,(x) = T_1\, e^{-\alpha x}$$

resultando el coeficiente de atenuación:

$$a = \sqrt{\frac{\pi\, v}{a}} \qquad\qquad \alpha = \sqrt{\frac{\pi\, v\, \rho c_p}{\kappa}}$$

(v = frecuencia; ρ = densidad; c_p = calor específico a presión constante; κ = conductividad calorífica; a = difusividad térmica; T_0 = amplitud de la oscilación de temperatura; T_1 = amplitud en el origen; x = distancia desde el origen).

12.83.3. Dimensiones

$$[\alpha] = \mathrm{L}^{-1}$$

12.83.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{m}^{-1}}$$

12.83.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de longitud con exponente –1.

12.83.6. Constantes y valores concretos

Para una onda térmica producida por las oscilaciones diurnas en el suelo terrestre, aproximadamente:

$$\alpha = 14{,}8 \text{ USI}$$

siendo la longitud de semiatenuación:

$$x_{1/2} = 0{,}047 \text{ m}$$

12.84. RENDIMIENTO DE UN CICLO (O RENDIMIENTO TERMODINÁMICO). RENDIMIENTO DE UN MOTOR TÉRMICO, η, r

12.84.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre el trabajo obtenido y el calor suministra do por el foco caliente en un ciclo temodinámico». El primer principio impone que no puede ser superior a uno. El segundo principio impone que sea siempre inferior a uno.

12.84.2. Fórmulas

$$\eta = \frac{W}{Q_1} \qquad \eta < 1$$

(W = trabajo obtenido, positivo; Q_1 = calor suministrado al sistema por el foco caliente, todo ello en un ciclo).

12.84.3. Dimensiones

$$[\eta] = 1$$

12.84.4. Unidad SI

1

12.84.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Se puede dar en tantos por ciento %.

12.84.6. Constantes y valores concretos

Rendimiento en una central térmica	$\eta \approx 0{,}6 = 60\%$
Rendimiento del motor de un automóvil	$\eta \approx 0{,}25 = 25\%$

12.85. EFICIENCIA DE UN CICLO FRIGORÍFICO (O EFICIENCIA FRIGORÍFICA O RENDIMIENTO FRIGORÍFICO), f, η_{FRI}

12.85.1. Observaciones y definición

En un ciclo frigorífico, «es el cociente entre el calor extraído del foco frío (el recinto a refrigerar) y el trabajo consumido».

12.85.2. Fórmulas

$$f = \frac{Q_2}{W}$$

puede ser mayor o menor que uno (Q_2 = calor que el sistema extrae del foco frío, negativo; W = trabajo absorbido por el sistema, negativo).

12.85.3. Dimensiones

$$[f] = 1$$

12.85.4. Unidad SI

1

12.85.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Se puede dar en %.

12.85.6. Constantes y valores concretos

Eficiencia frigorífica en una cámara de conservación de productos agroalimentarios.

$$f \approx 3 = 300\%$$

12.86. RENDIMIENTO DE UNA TERMOBOMBA (O RENDIMIENTO DE CALEFACCIÓN DE UN CICLO FRIGORÍFICO), ε, η_{CAL}

12.86.1. Observaciones y definición

En un ciclo frigorífico, «es el cociente entre el calor suministrado al foco caliente (el recinto a calefactar) y el trabajo consumido».

12.86.2. Fórmulas

$$\varepsilon = \frac{Q_1}{W} \qquad \varepsilon > 1$$

(Q_1 = calor que el sistema cede al foco caliente, negativo; W = trabajo absorbido por el sistema, negativo).

12.86.3. Dimensiones

$$[\varepsilon] = 1$$

12.86.4. Unidad SI

1

12.86.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Se puede dar en %.

12.86.6. Constantes y valores concretos

En calefacción de un local, puede lograrse:

$$\varepsilon \approx 2 = 200\%$$

12.87. HUMEDAD ABSOLUTA, *a*

12.87.1. Observaciones y definición

Se trata de expresar el contenido de vapor de agua en la atmósfera. Para ello se utilizan diversas magnitudes físicas que globalmente reciben el nombre de «índices de humedad». Los índices de humedad son de dos clases: absolutos y relativos. Los índices absolutos expresan exclusivamente el contenido de vapor de agua. Los índices relativos hacen referencia, además, a la mayor o menor saturación del vapor de agua en la atmósfera, y por tanto son útiles en el estudio de los efectos que la humedad produce, en los aspectos climático, biológico, industrial, etc.

El índice absoluto más simple es la *humedad absoluta*, que se define como la masa de vapor de agua contenida en la unidad de volumen de la mezcla de gases que constituye la atmósfera.

La definición usual incluye las unidades, que obligan a dar la masa en gramos, quedando como sigue: «es el cociente entre la masa de vapor de agua expresada en gramos y el volumen de mezcla atmosférica expresado en metros cúbicos». Evidentemente no se está usando el SI.

12.87.2. Fórmulas

$$a = \frac{m_v\,(\mathrm{g})}{V\,(\mathrm{m}^3)} \qquad (\text{gramos de vapor de agua por } \mathrm{m}^3)$$

(m_v = masa de vapor de agua expresada en gramos; V = volumen de la mezcla de gases atmosférica, incluido el vapor de agua).

12.87.3. Dimensiones

$$[a] = \mathrm{L}^{-3}\,\mathrm{M}$$

12.87.4. Unidad SI

$\boxed{\text{kg/m}^3}$ (pero se define a expresándola en g/m^3)

12.87.5. Constantes y valores concretos

En la atmósfera terrestre a es del orden de la decena de gramos por metro cúbico.

12.88. PRESIÓN PARCIAL DEL VAPOR DE AGUA, e, p_v

12.88.1. Observaciones y definición

«Es la presión parcial de gas vapor de agua en la mezcla de gases de la atmósfera».

12.88.2. Fórmulas

$$e = p\,\frac{n_v}{n} \qquad p = p_a + e \qquad e = x_v\,p$$

(n_v = cantidad de sustancia de vapor de agua; n = cantidad de sustancia total de mezcla de gases en el mismo recinto; p = presión total o atmosférica; p_a = presión parcial del gas «aire seco», en el que no se incluye el gas vapor de agua; x_v = fracción molar del vapor de agua en la mezcla de gases).

12.88.3. Dimensiones

$$[e] = \mathrm{L}^{-1}\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-2}$$

12.88.4. Unidad SI

$\boxed{\text{Pa}}$ (pascal)

12.88.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de presión

12.88.6. Constantes y valores concretos

En la atmósfera terrestre e es del orden de una decena de milímetros de mercurio ($\approx 10^4$ Pa).

En la sección 12.93.6 se da la presión saturante del vapor de agua a diversas temperaturas.

12.89. HUMEDAD ESPECÍFICA, q

12.89.1. Observaciones y definición

Es un índice de humedad absoluto. «Es el cociente entre la masa de vapor de agua y la masa total de mezcla gaseosa».

12.89.2. Fórmulas

$$q = \frac{m_v}{m} \qquad q = \frac{m_v}{m_v + m_a} \qquad q = \frac{\omega}{1 + \omega}$$

(m_v = masa de vapor de agua; m = masa total de mezcla gaseosa atmosférica; m_a = masa de aire seco, excluyendo el vapor de agua, en el mismo recinto; ω = proporción de mezcla).

12.89.3. Dimensiones

$$[q] = 1$$

12.89.4. Unidad SI

1

12.90. PROPORCIÓN DE MEZCLA, ω

12.90.1. Observaciones y definición

Es un índice de humedad absoluto. «Es el cociente entre la masa de vapor de agua y la masa de aire seco».

12.90.2. Fórmulas

$$\omega = \frac{m_v}{m_a} \qquad \omega = \frac{q}{1 - q} \qquad q = \frac{\omega}{1 + \omega} \qquad \omega = \frac{5}{8}\ \frac{e}{p - e}$$

(m_v = masa de vapor de agua; m_a = masa de aire seco, en el mismo recinto; q = humedad especifica; e = presión parcial del vapor de agua en la atmósfera; p = presión atmosférica). El cociente 5/8 que aparece en las fórmulas es igual aproximadamente, al cociente de las masas moleculares relativas del vapor de agua y del aire seco 18 / 28,89.

12.90.3. Dimensiones

$$[\omega] = 1$$

12.90.4. Unidad SI

1

12.91. MASA MOLECULAR RELATIVA FICTICIA DEL AIRE HÚMEDO, *M*

12.91.1. Observaciones y definición

La masa molar y la masa molecular relativa del aire húmedo pueden tomarse como índices de humedad absolutos. El aire seco tiene una masa molecular relativa media (o «f icticia») que se calcula a partir de su composi ción y que tiene como valor $M_a = 28{,}89$. El aire húmedo contiene además v apor de agua en una concentración variable; esta concentración es la que origina el valor de la masa molecular relativa ficticia del aire húmedo, M. Este valor será tanto menor cuanto mayor sea la humedad (ya que el vapor de agua tiene masa molecular relativa menor que el aire seco; para el vapor de agua, su valor es $M_v = 18$).

12.91.2. Fórmulas

Para el aire húmedo es:

$$M = \frac{m}{\frac{m_a}{M_a} + \frac{m_v}{M_v}} \qquad \frac{m}{\frac{m_a}{28{,}89} + \frac{m_v}{18}}$$

$$M = \frac{1 + \omega}{\frac{1}{28{,}89} + \frac{\omega}{18}}$$

(m = masa de aire total; m_a = masa de aire seco; m_v = masa de vapor de agua; ω = proporción de mezcla; M_a = masa molecular relati va ficticia del aire seco; M_v = masa molecular relativa del vapor de agua).

12.91.3. Dimensiones

$$[M] = 1$$

12.91.4. Unidad SI

1

12.92. CONSTANTE PARTICULAR DEL AIRE HÚMEDO, *r*

12.92.1. Observaciones y definición

Puesto que la constante particular de un g as depende de su masa molar, y en la atmósfera la masa molar es un índice de humedad, la constante particular del aire húmedo puede emplearse también como índice de humedad.

Es un índice de humedad absoluto, que, como los demás, se emplea en Meteorología y Física del aire.

12.92.2. Fórmulas

Para el aire húmedo es:

$$r = \frac{R}{M} \qquad r = \frac{m_a\, r_a + m_v\, r_v}{r_v\ m} \qquad r = R\ \frac{\dfrac{1}{28{,}89} + \dfrac{\omega}{18}}{1 + \omega} \qquad r = (1 - q)\, r_a + q$$

(R = constante de los gases perfectos; M = masa molar del aire húmedo; ω = proporción de mezcla; q = humedad específica; m = masa de aire total; m_a = masa de aire seco; m_v = masa de vapor de agua; r_a = constante particular del aire seco; r_v = constante particular del gas vapor de agua).

12.92.3. Dimensiones

$$[r] = \mathrm{L}^{2}\,\mathrm{T}^{-2}\,\Theta^{-1}$$

12.92.4. Unidad SI

J/(kg · K)

(julios por kilogramos y por kelvin)

12.92.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg / (g · K) $= 10^{-4}$ USI

12.93. HUMEDAD RELATIVA, *h*

12.93.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre la masa real de vapor de agua y la masa de vapor de agua que tendría que haber para la saturación».

Por tanto, el valor de la humedad relativa hace referencia al grado de saturación del vapor de agua en la atmósfera. Si el valor es uno, el aire está saturado de vapor de agua.

12.93.2. Fórmulas

$$h = \frac{m_v}{m_s} \qquad h = \frac{e}{E}$$

(m_v = masa de vapor de agua; m_s = masa de vapor de agua que habría si se diese la saturación; e = presión parcial del vapor de agua en la atmósfera; E = presión parcial saturante del vapor de agua).

La presión saturante del vapor, E, depende de la temperatura. A mayor temperatura, resulta E mayor (al aire tiene mayor capacidad de contener vapor de agua). Por tanto, si aumenta la temperatura, disminuye la humedad relativa, y si disminuye la temperatura aumenta la humedad relativa.

El valor de la humedad relativa se suele dar en tantos por ciento, para lo cual basta multiplicar por 100 la fórmula:

$$h = 100\,\frac{e}{E}\ (\%)$$

12.93.3. Dimensiones

$$[h] = 1$$

12.93.4. Unidad SI

1

12.93.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Se puede dar en %.

12.93.6. Constantes y valores concretos

Presión saturante del vapor de agua *E* a diversas temperaturas

T (°C)	*E* (mm Hg)	*E* (kPa)
–20	0,79	0,105
–15	1,20	0,160
–10	2,01	0,268
–5	3,10	0,413
0	4,580 6	0,610 7
5	6,553 3	0,873 7
10	9,204 0	1,227 1
15	12,805	1,707 2
20	17,527	2,336 8
25	23,786	3,171 2
30	31,816	4,241 8
35	42,222	5,629 1
40	55,317	7,375 0
50	92,518	12,335
60	149,4	19,919
70	233,72	31,160
80	355,22	47,359
90	525,86	70,109
95	634,35	84,573
98	707,42	94,302

T (°C)	*E* (atm)	*E* (kPa)
100	1,000 0	101,325
120	1,959 3	198,53
140	3,566 3	361,36
160	6,099 7	618,05
180	9,896 0	1 002,7
200	15,347	1 555,1
220	22,898	2 320,1
240	33,042	3 348,0
260	46,326	4 694,0
280	63,353	6 419,2
300	84,703	8 591,7
320	111,42	11 290
340	144,17	14 608
350	163,21	16 537
360	184,30	18 674
370	207,77	21 052
374,15	218,31	22 120 (punto crítico)

(Estas tablas también pueden usarse, obviamente, para hallar la temperatura de ebullición del agua).

Variación de la presión y la temperatura con la altura en la atmósfera terrestre (atmósfera estándar)

altura (m)	*p*(mm Hg)	T_{media} (°C)	$T_{ebull\ agua}$ (°C)
0	760	15,00	100
300	733,3	13,05	99,0
500	716,0	11,75	98,33
700	699,2	10,45	97,67
1 000	674,1	8,50	96,68
1 500	634,3	5,25	95,01
2 000	596,3	2,00	93,34
3 000	526,0	–4,49	90,01
4 000	462,5	–10,98	86,65
5 000	405,4	–17,47	83,29
6 000	354,2	–23,96	79,92
7 000	308,3	–30,45	76,55
8 000	267,4	–36,93	73,15
9 000	231,0	–43,42	69,73
10 000	198,8	–50,00	66,30
11 000	170,3	–56,38	62,85
12 000	145,5	–56,50	59,44

El *gradiente térmico* vertical en la troposfera terrestre (gradiente geométrico estándar) es de –0,6 grados por cada 100 m de altura, es decir:

$$\left(\frac{\Delta T}{\Delta z}\right) = -6 \cdot 10^{-3} \quad \text{K/m}$$

Otra magnitud usada en Meteorología es el *gradiente adiabático*, que se refiere al enfriamiento del aire cuando asciende (experimenta una expansión adiabática), y resulta de 1 °C por cada 100 m de ascenso:

$$\left(\frac{\Delta T}{\Delta z}\right)_{adiab} = -10^{-2} \quad \text{K/m}$$

(Obviamente, al descender se produce calentamiento).

12.94. TEMPERATURA DEL ROCÍO, T_r

12.94.1. Observaciones y definición

Se trata de un índice de humedad relativo. «Es la temperatura para la cual, al enfriarse el aire, se llega a la saturación».

Vimos, al definir la humedad relati va (sección anterior) que al disminuir la temperatura disminuye la presión saturante del vapor y crece la humedad relati-

va; por tanto, así se puede llegar a la saturación ($h = 1$). La temperatura a la que esto ocurre es la *temperatura de rocío*. El nombre hace referencia a la condensación de vapor en forma de gotas líquidas de «rocío» sobre objetos o paredes que han alcanzado la citada temperatura.

12.94.2. Fórmulas

$$h = 1 = \frac{e}{E\,(T_r)} \qquad\qquad e = E\,(T_r)$$

(h = humedad relativa; e = presión parcial del vapor de agua; E = presión saturante del vapor, función de la temperatura). El valor de T_r se puede encontrar en las tablas o gráficos en los que se da E como función de T.

12.94.3. Dimensiones

$$[T_r] = \Theta$$

12.94.4. Unidad SI

K	(kelvin)

12.94.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de temperatura.

12.95. TEMPERATURA DE SATURACIÓN ADIABÁTICA (Y TEMPERATURA DEL TERMÓMETRO HÚMEDO), T'

12.95.1. Observaciones y definición

Aunque estas dos temperaturas no son exactamente la misma cosa, se consideran iguales en primera aproximación. Se trata de un índice de humedad relativo.

Se define así: «es la temperatura que adquiere el aire al evaporar agua en su seno adiabáticamente hasta la saturación». El proceso es a presión constante y se considera que todo el calor latente de vaporización es cedido por el aire al agua.

12.95.2. Fórmulas

Un balance térmico bastante aproximado expresa que el calor cedido por el aire húmedo es igual al calor ganado por el agua que se vaporiza. El cálculo por cada unidad de masa de aire seco es:

$$(c_{pa} + \omega c_{pv})\,(T - T') = (\Omega' - \omega)\,L$$

o aproximadamente:

$$c_{pa}\,(T - T') \cong (\Omega' - \omega)\,L$$

$$c_{pa}\,(T - T') \cong \frac{5}{8}\,\frac{E' - e}{p}\,L$$

(c_{pa} = calor específico a presión constante del aire seco; c_{pv} = calor específico a presión constante del v apor de agua; ω = proporción de mezcla; Ω' = proporción de mezcla en estado de saturación a la temperatura T'; e = presión parcial del vapor; E' = presión saturante a la temperatura T'; p = presión atmosférica).

12.95.3. Dimensiones

$$[T'] = \Theta$$

12.95.4. Unidad SI

K	(kelvin)

12.95.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de temperatura.

12.96. TEMPERATURA VIRTUAL, T_V

12.96.1. Observaciones y definición

Es un índice de humedad absoluto: el aire húmedo es menos denso que el seco, ya que la masa molecular relati va del v apor de agua ($M_r = 18$) es menor que la del aire ($M_a = 28{,}89$).

Si partimos de un aire húmedo y consideramos por otro lado aire seco a la misma presión y temperatura, este último tendrá más densidad. Pero ahora podemos calentar el aire seco isobáricamente, con lo que su densidad disminuirá, y podrá llegar a tener la misma densidad que el aire húmedo de partida.

Por tanto, la *temperatura virtual* es «aquella a la que el aire seco tendría la misma densidad que el aire húmedo atmosférico a la misma presión».

Es útil en Meteorología.

12.96.2. Fórmulas

$$T_v = T\,\frac{1 + \dfrac{8}{5}\,\omega}{1 + \omega} \qquad T_v \cong T\left(1 + \frac{3}{5}\,q\right)$$

$$T_v \cong T\left(1 + \frac{3}{8}\,\frac{e}{p}\right) \qquad T_v = T\,\frac{M_a}{M} = T\,\frac{28{,}89}{M}$$

(T = temperatura atmosférica; p = presión atmosférica; ω = proporción de mezcla, e = presión parcial del vapor de agua; M_a = masa molecular relativa del aire seco; M = masa molecular relativa del aire húmedo).

12.96.3. Dimensiones

$$[T'] = \Theta$$

12.96.4. Unidad SI

K	(kelvin)

12.96.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de temperatura.

13

ELECTRICIDAD. ELECTROMAGNETISMO

13.1. CARGA ELÉCTRICA, *Q, q*

13.1.2. Observaciones y definición

Como es sabido, la naturaleza está regida por cuatro campos de fuerzas fundamentales: la interacción fuerte, la débil, la electromagnética y la gravitatoria (las tres primeras pueden considerarse unificadas).

La carga eléctrica es la magnitud que poseen las partículas que las hace sensibles a la interacción electromagnética. Nadie sabe qué es realmente la carga eléctrica ni por qué mecanismo actúa. Se trata de uno de los grandes misterios de la Naturaleza. La Física teórica considera al fotón como el bosón de intercambio del campo electromagnético.

Fue Benjamín Franklin (físico americano que inventó el pararrayos y las gafas bifocales) el que en el siglo XVIII introdujo el término *carga eléctrica* y descubrió que existen dos clases opuestas, a las que denominó positiva y negativa. A partir de un fotón se puede crear un par de partículas con cargas opuestas, y por el proceso inverso se puede aniquilar una partícula con su correspondiente antipartícula.

Hasta muy recientemente se consideraba que la carga eléctrica se presenta siempre en una única cantidad, positiva o negativa: la llamada carga fundamental (que es la carga del protón o la del electrón). Sin embargo, con el descubrimiento de los quarks (en 1964), se ha visto que la carga puede presentase en cantidades menores: la carga eléctrica de un quark es 2/3 o – 1/3 de la carga fundamental (y cambiando el signo se tiene la carga de los antiquarks).

Por todo ello parecería lógico elegir la unidad de carga como una de las básicas del sistema de unidades, asignándole un valor múltiplo de la carga fundamental, que es una unidad natural. Sin embargo resultó más ventajoso, por la facilidad de las medidas experimentales, tomar como unidad la de intensidad de corriente, con lo que la unidad de carga eléctrica resultó ser derivada.

13.1.2. Fórmulas

$$I = dQ / dt \qquad ; \qquad Q = \int I dt$$

(I = Intensidad de corriente eléctrica; t = tiempo)

13.1.3. Dimensiones

$$[Q] = \mathbb{TI}$$

13.1.4. Unidad SI

$\mathrm{A \cdot s = C}$ $\boxed{\mathrm{C}}$ (coulomb, culombio)

13.1.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss = uee = statcoulomb = franklin =

$$= \frac{10^{-9}}{2{,}997\,924\,58}\ \mathrm{USI} = 3{,}335\,64 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{USI} = \frac{1}{3 \cdot 10^{9}}\ \mathrm{USI}$$

UCGS electromagnético ≡ uem = abcoulomb = 10 USI

Ampere · hora (A · h) = 3 600 USI

13.1.6. Constantes y valores concretos

Carga elemental (del protón y electrón en valor absoluto): $e = 1{,}602\,176\,53 \cdot \cdot 10^{-19}$ C

Carga de una gota de agua de lluvia: $Q = 10^{-13}$ C

Carga de una nube de tormenta: $Q \approx 1$ C

Carga de un condensador de un circuito (con capacidad $C = 1$ nF y tensión 100V): $Q = 10^{-7}$ C = 100 nC

13.1.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al sistema CGS gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.2. CORRIENTE ELÉCTRICA (O INTENSIDAD DE CORRIENTE ELÉCTRICA), *I, i*

13.2.1. Observaciones y definición

Para la corriente que recorre un hilo conductor, puede definirse como «la carga eléctrica que atraviesa una sección del conductor en la unidad de tiempo». Es una magnitud análoga al caudal de un fluido.

Se trata de una magnitud fácil de medir, aprovechado las propiedades magnéticas.

Es una de las magnitudes tomadas como base del sistema dimensio nal. Su unidad, el ampère o amperio, se ha tomado como básica en el SI.

13.2.2. Fórmulas

Por definición, la corriente es:

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

y la fuerza por unidad de longitud que se ejercen dos hilos conductores paralelos rectilíneos de longitud infinita recorridos por sendas corrientes es:

$$\frac{F}{\ell} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$$

(Q = Carga eléctrica; t = tiempo; μ_0 = permeabilidad magnética del v acío; corrientes; r = distancia entre conductores; ℓ = longitud; F = fuerza entre los conductores, atractiva si las corrientes son del mismo sentido).

13.2.3. Dimensiones

Por ser una de las magnitudes que forman la base del sistema di mensional, es:

$$I = [I]$$

13.2.4. Unidad SI

A (ampère o amperio)

La definición del ampère se basa en la fórmula vista y se e xpresa así «es la corriente que, mantenida entre dos conductores paralelos, rectilíneos, de longitud infinita, de sección despreciable, colocados a distancia de u n metro el uno del otro, produce entre ellos una fuerza de $2 \cdot 10^{-7}$ N por metro de longitud».

13.2.5. Otras unidades y su equivalencia con la SI (USI)

UCGS de Gauss = uee = statampère $= \dfrac{10^{-9}}{2{,}997\,924\,58}\ \text{A} = 3{,}335\,64 \cdot 10^{-10}\ \text{A} =$

$= \dfrac{1}{3 \cdot 10^{9}}\ \text{A}$

UCGS electromagnético ≡ uem ≡ abampere ≡ biot = 10 A

Amperio internacional = 0,999 85 A

13.2.6. Constantes y valores concretos

Corriente de una descarga eléctrica en una tormenta: $I \approx 10^{5}$ A
Corriente de un impulso nervioso en el organismo humano: $I \approx 10^{-5}$ A
Corriente en una instalación industrial media: $I \approx 10^{2}$ A
Corriente para iluminación doméstica: $I \approx 1$ A

13.2.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema CGS gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.3. DENSIDAD DE CARGA ρ, (μ)

13.3.1. Observaciones y definición

Si en una re gión del espacio o dentro de un material e xiste una distribución continua de carga eléctrica (es decir, de partículas cargadas) se puede considerar la *densidad de carga*, definida como «carga por unidad de volumen». En rigor es un cociente de diferenciales, análogamente a la def inición de la densidad (de masa). Muchas veces se considera la densidad de cargas libres, únicamente.

13.3.2. Fórmulas

$$\rho = \frac{dQ}{d\tau} \qquad\qquad \rho = n\,e$$

(Q= carga eléctrica; τ = volumen; n = densidad de partículas portadoras; e = carga elemental o carga de las partículas portadoras).

13.3.3. Dimensiones

$$[\rho] = \text{L}^{-3}\,\text{TI}$$

13.3.4. Unidad SI

$$\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-3} \equiv \boxed{\text{C/m}^3}$$

13.3.5. Otras unidades y su equivalencia con la SI (USI)

UCGS de Gauss = uee = $\frac{10^{-3}}{2{,}997\,924\,58}$ USI $\approx 3{,}335\,64 \cdot 10^{-4}$ USI $\approx$

$\approx \frac{1}{3 \cdot 10^3}$ USI

uem = 10^7 USI

C/pie^3 = C $\cdot$ ft^{-3} = 35,314 667 USI

C/pulgada^3 = C $\cdot$ in^{-3} = 6,102 374 $\cdot 10^4$ USI

uee $\cdot$ ft^{-3} = 1,177 970 $\cdot 10^{-2}$ USI

uee $\cdot$ in^{-3} = 20,355 324 USI

y cualquier unidad de carga dividido por cualquier unidad de volumen.

13.3.6. Constantes y valores concretos

Densidad media de carga en el interior de un protón: $\rho \approx 10^{20}$ C/m^3

Densidad de carga de una nube de tormenta: $\rho = 10^{-8}$ C/m^3

Densidad de cargas libres en un metal: $\rho \approx 10^4$ C/m^3

13.3.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema CGS gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.4. DENSIDAD SUPERFICIAL DE CARGA σ, (ρ_S)

13.4.1. Observaciones y definición

Si una la carga eléctrica se encuentra distribuida por la superficie de un cuerpo, se define su *densidad superficial* como «la carga por unidad de superf icie».

13.4.2. Fórmulas

$$\sigma = \frac{dQ}{dS}$$

(Q = carga; S = superficie)

13.4.3. Dimensiones

$$[\sigma] = L^{-2}\,T\,I$$

13.4.4. Unidad SI

$\boxed{C/m^2}$ (culombios por metro cuadrado)

13.4.5. Otras unidades y su equivalencia con la SI (USI)

UCGS de Gauss = uee = $\frac{10^{-5}}{2{,}997\,924\,58}$ USI = 3,335 64 $\cdot 10^{-6}$ USI = $\frac{1}{3 \cdot 10^5}$ USI

uem = 10^5 USI
$C/in^2 = 1{,}550\,00 \cdot 10^3$ USI
$C/ft^2 = 10, 763\,91$ USI

y cualquier unidad de carga dividida por cualquier unidad de superficie.

13.4.6. Constantes y valores concretos

Densidad superficial en la placa de un condensador car gado: $\sigma \approx 10^{-4}$ C/m^2.

13.4.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema CGS gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.5. DENSIDAD LINEAL DE CARGA λ, (ρ_L)

13.5.1. Observaciones y definición

Si la carga está distribuida en un hilo resulta útil definir la *densidad lineal de carga* como «carga por unidad de longitud».

13.5.2. Fórmulas

$$\lambda = \frac{dQ}{d\ell}$$

(Q = carga; ℓ = longitud)

13.5.3. Dimensiones

$$[\lambda] = L^{-1}\,TI$$

13.5.4. Unidad SI

$A \cdot s \cdot m^{-1} =$ $\boxed{C/m}$ (coulomb/metro)

13.5.5. Otras unidades y su equivalencia con la SI (USI)

UCGS de Gauss = uee = $\frac{10^{-7}}{2{,}997\,924\,58}$ USI = $3{,}335\,64 \cdot 10^{-8}$ USI = $\frac{1}{3 \cdot 10^{7}}$ USI

uem = 10^{3} USI
C/in = 39,370 08 USI
C/ft = 3,280 84 USI

y cualquier unidad de carga dividida por cualquier unidad de longitud.

13.5.6. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema CGS gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.6. CAMPO ELÉCTRICO. INTENSIDAD DE CAMPO ELÉCTRICO, *E*

13.6.1. Observaciones y definición

El campo eléctrico es una propiedad que reside en el espacio po r la cual se produce una fuerza sobre cualquier partícula cargada.

Se define como «la fuerza (ejercida por el campo eléctrico sobr e una car ga puntual) dividida por la carga».

Para muchas aplicaciones es útil def inir la *rigidez dieléctrica* de un material, considerada como «el v alor máximo que puede alcanzar el campo e léctrico sin que se produzca chispa o ruptura en el material».

13.6.2. Fórmulas

La acción del campo eléctrico sobre una car ga eléctrica viene d ada por las fórmulas:

$$\vec{F} = Q\ \vec{E} \qquad\qquad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$$

(F = fuerza; Q = carga). Como la carga es un escalar, la fuerza tiene la misma dirección que el campo eléctrico, con sentido igual u opuesto según sea positiva o negativa la carga.

Otras fórmulas de interés relacionan el campo con el potencialeléctrico en un punto del espacio:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\ V \qquad\qquad E = -\frac{dV}{d\ell}$$

(V = potencial; ℓ = longitud). La segunda fórmula es útil en el caso de que la dirección del campo sea conocida, y entonces $\mathrm{d}V/\mathrm{d}\ell$ es la derivada respecto a la distancia en la dirección del campo.

13.6.3. Dimensiones

$$[E] = \mathrm{LMT}^{-3}\,\mathrm{I}^{-1}$$

13.6.4. Unidad SI

$$\mathrm{m} \cdot \mathrm{kg.} \cdot \mathrm{s}^{-3} \cdot \mathrm{A}^{-1} = \boxed{\mathrm{N/C}} = \boxed{\mathrm{V/m}} \qquad \text{(volt por metro)}$$

13.6.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss = uee = 2,997 924 58 · 10^4 USI ≡ 3 · 10^4 USI
uem = 10^{-6} USI
volt/pulgada = V/in = 39, 370 08 USI
volt/pie= V/ft = 3, 280 84 USI

y cualquier unidad de potencial eléctrico dividida por cualquier unidad de longitud.

13.6.6. Constantes y valores concretos

Campo eléctrico en una nube de tormenta	$E \approx 10^7$ V/m
Campo eléctrico en una bujía de un motor	$E \approx 5 \cdot 10^6$ V/m
Campo eléctrico en un condensador	$E \approx 10^4$ V/m
Rigidez dieléctrica del aire	$E \approx 3 \cdot 10^6$ V/m
Rigidez dieléctrica del vidrio	$E \approx 10^7$ V/m

13.6.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al sistema CGS gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.7. POTENCIAL ELÉCTRICO Y DIFERENCIA DE POTENCIAL (TENSIÓN, VOLTAJE) *V*, *(φ) (u)*, ΔV

13.7.1. Observaciones y definición

Consideramos únicamente campos electrostáticos. «Es una magnitud escalar cuyo gradiente cambiado de signo es el campo eléctrico». También representa, de manera sencilla, la energía potencial que posee una partícula dividida por su carga.

13.7.2. Fórmulas

Si se conoce la dirección del campo eléctrico $\vec{E}$, resulta útil considerar el concepto de gradiente (módulo), es decir, la derivada del potencial respecto a la longitud:

$$E = -\frac{dV}{d\ell}$$

La diferencia de potencial entre dos puntos es la circulación d el campo eléctrico entre ellos (por cualquier camino) (caso de campo electrostático):

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{d}\,\ell$$

En un estudio elemental basta considerar el potencial en un pun to como la energía potencial electrostática de una partícula por unidad de carga:

$$V = \frac{E_p}{Q}$$

($E =$ campo eléctrico; $\ell =$ longitud; $E_p =$ energía potencial electrostática; $Q =$ carga)

13.7.3. Dimensiones

$$[V] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{MT}^{-3}\,\mathrm{I}^{-1}$$

13.7.4. Unidad SI

$$\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-3}\ \mathrm{A}^{-1} = \mathrm{J/C} = \mathrm{V} \qquad \boxed{\mathrm{V}} \qquad \text{(volt o voltio)}$$

13.7.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss ≡ uee = statvolt = $2,997\,924\,58 \cdot 10^2$ V ≈ 300 V
uem = erg/abcoulomb = abvolt = 10^{-8} V
Voltio internacional = 1,000 34 V

13.7.6. Constantes y valores concretos

Diferencias de potencial en algunos casos:

Pilas: $V \approx$ 1 a 10 V
Líneas en industria: $V \approx$ 380 V
Líneas de alta tensión: $V \approx 4 \cdot 10^5$ V
Ferrocarriles: $V \approx 25\,000$ V
Entre nubes de tormenta: $V \approx 10^7$ V
Entre electrodos al producirse chispa: $V \approx 10^3$ V

13.7.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema CGS gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.8. PERMITIVIDAD DEL VACÍO (CONSTANTE DIELÉCTRICA DEL VACÍO. CONSTANTE ELÉCTRICA), ε_0

13.8.1. Observaciones y definición

Es una de las constantes uni versales de la Física. Se def ine la permiti vidad del vacío por la ley de Coulomb, que vemos a continuación.

13.8.2. Fórmulas

La ley descubierta por Coulomb indica que dos car gas puntuales en el vacío se ejercen una fuerza (repulsi va o atracti va) inversamente proporcional al cuadrado de la distancia (es una le y análoga a la de Ne wton de la gravitación para las masas):

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

(Q_1, Q_2 = cargas puntuales; r = distancia entre ellas; F = fuerza mutua). Así queda definida *la permitividad del vacío.* El factor 4π se introduce por convenio; su introducción se llama «racionalización». El SI es un sistema «r acionalizado».

(En el sistema CGS electrostático no e xisten los f actores $4\pi\ \varepsilon_0$, lo que trae muy diferentes consecuencias en las fórmulas, las dimensiones y las unidades, sobre las que daremos las aclaraciones imprescindibles).

13.8.3. Dimensiones

$$[\varepsilon_0] = L^{-3}\, M^{-1}\, T^4\, I^2$$

13.8.4. Unidad SI

$$USI = m^{-3} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2 \equiv C^2 \cdot N^{-1} \cdot m^{-2} \equiv \boxed{F/m}$$ (farad/metro)

13.8.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

(véase 13.8.7)

13.8.6. Constantes y valores concretos

Permitividad del vacío (constante universal)

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot (2{,}997\ 924\ 58)^2 \cdot 10^9}\ \text{USI} = 8{,}854\ 187\ 82 \cdot 10^{-12}\ \text{USI} \approx$$

$$\approx \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}\ \text{USI}$$

13.8.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no figura en las fórmulas del sistema CGS de Gauss; sólo figura en las del SI. Al transformar las fórmulas del SI al sistema gaussiano, la magnitud ε_o debe sustituirse por $1/4\ \pi$ (además de tener en cuenta que en el sistema gaussiano deben usarse las unidades CGS de Gauss).

Ello es consecuencia de que el sistema CGS de Gauss se construye partiendo de la expresión de la ley de Coulomb con coeficiente uno:

$$\text{(CGS de Gauss)} \qquad F = \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

mientras que en el SI la ley de Coulomb se expresa, como es sabido así:

$$\text{(SI)} \qquad F = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0}\ \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

13.9. PERMITIVIDAD (DE UN MEDIO MATERIAL) ε

13.9.1. Observaciones y definición

Esta magnitud se denominó anteriormente *constante dieléctrica* del material.

La ley de Coulomb, para el caso de que las cargas se encuentren sumergidas en un medio material, da una fuerza menor que en el vacío. O lo que es igual, la permitividad del medio ε resulta mayor que la del vacío ε_0.

La definición admitida de la permitividad es «el cociente entre el campo de inducción eléctrica y el campo eléctrico». Esta definición utiliza la relación existente entre estos dos campos, que veremos en las fórmulas. Físicamente la permitividad de un material está relacionada con su polarizabilidad: un material muy polarizable tiene una permitividad grande (puede verse en la sección de la *susceptibilidad).*

La permitividad de los materiales se da para campos estáticos o bien para campos oscilantes de baja frecuencia. Si en un medio se producen oscilaciones del campo eléctrico de frecuencias grandes, conviene utilizar la expresión com-

pleja de la permiti vidad, cuya parte real da cuenta de la disipa ción y la parte imaginaria hace referencia a la oscilación (teng amos en cuenta que la orientación de los dipolos moleculares debe ir cambiando con la frecue ncia del campo eléctrico). Para altas frecuencias ocurre como si el material f uese menos polarizable y presenta, en consecuencia, menor permiti vidad. Por ejemp lo, el agua tiene permitividad $\varepsilon = 80{,}5\ \varepsilon_0$, hasta frecuencias del orden de 10^{10} Hz; para la luz visible (10^{14} Hz) resulta $\varepsilon \approx 1{,}15\ \varepsilon_0$ (índice de refracción ≈ 1,33), que es algo diferente para cada frecuencia (por tanto, la velocidad de propagación de la luz en agua es función de la frecuencia: es el fenómeno de la dispersión. Puede verse la sección 14.1.2).

13.9.2. Fórmulas

La ley de Coulomb en un medio cualquiera es:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

(F = fuerza; Q_1, Q_2 = cargas eléctricas; r = distancia; ε = permitividad del medio material). Si se tiene en cuenta que $\varepsilon > \varepsilon_0$ resulta que la fuerza es más débil en el medio material que en el vacío.

La fórmula que sirve para la definición es:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$

($\vec{D}$ = campo de inducción eléctrica; $\vec{E}$ = campo eléctrico). Realmente ε es un tensor de segundo orden, por lo que $\vec{D}$ y $\vec{E}$ no tienen en general la misma dirección. Para medios isótropos es ε simplemente un escalar, $\vec{E}$ y $\vec{D}$ coinciden en dirección y sentido. Veremos la definición del campo $\vec{D}$ en la sección correspondiente. (La expresión anterior no se cumple si el dieléctrico no es lineal).

13.9.3. Dimensiones

Igual que para ε_0:

$$[\varepsilon] = L^{-3}\, M^{-1}\, T^4\, I^2$$

13.9.4. Unidad SI

$$USI = m^{-3} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2 \equiv C^2 \cdot N^{-1} \cdot m^{-2} \equiv \boxed{F/m}$$ (farad/metro)

13.9.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

(ver 13.9.7)

faradio/pulgada = $F \cdot in^{-1}$ = 39, 370 08 USI
faradio/pie = $F \cdot ft^{-1}$ = 3, 280 84 USI

13.9.6. Constantes y valores concretos

Para expresar la permitividad de un medio se suele usar el producto de la permitividad relativa por la del vacío $\varepsilon = \varepsilon_r \, \varepsilon_0$ (véanse 13.10.6). Veamos algunos ejemplos:

permitividad del H_2O (20 °C) $\varepsilon = 80{,}5 \, \varepsilon_0 = 7{,}172 \cdot 10^{-10}$ USI
permitividad del vidrio $\varepsilon \approx$ (de 2 ε_0 a 16 ε_0) $\approx (1{,}77 \text{ a } 1{,}42) \cdot 10^{-10}$ USI

13.9.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud es diferente en las fórmulas del sistema CGS de Gauss y en las del SI. Al transformar las fórmulas del SI al sistema gaussiano, la magnitud ε debe sustituirse por $\varepsilon/4\pi$.

Por ejemplo, veamos cómo se transforma la fórmula de la ley de Coulomb para dos cargas en el seno de un medio material:

(para el SI) $$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{q_1 \, q_2}{r^2}$$

(para el sistema CGS de Gauss) $$F = \frac{1}{\varepsilon_r} \frac{q_1 \, q_2}{r^2}$$

(ε_r = permitividad relativa).

13.10. PERMITIVIDAD RELATIVA (de un medio) ε_r (ε')

13.10.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre la permitividad del medio y la del vacío».

13.10.2. Fórmulas

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \qquad \varepsilon = \varepsilon_r \, \varepsilon_0$$

(ε = permitividad del medio material; ε_0 = permitividad del vacío, constante universal).

13.10.3. Dimensiones

$$[\varepsilon_r] = 1$$

13.10.4. Unidad SI

1

13.10.5. Constantes y valores concretos

Permitividad relativa de algunos medios materiales.

Material	ε_r
Agua (20 °C)	80,5 (*)
Vapor de agua (110 °C; 1 atm)	1,013
Glicerina	56
Alcohol	26
Amoníaco	22
Vidrio	2 a 16
Porcelana	6
Parafina	2,3
Aire	1,000 6
Mica	5 a 7

(*) Para oscilaciones de la frecuencia de la luz visible, ($\upsilon \approx 10^{14}$ Hz) el agua líquida tiene una permitividad relativa del orden de $\varepsilon_r = 1{,}15$ (sección 13.9.6).

13.10.6. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema CGS gaussiano.

13.11. INDUCCIÓN ELÉCTRICA (O DENSIDAD DE FLUJO ELÉCTRICO), *D*

13.11.1. Observaciones y definición

Esta magnitud también se llamó *campo de desplazamiento eléctrico* y también *excitación eléctrica.*

Es una de las magnitudes vectoriales que describen el campo eléctrico. Puede considerarse que el campo de inducción eléctrica $\vec{D}$ es el creado por las car gas eléctricas, mientras el campo eléctrico $\vec{E}$ es el que origina fuerzas sobre las cargas. Ambos campos están siempre relacionados entre sí por la permitividad.

La definición de la inducción eléctrica es: «la magnitud vectorial cuya divergencia es la densidad de carga eléctrica». Como es sabido, el concepto de divergencia de un campo vectorial es el de densidad de sus manantial es, de donde se infiere que las cargas eléctricas son los manantiales del campo $\vec{D}$.

13.11.2. Fórmulas

$$\text{div } \vec{D} = \rho \qquad ; \qquad \vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$

(ρ = densidad de carga; ε = permitividad; $\vec{E}$ = campo eléctrico).

En el vacío es siempre

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$$

Las cargas son, por tanto, las fuentes del campo $\vec{D}$. Una carga puntual crea a su alrededor un campo según la ley inversa del cuadrado de la distancia:

$$\vec{D} = \frac{1}{4\pi} \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r \qquad D = \frac{1}{4\pi} \frac{Q}{r^2}$$

(Q = carga puntual; r = distancia; $\vec{u}_r$ = vector unitario radial; 4π = factor que se introduce como «racionalización» en el SI). Por ello, el campo eléctrico creado por un carga puntual en un medio es:

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon} \frac{1}{4\pi} \frac{Q}{\varepsilon r^2} \vec{u}_r$$

13.11.3. Dimensiones

$$[D]\ \mathrm{L}^{-2}\ \mathrm{T}\ \mathrm{I}$$

13.11.4. Unidad SI

$$\mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{s} \cdot \mathrm{A} = \boxed{\mathrm{C/m^2}}$$

13.11.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\text{UCGS de Gauss} = \text{uee} = \frac{1}{4\pi \cdot 2{,}997\,924\,58 \cdot 10^5} \text{ USI} = 2{,}654\,42 \cdot 10^{-7} \text{ USI} \approx$$

$$\approx \frac{1}{12\pi \cdot 10^5} \text{ USI}$$

$$\text{uem} = 10^5 / (4\pi) \text{ USI} \approx 7{,}958 \cdot 10^3 \text{ USI}$$

13.11.6. Constantes y valores concretos

Campo de inducción eléctrica en un condensador plano cargado:

$$D \approx 10^{-4} \quad \mathrm{C/m^2}$$

13.11.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud es diferente en las fórmulas del sistema CGS de Gauss y en las del SI. Al transformar las fórmulas del SI al sistema gaussiano, la magnitud D debe sustituirse por $D/4\pi$.

Por ejemplo, las expresiones que relacionan los campos $\vec{D}$ y $\vec{E}$ en el vacío y en un medio material se transforman así:

(para el SI)	$D = \varepsilon_0 \, E$	$D = \varepsilon \, E$
(para el sistema CGS de Gauss)	$D = E$	$D = \varepsilon_r \, E$

(en donde se han tenido en cuenta las sustituciones de ε_0 por $\frac{1}{4\pi}$, y de ε por $\frac{\varepsilon_r}{4\pi}$, ya tratadas).

13.12. FLUJO DEL CAMPO ELÉCTRICO Φ_E

13.12.1. Observaciones y definición

Se trata del flujo del campo eléctrico a través de una superficie. La definición viene dada por la integral que define el flujo de un campo vectorial, en general, a través de una superficie.

13.12.2. Fórmulas

A través de un elemento de superficie *dS* o a través de una superficie *S*, la definición del flujo da:

$$d\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{dS} \qquad \Phi_E = \iint_S \vec{E} \cdot \vec{dS}$$

($\vec{E}$ = campo eléctrico; *S* = superficie).

13.12.3. Dimensiones

$$[\Phi] = \mathrm{L}^3 \, \mathrm{M} \, \mathrm{T}^{-3} \, \mathrm{I}^{-1}$$

13.12.4. Unidad SI

$$\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-3} \, \mathrm{A}^{-1} \equiv \boxed{\mathrm{V} \cdot \mathrm{m}} \quad \text{(voltio metro)}$$

13.12.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss ≡ uee = 2,997 924 58 USI ≈ 3 USI

uem = 10^{-10} USI

V · pulgada = V · in = 2,54 · 10^{-4} USI (exactamente)

V · pie = V · ft = 0,304 8 USI (exactamente)

13.12.6. Constantes y valores concretos

Flujo del campo eléctrico en un condensador plano

$$\Phi \approx 10^{-1}\ \mathrm{V} \cdot \mathrm{m}$$

13.12.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema CGS gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.13. FLUJO ELÉCTRICO (O FLUJO DE INDUCCIÓN ELÉCTRICA) Ψ

13.13.1. Observaciones y definición

«Es el flujo del vector inducción eléctrica a través de una superficie».

13.13.2. Fórmulas

A través de una superficie, infinitesimal o finita, el flujo eléctrico es:

$$d\Psi = \vec{D} \cdot \vec{d}S \qquad\qquad \Psi = \iint_S \vec{D} \cdot \vec{d}S$$

(D = campo de inducción eléctrica; S = superficie).

El teorema de Gauss establece que el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada es igual a la carga eléctrica total contenida en su interior:

$$\Psi = Q$$

(Ψ = Flujo eléctrico, del campo $\vec{D}$ a través de una superficie cerrada; Q = Carga total interior, suma algebraica). También se puede aplicar el teorema de Gauss al campo eléctrico:

$$\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon} Q$$

(ε = permitividad; Φ_E flujo del campo eléctrico $\vec{E}$), todo lo cual está ligado al hecho de que las fuentes del campo eléctrico son las cargas eléctricas. Matemáticamente esto se expresa mediante la divergencia del campo de desplazamiento:

$$\mathrm{div}\ \vec{D} = \rho$$

(ρ = densidad de carga). Esta es una de las cuatro ecuaciones de Maxwell.

13.13.3. Dimensiones

$$[\Psi] = T\ I$$

13.13.4. Unidad SI

$$A \cdot s = \boxed{C} \quad \text{(culombio, coulomb)}$$

13.13.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\text{UCGS de gauss} = \text{uee} = \frac{10^{-9}}{4\pi \cdot 2{,}997\,924\,58} = 2{,}652\,6 \cdot 10^{-11}\ \text{USI} \approx \frac{1}{12\pi \cdot 10^{9}}\ \text{USI}$$

$$\text{uem} = \frac{10}{4\pi}\ \text{USI} = 0{,}795\,8\ \text{USI}$$

13.13.6. Constantes y valores concretos

Flujo eléctrico que atraviesa una superficie cerrada que rodea a la carga 1μC. Por el teorema de Gauss, Ψ es igual a la carga Q:

$$\Psi = 1\mu C = 10^{-6}\ \text{USI}$$

13.13.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud es diferente en las fórmulas del sistema CGS de Gauss y en las del SI. Al transformar las fórmulas del SI al sistema gaussiano, la magnitud Ψ debe sustituirse por $\frac{\Psi}{4\pi}$ (además de tener en cuenta la equivalencia entre las unidades).

Por ejemplo, veamos cómo se transforman la ecuación de Maxwell referente al campo $\vec{D}$ y el teorema de Gauss:

(SI)	$\text{div}\ \vec{D} = \rho$	$\Psi = Q$
(Sistema CGS de Gauss)	$\text{div}\ \vec{D} = 4\pi\rho$	$\Psi = 4\pi Q$

(ρ = densidad de carga; Q = carga interna).

13.14. CIRCULACIÓN DEL CAMPO ELÉCTRICO, C_E

13.14.1. Observaciones y definición

«Es la circulación del campo eléctrico a lo largo de una línea». Como es sabido, la circulación de un campo vectorial es la integral del producto escalar del vector por cada elemento de línea.

La circulación del campo eléctrico entre dos puntos da la diferencia de potencial entre ellos, por cualquier curva que una dichos puntos (en el caso electrostático). Por tanto, $\vec{E}$ es un campo conservativo.

13.14.2. Fórmulas

$$C_E = \int_{\ell} \vec{E} \cdot \vec{d}\ell \qquad \vec{E} \cdot \vec{d}\ell = -dV \qquad \int_{A(\ell)}^{B} E \cdot \vec{d}\ell = V_A - V_B$$

($\vec{E}$ = campo eléctrico; ℓ = longitud; V= potencial). Estas fórmulas están relacionadas con las fórmulas generales del campo eléctrico:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V \qquad \overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{E} = 0$$

que son válidas siempre que los campos no varíen con el tiempo (es decir, en el caso electrostático).

13.14.3. Dimensiones

$$[C_E] = \mathrm{L^2MT^{-3}I^{-1}}$$

13.14.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{V}} \quad \text{(volt o voltio)}$$

13.14.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI = Volt)

$$\text{UCGS de Gauss} = \text{uee} = \text{statvolt} = 2{,}997\,924\,58 \cdot 10^2\ \mathrm{V} \approx 300\ \mathrm{V}$$

$$\text{uem} = \text{abvolt} = 10^{-8}\ \mathrm{V}$$

13.14.6. Constantes y valores concretos

Circulación del campo $\vec{E}$ entre electrodos de una bujía de un motor.

$$\mathrm{C_E} \approx 10^3\ \mathrm{V}$$

13.14.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al sistema gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.15. CAPACIDAD (CAPACIDAD ELÉCTRICA) *C*

13.15.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre la carga y la diferencia de potencial». Si se trata de un condensador (que es lo más frecuente), se considera la carga del mismo (es decir, la carga de una de sus placas) dividido por la diferencia de potencial entre las placas. Si se trata de un conductor, la capacidad es el cociente entre su carga y su potencial (generalmente tomando el infinito como origen de potenciales).

El concepto de *capacidad* para almacenar carga es en cierto modo parecido a la capacidad de un depósito para almacenar agua. Un depósito puede almacenar agua; un condensador puede almacenar carga eléctrica. No es, sin embargo, el mismo concepto: un depósito no admite más agua cuando está totalmente lleno, mientras un condensador siempre admite más carga con tal de que se incremente el potencial (sería análogo a un depósito de paredes elásticas que siempre admitiera más agua con tal de que se incrementara la presión).

13.15.2. Fórmulas

$$C = \frac{Q}{V} \qquad C = \frac{Q}{\Delta V} \qquad C = \frac{Q}{V_1 - V_2}$$

(Q = carga almacenada; $V = \Delta V = V_1 - V_2$ = diferencia de potencial o tensión).

13.15.3. Dimensiones

$$[C] = \mathrm{L}^{-2}\,\mathrm{M}^{-1}\,\mathrm{T}^{4}\,\mathrm{I}^{2}$$

13.15.3. Unidad SI

$$\mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{4} \cdot \mathrm{A}^{2} \equiv \text{coulomb/volt} \equiv \boxed{\mathrm{F}} \quad \text{(faradio o farad)}$$

13.15.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss ≡ uee = statfarad = $(2{,}997\,924\,58)^{-2} \cdot 10^{-11}$ USI =

$$= 1{,}112\,65 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{USI} \approx \frac{1}{9 \cdot 10^{11}}\ \mathrm{USI}$$

uem ≡ abfarad = 10^{9} F

13.15.6. Constantes y valores concretos

Capacidad de un condensador en un circuito

$$C \approx 1 \text{ nF},\ 1 \text{ pF};\ 1 \text{ fF}$$

Capacidad del planeta Tierra

$$C \approx 710\ \mu F = 0{,}71 \text{ mF}$$

13.15.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar la fórmula del SI al sis tema gaussiano.

13.16. ELASTANCIA *K*

13.16.1. Observaciones y definición

«Es la in versa de la capacidad». Es útil, pues un condensador ca rgado se comporta como un muelle elástico deformado. La elastancia en este caso corresponde a la constante elástica. Un muelle deformado tiende a rec uperar su forma primitiva; un condensador cargado tiende a descargarse.

13.16.2. Fórmulas

Por definición, la elastancia de un condensador cumple las fórmulas:

$$K = \frac{l}{C} \qquad K = \frac{V}{Q} \qquad V = KQ$$

(C = capacidad; Q = carga; V = tensión o diferencia de potencial). La última fórmula es análoga a la ley de Hooke para un muelle elástico: $F = Kx$ (x = deformación; F = fuerza; K = constante elástica).

13.16.3. Dimensiones

$$[K] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}^1\,\mathrm{T}^{-4}\,\mathrm{I}^{-2}$$

13.16.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{F}^1}\ (\text{farad}^{-1})$$

13.16.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss ≡ uee = statfarad^{-1} = $(2{,}997\ 924\ 58)^2 \cdot 10^{11}\ \mathrm{F}^{-1} \approx 9 \cdot 10^{11}\ \mathrm{F}^{-1}$

uem ≡ abfarad^{-1} = $10^{-9}\ \mathrm{F}^{-1}$

13.16.6. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al sistema gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.17. RESISTENCIA (RESISTENCIA ELÉCTRICA), *R*

13.17.1. Observaciones y definición

Una diferencia de potencial o tensión existente entre dos puntos de un conductor tiene como efecto el paso de una corriente eléctrica. Pero el conductor siempre se opone al paso de la corriente. En el caso simple que nos ocupa (corriente continua y ausencia de fuerzas electromotrices) esta oposición es análoga al rozamiento en Mecánica; se trata de fenómenos disipativos que dan lugar a pérdida de energía (mecánica o eléctrica) que se transforma en calor.

La definición de resistencia es «el cociente entre la diferencia del potencial y la corriente, en ausencia de fuerza electromotriz en el conductor».

13.17.2. Fórmulas

La ley de Ohm elemental de la corriente continua en un conductor da:

$$I = \frac{V}{R} \qquad R = \frac{V}{I} \qquad V = RI$$

(I = corriente eléctrica, intensidad de corriente, V = diferencia de potencial o tensión). La tensión V se llama también «caída óhmica» de tensión a lo largo de un conductor.

Para un conductor alargado de sección constante, la resistencia es:

$$R = \rho \frac{\ell}{S}$$

(ℓ = longitud; S = sección; ρ = resistividad del material).

13.17.3. Dimensiones

$$[R] = \mathrm{L}^2\ \mathrm{M}\ \mathrm{T}^{-3}\ \mathrm{I}^{-2}$$

13.17.4. Unidad SI

$$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2} \equiv \frac{V}{A} \equiv \boxed{\Omega} \text{ (ohmio, ohm)}$$

13.17.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss ≡ uee ≡ statohm = $(2, 997\ 924\ 58)^2 \cdot 10^{11}\ \Omega \approx 9 \cdot 10^{11}\ \Omega$
uee ≡ abohm = $10^{-9}\ \Omega$
ohm internacional = 1,000 49 Ω
breguet (unidad antigua en Francia) ≈ 10 Ω
siemens (antiguo en Alemania) = 0,943 Ω

13.17.6. Constantes y valores concretos

Resistencia de una lámpara de iluminación: $R \approx 500\ \Omega$
Resistencia de un hilo de cobre de longitud 1 m y sección 1 mm^2: $R = 0{,}017\ \Omega$
Resistencia de una estufa de 2 200 W para tensión de 220 V: $R = 22\ \Omega$

13.17.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

La resistencia eléctrica no cambia al transformar las fórmulas del SI al sistema gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.18. CONDUCTANCIA (EN CORRIENTE CONTINUA) *G*

13.18.1. Observaciones y definición

«Es el inverso de la resistencia eléctrica».

13.18.2. Fórmulas

$$G = \frac{I}{R} \qquad\qquad I = GV$$

(R = resistencia; I = corriente eléctrica; V = tensión).

13.18.3. Dimensiones

$$[G] = L^{-2}\, M^{-1}\, T^3\, I^2$$

13.18.4. Unidad SI

$$A/V = \Omega^{-1} = \boxed{S} \text{ (siemens)}$$

13.18.5. Otras unidades y su equivalencia en la Unidad SI

$$\text{UCGS de gauss} \equiv \text{uee} = \left(\frac{1}{2{,}997\,924\,58}\right)^2 \cdot 10^{-11}\ \text{USI} \approx \frac{1}{9 \cdot 10^{11}}\ \text{USI}$$

$$\text{uem} = 10^9\ \text{USI}$$

13.18.6. Constantes y valores concretos

Conductancia de un hilo de cobre de longitud 1 m y sección 1 mm^2:

$$G = 58{,}82\ \text{USI}$$

13.18.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.19. RESISTIVIDAD ρ

13.9.1. Observaciones y definición

La resistencia de un conductor depende de su forma geométrica y del tipo de material de que está hecho. La constante característica del mat erial que influye en su resistencia es la *resistividad*. La resisti vidad, por tanto, sólo depende del material [es función, como podía esperarse, de las magnitudes ter modinámicas, singularmente de la temperatura. La resisti vidad es prácticamen te nula para un material en estado de «superconductividad» (a temperatura baja)].

La definición es: «el cociente entre el campo eléctrico y la den sidad de corriente». Esta definición se basa en la le y de Ohm general de l a corriente continua en el seno de un material conductor , según la cual la densid ad de corriente en un punto es proporcional al campo eléctrico e xistente en dic ho punto (en el fondo se ref iere al campo eléctrico como causa del mo vimiento de las car gas).

13.19.2. Fórmulas

La ley de Ohm

$$\vec{J} = \frac{1}{\rho}\vec{E} \qquad\qquad \vec{J} = \sigma\vec{E}$$

Resistencia de un conductor de sección constante:

$$R = \rho\frac{\ell}{S} = \frac{1}{\sigma}\frac{\ell}{S}$$

($\vec{J}$ = densidad de corriente; $\vec{E}$ = campo eléctrico; σ = conductividad; ℓ = longitud; S = sección).

13.19.3. Dimensiones

$$[\rho] = L^3\, M\, T^{-3}\, I^{-2}$$

13.19.4. Unidad SI

$$m^3 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2} \equiv \frac{V}{A} \equiv \Omega \cdot m \qquad \boxed{\Omega \cdot m} \qquad \text{(ohmio metro)}$$

13.19.5. Otras unidades y su correspondencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss = uee = $(2,\ 997\ 924\ 58)^2 \cdot 10^9$ USI $\approx 9 \cdot 10^9$ USI
uem = 10^{-11} USI
$\Omega \cdot$ pulgada = $\Omega \cdot$ in = $25{,}4 \cdot 10^{-3}$ USI (exactamente)
$\Omega \cdot$ pie = $\Omega \cdot$ ft = 0,304 8 USI (exactamente)

13.19.6. Constantes y valores concretos

Veamos la resistividad de algunas sustancias:

Sustancia	ρ (USI)
Ag	$1{,}47 \cdot 10^{-8}$
Cu	$1{,}72 \cdot 10^{-8}$
Al	$2{,}63 \cdot 10^{-8}$
Fe	$8{,}60 \cdot 10^{-8}$
Hg	$96 \cdot 10^{-8}$
Ge	0,6
Si	$2{,}3 \cdot 10^3$
Ge y Si dopados	$\approx 10^{-1}$ a 10^{-2}
Mármol	10^4
Agua pura	$2{,}5 \cdot 10^9$
Sangre	0,15
S (azufre)	10^{15}
Vidrio	10^7 a 10^{15}
Poliestireno	10^{16}
Cuarzo	10^{17}

13.19.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.20. CONDUCTIVIDAD σ, (γ)

13.20.1. Observaciones y definición

«Es la magnitud in versa de la resisti vidad». Es característica del material, igual que lo es la resistividad.

13.20.2. Fórmulas

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \qquad \vec{J} = \sigma \vec{E}$$

(ρ = resistividad; $\vec{J}$ = densidad de corriente; $\vec{E}$ = campo eléctrico)

13.20.3. Dimensiones

$$[\sigma] = L^{-3}\, M^{-1}\, T^{3}\, I^{2}$$

13.20.4. Unidad SI

$\boxed{(\Omega \cdot m)^{-1}} = S/m$ $\boxed{S/m}$ (siemens/metro)

13.20.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\text{UCGS de gauss} = \text{uee} = \left(\frac{1}{2{,}997\ 924\ 58}\right)^{2} \cdot 10^{-9}\ \text{USI} \approx \frac{1}{9 \cdot 10^{9}}\ \text{USI}$$

$$\text{uem} = 10^{11}\ \text{USI}$$

13.20.6. Constantes y valores concretos

Veamos la conductividad de algunas sustancias (valor inverso al de la resistividad, dado en la sección anterior):

Sustancia	ρ (USI)
Ag	$6{,}8 \cdot 10^{7}$
Cu	$5{,}8 \cdot 10^{7}$
Fe	$1{,}16 \cdot 10^{7}$
Hg	$1{,}04 \cdot 10^{6}$

13.20.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.21. FUERZA ELECTROMOTRIZ (Y FUERZA CONTRAELECTROMOTRIZ), E, ε, ε'

13.21.1. Observaciones y definición

Un generador produce energía eléctrica consumiendo otra forma de energía. Un motor o un receptor cualquiera consume energía eléctrica transformándola en otra forma de energía.

Para una fuente o generador se define la fuerza electromotriz como «la energía eléctrica que suministra la fuente dividida por la carga eléctrica transportada a través de la fuente».

Se trata de la energía eléctrica producida por unidad de carga que recorre el generador. También, obviamente, es la potencia eléctrica producida cuando circula por el generador una corriente unidad.

La fuerza contraelectromotriz de un motor o receptor es la energía que produce (a partir de la energía eléctrica) dividido por la carga que lo recorre.

13.21.2. Fórmulas

Para un generador:

$$\varepsilon = \frac{dW}{dQ} \qquad \varepsilon = \frac{P}{I} \qquad P = \varepsilon I$$

(W = energía eléctrica producida; Q = carga que recorre el generador; P = potencia eléctrica producida; I = corriente).

Para un motor:

$$\varepsilon' = \frac{dW}{dQ} \qquad \varepsilon' = \frac{P}{I} \qquad P = \varepsilon' I$$

(ε' = fuerza contraelectromotriz; W = energía mecánica producida; Q = carga eléctrica que recorre el motor; P = potencia mecánica producida; I = corriente).

13.21.3. Dimensiones

$$[\varepsilon] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-3}\,\mathrm{I}^{-1}$$

13.21.4. Unidad SI

$$\mathrm{J/C} = \boxed{\mathrm{V}} \qquad \text{(Volt o Voltio)}$$

13.21.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Las mismas que las de potencial eléctrico, sección 13.7.

13.21.6. Constantes y valores concretos

Fuerza electromotriz de una pila: $\varepsilon \approx 1{,}5$ V
Fuerza contraelectromotriz de un motor: $\varepsilon' \approx 10^2$ V

13.21.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.22. DENSIDAD DE CORRIENTE, *J* (*S*, *j*)

13.22.1. Observaciones y definición

También se denomina *densidad superficial de corriente.*

Cuando se desplazan cargas eléctricas por un medio continuo con viene utilizar la *densidad de corriente*, concepto que corresponde a la corriente que circula atravesando la unidad de superficie.

La definición es: «magnitud vectorial cuyo flujo a través de una superficie es igual a la corriente que atraviesa dicha superficie».

13.22.2. Fórmulas

$$I = \iint_S \vec{J} \cdot \overrightarrow{dS} \qquad \vec{J} = \frac{dI}{dS}\vec{u} \qquad \vec{J} = \frac{dI}{dS}$$

(I = intensidad de corriente que atra viesa la superficie dada; S = superficie; $\vec{u}$ = vector unitario en la dirección y sentido del movimiento de las cargas positivas). La última fórmula considera el módulo del vector $\vec{J}$.

13.22.3. Dimensiones

$$[J] = \mathrm{L}^{-2}\,\mathrm{I}$$

13.22.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{A/m^2}}$$

13.22.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\text{UCGS de Gauss} = \text{uee} = \frac{10^{-5}}{2{,}997\,924\,58} = 3{,}335\,64 \cdot 10^{-6} \approx \frac{1}{3 \cdot 10^5}\ \text{USI}$$

uem = 10^5 USI
A/pulgada ^{2} = A · in^{-2} = 1,550 00 · 10^3 USI
A/ pie^2 = A · ft^{-2} = 10,763 91 USI

13.22.6. Constantes y valores concretos

Densidad de corriente en un semiconductor de un circuito:

$$J \approx 10^3 \text{ A/m}^2$$

13.22.7. Nota para el sistema CGS de gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.23. DENSIDAD LINEAL DE CORRIENTE, *A*, *K* (α)

13.23.1. Observaciones y definición

Cuando las cargas que constituyen la corriente se desplazan por la superficie de un conductor, conviene utilizar la *densidad lineal de corriente* que corresponde al concepto de la corriente que circula atravesando la unidad de longitud perpendicular.

La def inición es: «la corriente di vidida por la anchura de la ca pa conductora».

13.23.2. Fórmulas

$$\vec{K} = \frac{dI}{d\ell}\,\vec{u} \qquad\qquad K = \frac{dI}{d\ell}$$

(I = corriente; ℓ = longitud, anchura; $\vec{u}$ = vector unitario en la dirección y sentido de la corriente).

13.23.3. Dimensiones

$$[K] = \mathrm{L}^{-1}\,\mathrm{I}$$

13.23.4. Unidad SI

A/m

13.23.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\text{UCGS de Gauss} = \text{uee} = \frac{10^{-7}}{2{,}997\,924\,58} = 3{,}335\,64 \cdot 10^{-8}\ \text{USI} \approx \frac{1}{3 \cdot 10^7}\ \text{USI}$$

A/pulgada $= \mathrm{A} \cdot \mathrm{in}^{-1} = 39{,}370\,08$ USI
A/ pie $= \mathrm{A} \cdot \mathrm{ft}^{-1} = 3{,}280\,84$ USI

13.23.6. Notas para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.24. POTENCIA (POTENCIA ELÉCTRICA) *P*

13.24.1. Observaciones y definición

La energía eléctrica se produce, se transporta y se consume. La rapidez de estos procesos se e xpresa mediante la potencia eléctrica. «Es la derivada de la energía (generada, consumida, transportada,...) respecto al tiempo».

13.24.2. Fórmulas

$$P = \frac{dW}{dt}$$

(W = energía eléctrica; t = tiempo). En un simple conductor , la resistencia produce un efecto disipativo por el cual la energía se consume, transformándose en calor:

$$\Phi = P = \frac{dW}{dt} = VI = RI^2$$

$$\Phi = RI^2$$

lo cual constituye la le y de Joule: el calor desprendido en una resistencia por unidad de tiempo es proporcional al cuadrado de la intensidad de corriente (Φ = flujo calorífico, potencia calorífica, calor desprendido por unidad de tiempo; P = potencia eléctrica consumida; V = tensión; I = intensidad de corriente; R = resistencia).

13.24.3. Dimensiones

$$[P] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-3}$$

13.24.4. Unidad SI

J/s = | W | (watt o vatio)

13.24.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss= uee= uem= erg/s= 10^{-7} W

y todas las de potencia (sección 9.18)

13.24.6. Constantes y valores concretos

Potencia de una lámpara de iluminación: $P \approx 10^2$ W
Potencia de un motor eléctrico: $P \approx 10^4$ W
Potencia de un alternador en una central térmica: $P \approx 400$ MW $= 4 \cdot 10^8$ W

13.24.7. Notas para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.25. MOMENTO DIPOLAR ELÉCTRICO (MOMENTO DIPOLAR) $\vec{p}$

13.25.1. Observaciones y definición

Un dipolo eléctrico simple es un sistema de dos car gas iguales, de signo opuesto, separadas por una determinada distancia.

El concepto de *momento dipolar* se introduce como producto de una de las cargas por la distancia entre ellas. Es una magnitud v ectorial, siendo su sentido el dirigido de la carga negativa hacia la positiva.

La def inición acordada es: «la magnitud v ectorial cuyo producto vectorial por el campo eléctrico es igual al momento del par de fuerzas que actúa sobre el dipolo». Esta definición lleva implícito el hecho de que un cam po eléctrico que actúe sobre un dipolo le produce un par de fuerzas que tiende a orientar al dipolo en la dirección y sentido del campo.

También se puede calcular el vector momento dipolar para un sistema de cargas cualquiera distribuidas por el espacio.

13.25.2. Fórmulas

De acuerdo con lo dicho, el par orientador que un campo eléctric o produce sobre un dipolo, y el momento dipolar eléctrico de un sistema de cargas, se resumen en las siguientes fórmulas:

$$\vec{M} = \vec{p} \wedge \vec{E} \qquad \vec{p} = Q\vec{\ell} \qquad \vec{p} = \sum Q_i \vec{r}_i \qquad \vec{p} = \iiint \rho \vec{r}\, d\tau$$

($\vec{M}$ = momento del par de fuerzas; $\vec{p}$ = momento dipolar; $\vec{E}$ = campo eléctrico; Q = carga de una de las partículas; $\vec{\ell}$ = distancia entre las dos partículas, sentido de la negativa a la positiva; ρ = densidad para una distribución de carga; $\vec{r}$ = vector posición de los elementos de car ga; $d\tau$= elemento de v olumen; Q_i = cargas puntuales; $\vec{r}_i$ = vector posición de las cargas puntuales).

13.25.3. Dimensiones

$$[p] = \mathrm{L\ T\ I}$$

13.25.4. Unidad SI

$$\mathrm{m \cdot s \cdot A} = \boxed{\mathrm{C \cdot m}} \qquad \text{(Coulomb · metro)}$$

13.25.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\text{UCGS de Gauss} = \text{uee} = \frac{10^{-11}}{2{,}997\ 924\ 58} = 3{,}335\ 64 \cdot 10^{-12}\ \text{USI} \approx \frac{1}{3 \cdot 10^{11}}\ \text{USI}$$

$$\text{uem} = \text{abcoulomb} \cdot \text{cm} = 10^{-1}\ \text{USI}$$

$$\text{debye} = 3{,}335\ 64 \cdot 10^{-30}\ \text{USI} \approx \frac{1}{3 \cdot 10^{29}}\ \text{USI}$$

$e \cdot cm$ (carga elemental · cm) = $1{,}602\ 177 \cdot 10^{-21}$ USI
$e \cdot Å$ (carga elemental · Armstrong) = $1{,}602\ 177 \cdot 10^{-29}$ USI
$C \cdot \text{pulgada} = C \cdot \text{in} = 25{,}4 \cdot 10^{-3}$ USI (exactamente)
$C \cdot \text{pie} = C \cdot \text{ft} = 0{,}304\ 8$ USI (exactamente)

13.25.6. Constantes y valores concretos

Momento dipolar de algunas moléculas:

Molécula	*p* (USI)
H_2O	$6, 133 \cdot 10^{-30}$
NH_3	$4, 767 \cdot 10^{-30}$
H Cl	$3, 433 \cdot 10^{-30}$
CH_30H	$3, 667 \cdot 10^{-30}$

Momento dipolar observado en algunas partículas (año 2001):

Partícula	*p* (USI)
e^-	$2{,}9 \cdot 10^{-48}$
μ^-	$5{,}9 \cdot 10^{-40}$
p	$-6.4 \cdot 10^{-44}$
n	$9.6 \cdot 10^{-47}$

13.25.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.26. POLARIZACIÓN (ELÉCTRICA) $\vec{P}$

13.26.1. Observaciones y definición

Se trata del concepto de densidad de momento dipolar, es decir, «el momento dipolar existente en la unidad de volumen».

La polarización de un dieléctrico se produce como consecuencia de la acción de un campo eléctrico. Hay proporcionalidad entre el campo eléctrico y la polarización (excepto en los materiales no lineales, como los «ferro eléctricos», en los que puede haber polarización permanente). Este hecho sirve para establecer la definición de $\vec{P}$, que vamos a ver en las fórmulas.

13.26.2. Fórmulas

El concepto de polarización en un punto del dieléctrico es:

$$\vec{P} = \frac{\vec{d}p}{d\tau}$$

Se trata de un campo vectorial. Entre los campos $\vec{P}, \vec{E}, \vec{D}$ se dan las siguientes relaciones (para medios lineales):

$$\vec{P} = \chi\, \varepsilon_o\, \vec{E}$$
$$\vec{D} = \varepsilon_o\, \vec{E} + \vec{P}$$
$$\vec{D} = \varepsilon_o\, \vec{E} + \chi \varepsilon_o\, \vec{E} = \varepsilon_o\, (1 + \chi)\, \vec{E} = \varepsilon\, \vec{E}$$
$$\varepsilon = \varepsilon_o\, (1 + \chi)$$

($\vec{P}$ = polarización; $\vec{p}$ = momento dipolar; τ = volumen; $\vec{E}$ = campo eléctrico; $\vec{D}$ = campo de inducción o de desplazamiento eléctrico; ε = permitividad; ε_o = permitividad del vacío; χ = susceptibilidad eléctrica).

La definición de la *polarización* se da mediante la segunda de las fórmulas que acabamos de ver, es decir,

$$\vec{D} = \varepsilon_o\, \vec{E} + \vec{P}$$

El agua es un dieléctrico que adquiere una gran polarización en presencia de un campo eléctrico debido a que sus moléculas son dipolos con un momento dipolar grande y el efecto del campo eléctrico es la orientación de los dipolos.

13.26.3. Dimensiones

$$[P] = \mathrm{L}^{-2}\, \mathrm{T}\, \mathrm{I}$$

13.26.4. Unidad SI

$$m^{-2} \cdot s \cdot A = \boxed{C/m^2} \qquad (\text{coulomb}/\ m^2)$$

13.26.5. Otras unidades y su correspondencia con la Unidad SI (USI)

$$\text{UCGS de Gauss} = \text{uee} = \frac{10^{-5}}{2{,}997\ 924\ 58} = 3{,}335\ 64 \cdot 10^{-6}\ \text{USI} \approx \frac{1}{3 \cdot 10^5}\ \text{USI}$$

$\text{uem} = 10^5$ USI

$\text{debye} \cdot \text{cm}^{-3} = 3{,}335\ 64 \cdot 10^{-24}$ USI

$\text{C/pulgada}^2 = \text{C} \cdot \text{in}^{-2} = 1{,}550\ 00 \cdot 10^{-3}$ USI

$\text{C/pie}^2 = \text{C} \cdot \text{ft}^{-2} = 10{,}763\ 91$ USI

13.26.6. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.27. SUSCEPTIBILIDAD ELÉCTRICA, χ, χ_e

13.27.1. Observaciones y definición

Al actuar un campo eléctrico sobre un material origina su polar ización. En los medios lineales se considera la proporcionalidad entre la c ausa (el campo eléctrico) y el efecto (la polarización del material dieléctrico). Se introduce así la «susceptibilidad eléctrica» como una magnitud característica de l material. A mayor susceptibilidad corresponde mayor polarización al actuar el mismo campo eléctrico.

La definición de la susceptibilidad se expresa por medio de la fórmula que la relaciona con la permitividad. La vemos a continuación.

13.27.2. Fórmulas

Para medios lineales es:

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_o \vec{E} \qquad \varepsilon = \varepsilon_o\,(1 + \chi) \qquad \varepsilon_r = 1 + \chi \qquad \chi = \varepsilon_r - 1$$

La última de estas fórmulas se ha adoptado como def inición de susceptibilidad eléctrica (P = polarización; E = campo eléctrico; ε_o = permitividad del v acío; ε = permitividad; ε_r = permitividad relativa).

13.27.3. Dimensiones

$$[\chi] = 1$$

13.27.4. Unidad SI

1

13.27.5. Constantes y valores concretos

Sustancia	Susceptibilidad χ
Agua	80
Glicerina	55
Aire	0,000 6
Vacío	0

13.27.6. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud es diferente en las fórmulas del sistema CGS de Gauss y en las del SI. Al transformar las fórmulas del SI al sistema gaussiano, la magnitud χ debe sustituirse por $4\pi\chi$.

Por ejemplo, la expresión de la polarización, que en SI es $\vec{P} = \chi\varepsilon_o \vec{E}$, se transforma para el sistema de Gauss en $\vec{P} = \chi \vec{E}$ (ya que la ε_o se ha de sustituir por $1/4\pi$).

13.28. DENSIDAD DE CARGA FICTICIA DE POLARIZACIÓN, ρ'

13.28.1. Observaciones y definición

Un dieléctrico polarizado contiene un número muy grande de dipolos microscópicos orientados. Si las líneas del campo vectorial polarización $\vec{P}$ nacen o terminan en algunos puntos, es decir, poseen manantiales o sumideros, en dichos puntos existen cargas de polarización (ficticias, pues sólo son los extremos de los dipolos; no son cargas simples).

La *densidad de carga de polarización* se define como «la divergencia del campo de polarización», es decir, es la densidad de manantiales del campo $\vec{P}$. También se define con «la carga ficticia de polarización por unidad de volumen».

13.28.2. Fórmulas

Según lo que acabamos de considerar:

$$\rho' = \frac{dq'}{d\tau} \qquad \text{div}\, \vec{P} = \rho'$$

($\vec{P}$ polarización del dieléctrico en el punto considerado; q' = carga ficticia de polarización; τ = volumen).

13.28.3. Dimensiones

$$[\rho'] = L^3\ T\ I$$

13.28.4. Unidad SI

$$A \cdot s \cdot m^{-3} = \boxed{C/m^3}$$

13.28.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Las mismas que para la densidad de carga (sección 13.3.5).

13.28.6. Nota para el sistemas CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al sistema gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.29. DENSIDAD SUPERFICIAL DE CARGA FICTICIA DE POLARIZACIÓN σ'

13.29.1. Observaciones y definición

Un dieléctrico polarizado posee en su interior un campo de polarización $\vec{P}$ cuyas líneas pueden comenzar y terminar en las superficies que limitan el material. En la superficie, por tanto, «asoman» las cargas positivas (o negativas) de los dipolos y constituyen así una densidad de carga superficial (que es ficticia, pues las cargas forman parte de los dipolos; no son cargas simples).

La definición es: «la carga ficticia de polarización por unidad de superficie».

13.29.2. Fórmulas

Por definición es:

$$\sigma' = \frac{dq'}{dS}$$

y obviamente depende de la forma del campo de polarización $\vec{P}$. El valor de σ' en un punto de la superficie del dieléctrico es igual a la componente normal del vector polarización:

$$\sigma' = P_N$$

(q' = carga de polarización; S = superficie; $\vec{P}$ = polarización; P_N = componente normal a la superficie del dieléctrico).

13.29.3. Dimensiones

$$[\sigma'] = L^{-2} T I$$

13.29.4. Unidad SI

$$\boxed{C/m^2}$$

13.29.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Las mismas que para la densidad superficial de carga (sección 13.4.5.).

13.29.6. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar la fórmula del SI al sistema gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.30. POLARIZACIÓN MOLAR P_m

13.30.1. Observaciones y definición

«Es el momento dipolar por unidad de cantidad de sustancia».

13.30.2. Fórmulas

$$\vec{P}_m = \frac{\overrightarrow{dp}}{dn}$$

($\vec{p}$ = momento dipolar; n = cantidad de sustancia).

13.30.3. Dimensiones

$$[P_m] = L T I N^{-1}$$

13.30.4. Unidad SI

$$m \cdot s \cdot A/mol = C \cdot m /mol \quad \boxed{C \cdot m /mol}$$

13.30.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\text{UCGS de Gauss} \equiv \text{uee} = \frac{10^{-11}}{2{,}997\,924\,58}\,\text{USI} = 3{,}335\,64 \cdot 10^{-12}\,\text{USI} \approx \frac{1}{3 \cdot 10^{11}}\,\text{USI}$$

$$\text{uem} = \text{abcoulomb} \cdot \text{cm/mol} = 10^{-1}\,\text{USI}$$

$$\text{debye/mol} = 3{,}335\,64 \cdot 10^{-30}\,\text{USI} \approx \frac{1}{3 \cdot 10^{29}}\,\text{USI}$$

$e \cdot Å \cdot mol^{-1} = 1{,}602\ 177 \cdot 10^{-29}$ USI
$C \cdot in \cdot mol^{-1} = 25{,}4 \cdot 10^{-3}$ USI
$C \cdot ft \cdot mol^{-1} = 0{,}304\ 8$ USI

13.30.6. Nota para es sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar la fórmula del SI al sistema gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.31. MOMENTO CUADRIPOLAR, $\vec{\vec{Q}}$, Q_{ij}

13.31.1. Observaciones y definición

Se trata de un tensor simétrico de se gundo orden que viene dete rminado por una distribución de carga eléctrica en el espacio.

Dada una distribución de cargas, el tensor de orden cero es la c arga total (un escalar), el tensor de orden primero es el momento dipolar (un v ector), el tensor de orden segundo es el momento cuadripolar, y se puede seguir considerando orden tercero (momento octopolar), cuarto, etc.

La definición se da mediante las fórmulas.

13.31.2. Fórmulas

El momento cuadripolar es el tensor simétrico:

$$\vec{\vec{Q}} \equiv \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{23} \\ Q_{13} & Q_{23} & Q_{33} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xz} \\ Q_{xy} & Q_{yy} & Q_{yz} \\ Q_{xz} & Q_{yz} & Q_{zz} \end{pmatrix}$$

siendo las componentes diagonales (haciendo el cálculo en el or igen de coordenadas):

$$Q_{xx} = \sum q_i \, (3x_i^2 - r_i^2)$$

(y análogamente las otras dos Q_{yy}, Q_{zz}) y siendo las componentes no diagonales:

$$Q_{xy} = 3 \sum q_i \ x_i \ y_i$$

(y análogamente las otras dos Q_{xz}, Q_{yz}). También se puede definir por cálculo integral, si la distribución de carga es continua (q_i = carga de la partícula i; x_i, y_i, z_i = = coordenadas de la partícula i; r_i = módulo del vector posición o distancia de la partícula i al origen de coordenadas).

13.31.3. Dimensiones

$$[Q] = L^2\,T\,I$$

13.31.4. Unidad SI

$$m^2 \cdot s \cdot A = C \cdot m^2 = \boxed{C \cdot m^2}$$

13.31.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\text{UCGS de Gauss} \equiv \text{uee} \equiv \frac{10^{-13}}{2{,}997\,924\,58}\ \text{USI} \approx 3{,}335,\,64 \cdot 10^{-14}\ \text{USI} \approx$$

$$\approx \frac{1}{3 \cdot 10^{13}}\ \text{USI}$$

$$\text{uem} = 10^{-3}\ \text{USI}$$

13.31.6. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar la fórmula del SI al sistema gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.32. DENSIDAD DE ENERGÍA ELECTROSTÁTICA w (w_E, u_E)

13.32.1. Observaciones y definición

«Es la energía electrostática por unidad de volumen», dada como cociente de diferenciales en un punto del espacio vacío o de un material.

13.32.2. Fórmulas

$$w = \frac{dW}{d\tau} \qquad w = \frac{1}{2}\vec{E} \cdot \vec{D} \qquad w = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$$

la última fórmula es válida únicamente para materiales isótropos (en los que ε es un escalar) (W = energía electrostática; τ = volumen; $\vec{E}$ = campo eléctrico; $\vec{D}$ = = campo de inducción o desplazamiento eléctrico; ε = permitividad).

13.32.3. Dimensiones

$$[w_E] = L^{-1}\,M\,T^{-2}$$

13.32.4. Unidad SI

$$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2} \equiv J/m^3 \qquad \boxed{J/m^3}$$

13.32.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss= uee = uem= erg/cm^3 = 10^{-1} USI

y cualquier unidad de energía dividida por cualquier unidad de volumen.

13.32.6. Constantes y valores concretos

Densidad de energía electrostática entre las placas de un conde nsador cargado: $w_E \approx 1$ J/m^3.

13.32.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.33. MOVILIDAD (MOVILIDAD IÓNICA) μ, μ_+, μ_-

13.33.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre la v elocidad media que adquiere un portad or de car ga (electrones, iones, huecos, ...) y el campo eléctrico e xistente en el interior del material».

En los metales, en las disoluciones, en gases ionizados y muy particularmente en los semiconductores, es útil considerar la movilidad de los diferentes portadores, positivos y negativos.

13.33.2. Fórmulas

$$\vec{v} = \mu \vec{E} \qquad\qquad v = \mu E$$

(v = velocidad media; E = campo eléctrico). Si conviene especificar la carga del portador se escribe μ_+, μ_-. Muchas veces la movilidad de los portadores negativos es mayor que la de los positi vos, pues los portadores ne gativos suelen ser electrones.

13.33.3. Dimensiones

$$[\mu] = \mathrm{M}^{-1}\,\mathrm{T}^2\,\mathrm{I}$$

13.33.4. Unidad SI

$$\mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{s}^2 \cdot \mathrm{A} \equiv \boxed{\mathrm{m}^2/(\mathrm{V} \cdot \mathrm{s})}$$

13.33.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\text{UCGS de Gauss} \equiv \text{uee} = \frac{10^{-6}}{2{,}997\,924\,58}\,\text{USI} = 3{,}335\,64 \cdot 10^{-7}\,\text{USI} \approx \frac{1}{3 \cdot 10^{6}}\,\text{USI}$$

uem= 10^{4} USI
$cm^2/(V \cdot s) = 10^{-4}$ USI
$in^2/(V \cdot s) = 6{,}451\,6 \cdot 10^{-4}$ USI
$ft^2/(V \cdot s) = 9{,}290\,304 \cdot 10^{-2}$ USI

13.33.6. Constantes y valores concretos

Movilidad de los electrones en un semiconductor $\mu_- \approx 0{,}15$ USI
Movilidad de los huecos en un semiconductor $\mu_+ \approx 4{,}75 \cdot 10^{-2}$ USI

13.33.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.34. RELACIÓN DE MOVILIDAD *b*

13.34.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre las mo vilidades de los portadores ne gativos y positivos».

13.34.2. Fórmulas

La relación es:

$$b = \mu_- / \mu_+$$

que casi siempre es superior a la unidad (tienen mayor mo vilidad los portadores negativos, que suelen ser electrones).

13.34.3. Dimensiones

$$[b] = 1$$

13.34.4. Unidad SI

1

13.34.5. Constantes y valores concretos

Relación de movilidad para electrones y huecos en un semiconductor:

$$b = \frac{\mu_-}{\mu_+} = 3{,}16$$

13.34.6. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema gaussiano.

13.35. DENSIDAD DE CORRIENTE DE DESPLAZAMIENTO (CORRIENTE DE DESPLAZAMIENTO), CORRIENTE DE INDUCCIÓN ELÉCTRICA, $\partial D/\partial t$

13.35.1. Observaciones y definición

Según las ecuaciones de Maxwell, toda corriente eléctrica origin a un campo magnético cuyas líneas rodean a la corriente. Y el mismo efecto produce cualquier variación temporal del campo de inducción eléctrica (y por tanto, del campo eléctrico).

Por ello se define la *densidad de corriente de desplazamiento* como «la derivada parcial respecto al tiempo del campo de inducción eléctrica».

13.35.2. Fórmulas

Una de las cuatro ecuaciones de Maxwell, en el sistema internacional, es:

$$\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

($\vec{H}$ = campo magnético; $\vec{J}$ = densidad de corriente; $\vec{D}$ = campo de inducción eléctrica; $\partial\vec{D} / \partial t$ = densidad de corriente de desplazamiento).

13.35.3. Dimensiones

$$\left[\frac{\partial D}{\partial t}\right] = \mathrm{L}^{-2}\,\mathrm{I}$$

13.35.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{A/m^2}}$$

13.35.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\text{UCGS de Gauss} = \text{uee} = \frac{1}{4\pi \cdot 2{,}997\,924\,58 \cdot 10^5}\ \text{USI} = 2{,}654\,42 \cdot 10^{-7}\ \text{USI} \approx$$

$$\approx \frac{1}{12\pi \cdot 10^5}\ \text{USI}$$

$\text{uem} = 10^5 / 4\pi\ \text{USI}$
$\text{A/in}^2 = 1{,}550\,00 \cdot 10^3\ \text{USI}$
$\text{A/ft}^2 = 10{,}763\,91\ \text{USI}$

13.35.6. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud es diferente en las fórmulas del sistema CGS de Gauss y en las del SI. Al transformar las fórmulas del SI al sistema gaussiano, la magnitud $\partial \vec{D} / \partial t$ debe sustituirse por $(1 / 4\pi)\ \partial \vec{D} / \partial t$.

13.36. INDUCCIÓN MAGNÉTICA (O DENSIDAD DE FLUJO MAGNÉTICO), $\vec{B}$

13.36.1. Observaciones y definición

Inicialmente se llamó a esta magnitud *campo magnético* (y aún suele llamarse así en muchos trabajos, incluso en el presente libro). Actualmente se ha acordado asignar la denominación de *campo magnético* al campo $\vec{H}$ y llamar *inducción magnética* al campo $\vec{B}$. Esto no es del todo coherente, pues el campo $\vec{B}$ parece el responsable de las fuerzas sobre las cargas, análogamente a lo que ocurre con el campo eléctrico $\vec{E}$. Pero la decisión está tomada y aceptada.

El campo $\vec{B}$ origina fuerzas sobre las corrientes eléctricas (o lo que es igual, sobre las cargas eléctricas móviles), y en ello se basa su definición; «es un vector tal que la fuerza ejercida sobre un elemento de corriente es igual al producto vectorial de este elemento por la inducción magnética».

13.36.2. Fórmulas

Una inducción magnética $\vec{B}$ origina sobre un elemento de corriente la fuerza:

$$\vec{dF} = I\,\vec{d\ell} \wedge \vec{B}$$

y sobre una carga móvil:

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \wedge \vec{B}$$

que es la fuerza de Lorentz (F = fuerza; I = corriente; $\overrightarrow{d\ell}$ = elemento de longitud del conductor; q = carga; v = velocidad).

La denominación *densidad de flujo magnético* proviene del concepto de flujo magnético (sección 13.41), pues resulta que el flujo que atraviesa la unidad de superficie es el campo de inducción magnética $\vec{B}$.

13.36.3. Dimensiones

$$[B] = \mathrm{M\,T^{-2}\,I^{-1}}$$

13.36.4. Unidad SI

$$\mathrm{kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1} = V \cdot s/m^2 = Wb/m^2 = \boxed{(tesla)\ T}}$$

13.36.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss = uem = gauss = 10^{-4} USI
uee = 2,997 924 58 · 10^6 USI ≈ 3 · 10^6 USI
V · s/cm^2 = 10^4 USI
gamma = 10^{-9} USI
línea/m^2 = 10^{-8} USI
línea/cm^2 = 10^{-4} USI
línea/pulgada^2 = líne/in^{-2} = 1,550 00 · 10^{-5} USI
línea/pie^2 = líne/ft^{-2} = 1,076 391 · 10^{-7} USI

13.36.6. Constantes y valores concretos

Veamos el campo de inducción magnética en diversos casos:

Imán permanente común: $B \approx 1$ cT = 10^{-2} T

Electroimán potente: $B \approx 1$ T

Campo magnético terrestre en el observatorio del Ebro, Tortosa (España):

componente horizontal: $B_H = 0{,}24 \cdot 10^{-4}$ T

módulo: $B = 0{,}46 \cdot 10^{-4}$ T

inclinación sobre el horizonte: $\varphi = -32^\circ\ 46'$ (hacia el interior de la Tierra)

Campo magnético en el centro de una espira de 1 cm de radio con corriente de 1 A: $B = 6{,}28 \cdot 10^{-5}$ T

Campo magnético en la superficie de una estrella de neutrones: $B \approx 10^8$ T

Campo magnético en la bobina toroidal del ITER (Reactor Termonuclear Experimental Intenacional). $B = 5{,}68$ T

Campo magnético en los electroimanes de superconductores del acelerador LCH del CERN (Centro Europeo de Investigación en Física de Partículas): $B = 7$ T

13.36.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud es diferente en las fórmulas del sistema CGS de Gauss y en las del SI. Al transformar las fórmulas del SI al sistema gaussiano, la magnitud B debe sustituirse por B/c. (siendo c la velocidad de la luz en el vacío, $c = 2{,}997\,924\,58 \cdot 10^{10}$ en unidades CGS).

13.37. CAMPO MAGNÉTICO $\vec{H}$

13.37.1. Observaciones y definición

Anteriormente H recibió los nombres de *excitación magnética*, *campo imanador*, y también *inducción magnética*.

Una corriente eléctrica origina un campo magnético $\vec{H}$ (y también $\vec{B}$) que rodea a la corriente. El campo $\vec{H}$ se define, por tanto, haciendo referencia a las corrientes o cargas móviles que son su causa. Las ecuaciones de Maxwell o en forma más primitiva el teorema de Ampère y la primera ley de Laplace o la ley de Biot y Savart dan cuenta de estos hechos.

La definición de $\vec{H}$ es: «un vector cuyo rotocional es igual a la densidad de corriente, incluida la corriente de desplazamiento». Esto no es otra cosa que la lectura de la ecuación de Maxwell que veremos a continuación.

Mucho se especuló inicialmente acerca del magnetismo. Desde Maxwell sabemos que el campo magnético está inseparablemente unido al campo eléctrico y que la luz no es más que una onda en la que ambos campos oscilan conjuntamente y desde la Relatividad de Einstein se sabe que el campo magnético no es más que una consecuencia relativista del campo eléctrico.

13.37.2. Fórmulas

La ecuación de Maxwell que sirve para definir el campo magnético $\vec{H}$ es:

$$\overrightarrow{rot}\,\vec{H} = \vec{J} + \frac{\overrightarrow{\partial D}}{\partial t}$$

El teorema de Ampère es:

$$\oint \vec{H} \cdot \overrightarrow{dl} = I$$

la primera ley de Laplace (refrendada después por Biot y Savart) se expresa así, para el campo $\vec{H}$:

$$\overrightarrow{dH} = \frac{1}{4\pi} \frac{I\,\overrightarrow{dl} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$$

Una corriente superf icial uniforme que recorre una placa conduc tora con densidad lineal de corriente $\vec{K}$, crea un campo magnético $\vec{H}$ según la fórmula:

$$\vec{K} = \vec{H} \wedge \vec{u}_s$$

y para una carga puntual móvil, el campo creado es:

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{Q\,\vec{v} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$$

estando todo ello incluido entre las consecuencias de la ecuación de Maxwell citada arriba.
($\vec{J}$ = densidad de corriente, $\vec{\partial D}/\partial t$ = corriente de desplazamiento; $\vec{dl}$ = elemento de línea; I = corriente rodeada por la línea en el teorema de Ampère, corriente creadora del campo en la le y de Laplace; Q = carga; v = velocidad; $\vec{u}_r$ = vector unitario radial; r = distancia del elemento de corriente al punto en que se calcula el campo magnético; $\vec{u}_s$ = vector unitario normal a la superficie).

13.37.3. Dimensiones

$$[H] = \mathrm{L}^{-1}\,\mathrm{I}$$

13.37.4. Unidad SI

A/m

13.37.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss ≡ uem = Oe = Oersted = $\frac{10^3}{4\pi}$ USI ≈ 79, 578 USI

uee = 2, 654 42 · 10^{-9} USI ≈ $\frac{1}{12\pi \cdot 10^7}$ USI

Ampère · vuelta/cm = 10^2 USI
Ampère · vuelta/pulgada = 39,370 08 USI
Ampère · vuelta/pie = 3,280 84 USI

13.37.6. Constantes y valores concretos

Campo magnético en el centro de una espira circular de radio 1cm por lo que circula una corriente de 1 A.

$$H = 50 \text{ USI}$$

13.37.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud es diferente en las fórmulas del sistema CGS de Gauss y en las del SI. Al transformar las fórmulas del SI al sistema gaussiano, la magnitud H debe sustituirse por $Hc/4\pi$ (siendo $c = 2{,}997\ 924\ 58 \cdot 10^{10}$ en unidades CGS).

13.38. PERMEABILIDAD DEL VACÍO (PERMEABILIDAD MAGNÉTICA DEL VACÍO, CONSTANTE MAGNÉTICA O PERMEABILIDAD ABSOLUTA), μ_o

13.38.1. Observaciones y definición

Es una de las constantes universales de la Física. Se define como «El cociente entre la inducción magnética y el campo magnético en el vacío». (Hay autores que dudan de si μ_o tiene significado físico, y consideran a esta magnitud como un mero artificio para conseguir la coherencia del Sistema Internacional; lo mismo ocurre con la permitividad del vacío, que es otra constante universal).

13.38.2. Fórmulas

La fórmula utilizada en la definición es, para el vacío:

$$\vec{B} = \mu_o \vec{H} \qquad B = \mu_o H \qquad \mu_o = \frac{B}{H}$$

($\vec{B}$ = inducción magnética; $\vec{H}$ = campo magnético).

En la creación del campo de inducción magnética por cargas móviles o corrientes interviene la permeabilidad magnética; la primera ley de Laplace para el vacío se expresa así en el SI:

$$\vec{dB} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I\,\vec{d\ell} \wedge \vec{u_r}}{r^2}$$

(I = intensidad de corriente; $\vec{d\ell}$ = elemento del hilo conductor; $\vec{u_r}$ = vector unitario radial; r = distancia del elemento del conductor al punto en que se calcula el campo de inducción magnética).

13.38.3. Dimensiones

$$[\mu_o] = \mathrm{L\ M\ T^{-2}\ I^{-2}}$$

13.38.4. Unidad SI

$\mathrm{m \cdot kg \cdot s^{-2} A^{-2} \equiv V \cdot s/(A \cdot m) \equiv T \cdot m/A \equiv H/m}$ $\boxed{\text{H/m}}$ (henry o henrio, por metro)

13.38.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

(Véase sección 13.38.7)

henrios/pulgada = H · in^{-1} = 39, 370 08 USI
henrios/pie = H · ft^{-1} = 3, 280 84 USI

13.38.6. Constantes y valores concretos

Permeabilidad magnética del vacío o permeabilidad absoluta (constante universal):

$$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ USI} = 12,\ 566\ 370\ 614\ 4 \cdot 10^{-7} \text{ USI}$$

13.38.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no figura en las fórmulas del sistema Gauss; sólo figura en el SI. Al transformar las formulas del SI al sistema gaussiano, la magnitud μ_o debe sustituirse por $4\pi/c^2$ (siendo $c = 2,\ 997\ 924\ 58 \cdot 10^{10}$ UCGS).

Por ejemplo, la primera ley de Laplace se transforma así:

(en SI) $$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I\,\overrightarrow{d\ell} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$$

(en CGS de Gauss) $$\overrightarrow{dB} = \frac{1}{c} \frac{I\,\overrightarrow{d\ell} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$$

(en donde se ha sustituido B por B/c y μ_0 por $4\pi/c^2$)

13.39. PERMEABILIDAD (PERMEABILIDAD MAGNÉTICA) (de un medio material), μ

13.39.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre la inducción magnética y el campo magnéti co en un medio material». Esta definición sólo es válida para un medio isótopo. De lo contrario μ es un tensor que se define mediante la fórmula que damos a continuación. Es una magnitud característica de cada material, que determina sus propiedades magnéticas.

13.39.2. Fórmulas

Si un medio material presenta comportamiento lineal, existe proporcionalidad entre la inducción magnética y el campo magnético. La constante de proporcionalidad define la *permeabilidad magnética*:

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

($\vec{B}$ = inducción magnética; $\vec{H}$ = campo magnético). Para materiales no isótropos, $\bar{\mu}$ es un tensor de segundo orden, por lo que $\vec{B}$ y $\vec{H}$ no tienen en general la misma dirección. Para medios isótropos μ es simplemente un escalar y entonces $\vec{B}$ y $\vec{H}$ coinciden en dirección y sentido.

La permeabilidad magnética es una propiedad del material relacionada con el mayor o menor grado de polarización que puede adquirir por la acción de un campo magnético, es decir, se relaciona con la susceptibilidad magnética (véase la sección 13.50, correspondiente a esta magnitud).

Generalmente la permeabilidad de un material se expresa haciendo referencia a la del vacío:

$$\mu = \mu_r \, \mu_o$$

(μ_r = permeabilidad relativa; μ_o = permeabilidad del vacío).

13.39.3. Dimensiones

$$[\mu] = \mathrm{L\ M\ T^{-2}\ I^{-2}}$$

13.39.4. Unidad SI

$\mathrm{m \cdot kg \cdot s^{-2}\ A^{-2}} \equiv \mathrm{V \cdot s/(A \cdot m)} \equiv$ $\boxed{\mathrm{H/m}}$ (henry o henrio, por metro)

13.39.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

(véase sección 13.39.7)

henrio/pulgada = $\mathrm{H \cdot in^{-1}}$ = 39, 370 08 USI
henrio/pie = $\mathrm{H \cdot ft^{-1}}$ = 3, 280 84 USI

13.39.6. Constantes y valores concretos

Permeabilidad de distintos tipos de sustancias:

(diamagnéticas) $\mu < \mu_o$
(paramagnéticas) $\mu > \mu_o$
(ferromagnéticas) $\mu >> \mu_o$ (y además μ varía considerablemente con H)

(pueden verse algunos valores concretos en la sección 13.40.5).

13.39.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud es diferente en las fórmulas del sistema CGS de Gauss y en las del SI. Al transformar las fórmulas del SI al sistema gaussiano, la magnitud μ

debe sustituirse por $4\pi\,\mu_r/c^2$. (μ_r = permeabilidad relativa; $c = 3 \cdot 10^{10}$ UCGS). Por ejemplo, en un medio material los campos $\vec{B}$ y $\vec{H}$ se relacionan así:

(en SI) $\quad \vec{B} = \mu\,\vec{H} = \mu_r\,\mu_o\,\vec{H}$
(en CGS de Gasuss) $\quad \vec{B} = \mu_r\,\vec{H}$

13.40. PERMEABILIDAD (MAGNÉTICA) RELATIVA μ_r (μ')

13.40.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre las permeabilidad de un material y la del vacío».

13.40.2. Fórmulas

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_o} \qquad\qquad \mu = \mu_r\,\mu_o$$

(μ = permeabilidad del material; μ_o = permeabilidad del vacío).

13.40.3. Dimensiones

$$[\mu_r] = 1$$

13.40.4. Unidad SI

1

13.40.5. Constantes y valores concretos

Permeabilidad relativa de algunas sustancias

Diamagnéticas ($\mu_r < 1$)	agua, etanol	$\mu_r \approx 1 - 9 \cdot 10^{-6}$
	bismuto	$\mu_r \approx 1 - 9 \cdot 10^{-4}$
Vacío		$\mu_r = 1$
Paramagnéticas ($\mu_r > 1$)	aire	$\mu_r = 1 + 0{,}36 \cdot 10^{-6}$
	cloruro férrico	$\mu_r = 1 + 22 \cdot 10^{-6}$
	cromo	$\mu_r = 1 + 326 \cdot 10^{-6}$
Ferromagnéticas ($\mu_r >> 1$)	Fe fundido (con C)	$\mu_r \approx 5 \cdot 10^3$
	Aleaciones (Fe, Ni, Co, Mo, Mn)	$\mu_r \approx 10^5$

Puede decirse que la materia es naturalmente diamagnética. Así se comportan la mayoría de los materiales; sólo unos pocos son paramagnético s (Al, Pt, Pd,

Cr, Mn, O_3, O_2), y muy pocos ferromagnéticos. Estos últimos son los más importantes en la tecnología actual. Los materiales ferromagnétic os dejan de serlo (pasando a ser paramagnéticos) por encima de la temperatura de Curie.

13.40.6. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al S istema CGS gaussiano.

13.41. FLUJO MAGNÉTICO Φ

13.41.1. Observaciones y definición

«Es el flujo del vector inducción magnética a través de una superficie».

Se trata de una magnitud de mucho interés en Electromagnetismo, y muy particularmente en Electrotecnia. En circuitos magnéticos, el fl ujo magnético hace un papel análogo a la corriente eléctrica en los circuitos eléctricos, aunque no hay nada material que se desplace con el flujo magnético.

13.41.2. Fórmulas

A través de una superficie, infinitesimal o finita, el flujo magnético es:

$$d\Phi = \vec{B} \cdot \vec{dS} \qquad\qquad \Phi = \iint_s \vec{B} \cdot \vec{dS}$$

($\vec{B}$ = campo de inducción magnética; S = superficie). El flujo magnético a través de una superficie cerrada es siempre nulo. El campo $\vec{B}$ no tiene fuentes ni sumideros, sus líneas son cerradas. Esto se e xpresa mediante el conc epto de di vergencia (flujo saliente por unidad de volumen):

$$\text{div}\, \vec{B} = 0$$

Esta es una de las cuatro ecuaciones de Maxwell.

13.41.3. Dimensiones

$$[\Phi] = L^2\, M\, T^{-2}\, I^{-1}$$

13.41.4. Unidad SI

$$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1} \equiv \quad T \cdot m^2 \quad \equiv \quad \boxed{\text{Wb}}$$

(weber) (en español se pronuncia béber)

13.41.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss = uem = gauss · cm^2 = maxwell = 10^{-8} USI
uee = 2, 997 924 58 · 10^2 USI ≈ 300 USI
gauss · $pulgada^2$ = 6, 451 6 · 10^{-8} USI
gauss · pie^2 = 9,290 304 · 10^{-6} USI

13.41.6. Constantes y valores concretos

Flujo magnético que atra viesa una bobina de 100 espiras por la que circula una corriente del orden de 1 A:

$$\Phi \approx 10^{-6} \text{ Wb}$$

Flujo magnético que recorre un núcleo férrico en un transforma dor de poca potencia:

$$\Phi \approx 10^{-2} \text{ Wb}$$

13.41.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud es diferente en las fórmulas del sistema CGS de Gauss y en las del SI. Al transformar las fórmulas del SI al sistema g aussiano, la magnitud Φ debe sustituirse por Φ/c (siendo c = 2,997 924 58 · 10^{10}). Por ejemplo, la ley de Faraday de la inducción eletromagnética es así:

(para el SI) $$E = -\frac{d\Phi}{dt}$$

(para el CGS de Gauss) $$E = -\frac{1}{c}\frac{d\Phi}{dt}$$

(E = fuerza electromotriz).

En cambio, la definición de flujo magnético presenta la misma fórmula, para el SI y para el CGS gaussiano:

$$d\Phi = \vec{B} \cdot \overrightarrow{dS}$$

13.42. INDUCTANCIA PROPIA. AUTOINDUCTANCIA (COEFICIENTE DE AUTOINDUCCIÓN) (AUTOINDUCCIÓN) (de un circuito o de un sistema eléctrico), *L*

13.42.1. Observaciones y definición

Si una corriente recorre un circuito, produce un flujo magnético que atraviesa al propio circuito. Existe proporcionalidad entre el flujo magn ético y la corrien-

te que lo produce, llamándose *autoinductancia* (o *autoinducción*), a la constante de proporcionalidad.

La autoinductancia de una espira se define como «el cociente del flujo magnético que atraviesa la espira debido a la corriente que la recorre y la corriente citada».

13.42.2. Fórmulas

$$\Phi = L\,I$$

(Φ = flujo magnético que atraviesa el circuito, producido por la corriente I que lo recorre).

13.42.3. Dimensiones

$$[L] = \mathrm{L^2\,M\,T^{-2}\,I^{-2}}$$

13.42.4. Unidad SI

$\mathrm{m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}} \equiv$ Wb/A $\equiv$ H (henrio, henry)

13.42.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss = uem = abhenry $\equiv 10^{-9}$ USI
uee = stathenry = $(2,997\,924\,58)^2 \cdot 10^{-11}$ USI $\approx 9 \cdot 10^{-11}$ USI

13.42.6. Constantes y valores concretos

Autoinductancia (autoinducción) de una bobina de longitud 10 cm y sección 2 $\mathrm{cm^2}$ que posee 100 espiras:

$$L = 8\pi \cdot 10^{-6}\ \mathrm{USI} = 8\pi\ \mu\mathrm{H}$$

13.42.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud es diferente en las fórmulas del sistema CGS de Gauss y en las del SI. Al transformar las fórmulas del SI al sistema gaussiano, la magnitud L debe sustituirse por L/c^2 (siendo $c = 2{,}997\,924\,58 \cdot 10^{10}$ UCGS).

Por ejemplo, la fuerza electromotriz producida por la variación de la corriente en un circuito es:

(para el SI) $$E = -L\frac{dI}{dt}$$

(para CGS de Gauss) $$E = -\frac{1}{c^2}L\frac{dI}{dt}$$

(E = fuerza electromoatriz; I = intensidad de corriente; t = tiempo).

13.43. INDUCTANCIA MUTUA (COEFICIENTES DE INDUCCIÓN MUTUA) L_{ij}, M_{ij}, M

13.43.1. Observaciones y definición

Si existen varios circuitos eléctricos en una re gión, la corriente de cada uno de ellos produce un campo magnético y, como consecuencia, un flujo magnético que atraviesa cada uno de los demás circuitos. El flujo que atr aviesa uno de los circuitos es proporcional a cada una de las corrientes que circulan por los demás, llamándose inductancia mutua (o coeficiente de inducción mutua) a cada una de las constantes de proporcionalidad.

Para dos espiras se def ine la inductancia mutua como «el cocien te del flujo magnético a tra vés de una espira debido a la corriente que reco rre la otra, y la corriente citada».

13.43.2. Fórmulas

Para dos circuitos se tiene:

$$\Phi_{12} = L_{12}\, I_2 \qquad\qquad \Phi_{21} = L_{21}\, I_1$$
$$L_{12} = L_{21} \equiv M$$

y por ejemplo para tres circuitos:

$$\begin{array}{lll} \Phi_{12} = L_{12}\, I_2 & & \Phi_{21} = L_{21}\, I_1 \\ \Phi_{13} = L_{13}\, I_3 & & \Phi_{31} = L_{31}\, I_1 \\ \Phi_{23} = L_{23}\, I_3 & & \Phi_{32} = L_{32}\, I_2 \\ L_{12} = L_{21} & L_{13} = L_{31} & L_{23} = L_{32} \end{array}$$

Siendo el flujo total que atraviesa el circuito 1:

$$\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12} + \Phi_{13} = L_{11}\, I_1 + L_{12}\, I_2 + L_{13}\, I_3$$

y análogamente para los otros dos circuitos.

En general se puede aplicar la notación sumatoria de Einstein:

$$\Phi_{ij} = L_{ij}\ I_j$$

(Φ_{ij} = flujo que atraviesa el circuito i debido a la corriente del circuito j; $L_{ij} = L_{ji}$ = = inductancia mutua entre los circuitos i, j; $L_{11} = L$ = autoinductancia del circuito 1; I_i = corriente que recorre el circuito i).

13.43.3. Dimensiones

$$[M] = \mathrm{L}^2\ \mathrm{M}\ \mathrm{T}^{-2}\ \mathrm{I}^{-2}$$

13.43.4. Unidad SI

$$\text{Wb/A} \equiv \boxed{\text{H}} \qquad \text{(henrio o henry)}$$

13.43.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

(como la autoinductancia L, sección anterior)

13.43.6. Constantes y valores concretos

Entre dos bobinas coaxiales M puede ser del orden del microhenrio; o mayor, si es grande el número de espiras.

13.43.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud es diferente en las fórmulas del sistema CGS de Gauss y en las del SI. Al transformar las fórmulas del SI al sistema gaussiano, la magnitud M debe sustituirse por M/c^2 (siendo $c = 2{,}997\,924\,58 \cdot 10^{10}$ UCGS).

13.44. FACTOR DE ACOPLAMIENTO *k* (*κ*)

13.44.1. Observaciones y definición

Es una magnitud que relaciona la inductancia mutua de dos circuitos y la autoinductancia de cada uno de ello, según la definición contenida en la fórmula.

13.44.2. Fórmulas

Para dos circuitos se define:

$$k = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

(L_{12} = inductancia mutua; L_1, L_2 = autoinductancia del circuito 1 y del circuito 2).

13.44.3. Dimensiones

$$[k] = 1$$

13.44.4. Unidad SI

$$\boxed{1}$$

13.44.5. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al sistema CGS gaussiano.

13.45. FACTOR DE DISPERSIÓN σ

13.45.1. Observaciones y definición

Se relaciona con el coeficiente de acoplamiento por la fórmula de definición.

13.45.2. Fórmulas

$$\sigma = 1 - k^2$$

(k = coeficiente de acoplamiento). Son magnitudes adimensionales.

13.45.3. Dimensiones

$$[\sigma] = 1$$

13.45.4. Unidad SI

1

13.45.5. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema CGS gaussiano.

13.46. POTENCIAL VECTOR MAGNÉTICO, $\vec{A}$

13.46.1. Observaciones y definición

«Es una magnitud vectorial cuyo rotacional es la inducción magnética».

En el caso sencillo, una carga móvil o una corriente origina un campo vectorial $\vec{A}$. El rotacional de dicho campo es precisamente el campo de indu cción magnética $\vec{B}$.

13.46.2. Fórmulas

Por la definición:

$$\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{A} = \vec{B}$$

Se ve, por tanto, que el campo $\vec{B}$ es un campo de rotacionales, y por ende ha de tener di vergencia nula: no puede tener manantiales ni sumider os. (Esto es cierto mientras no e xistan partículas en la Naturaleza que cont engan «monopolos» magnéticos, nunca encontrados hoy por hoy).

Por otra parte, si en un punto del espacio se produce una variación del campo $\vec{A}$, se origina un campo eléctrico, de acuerdo con la fórmula:

$$\vec{E} = \overrightarrow{\text{grad}}\ V - \frac{\overrightarrow{\partial A}}{\partial t}$$

que tomando rotacionales en ambos miembros, nos lleva a la ecuación de Maxwell;

$$\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{E} = -\frac{\overrightarrow{\partial B}}{\partial t}$$

(V = potencial eléctrico; $\vec{A}$ = potencial vector magnético; $\vec{E}$ = campo eléctrico; $\vec{B}$ = campo de inducción magnética; t = tiempo).

En el caso más sencillo, una carga móvil crea en el vacío un campo potencial vector $\vec{A}$:

$$\vec{A} = \frac{\mu_o}{4\pi}\ \frac{Q\vec{v}}{r^2}$$

(μ_o = permeabilidad del vacío; Q = carga móvil; v = velocidad; r = distancia de la carga al punto de cálculo).

13.46.3. Dimensiones

$$[A] = \text{L M T}^{-2}\ \text{I}^{-1}$$

13.46.4. Unidad SI

$$\text{m} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1} \equiv \text{V} \cdot \text{s/m} \equiv \boxed{\text{T} \cdot \text{m}} \qquad \text{(tesla metro)}$$

13.46.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss = uem = 10^{-6} USI
uee = 2, 997 924 58 $\cdot 10^4$ USI $\approx 3 \cdot 10^4$ USI
gauss $\cdot$ m = 10^{-4} USI
gauss $\cdot$ in = 2, 54 $\cdot 10^{-6}$ USI
gauss $\cdot$ ft = 3, 048 $\cdot 10^{-5}$ USI
T $\cdot$ in = 2, 54 $\cdot 10^{-2}$ USI
T $\cdot$ ft = 3,048 $\cdot 10^{-1}$ USI

13.46.6. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud es diferente en las fórmulas del sistema CGS de Gauss y en las del SI. Al transformar las fórmulas del SI al sistema gaussiano, la magnitud A debe sustituirse por A/c (siendo c = 2, 997 924 58 $\cdot 10^{10}$ UCGS).

13.47. MOMENTO MAGNÉTICO $\vec{m}$

13.47.1. Observaciones y definición

También se puede decir *momento dipolar magnético.*

Es una magnitud análog a al momento dipolar eléctrico. Mientras un dipolo eléctrico en presencia de un campo eléctrico e xperimenta un par de fuerzas orientador, del mismo modo un dipolo magnético en presencia de u n campo de inducción magnética $\vec{B}$ experimenta un par de fuerzas que igualmente tiende a orientarlo en la dirección y sentido del campo.

Un dipolo eléctrico viene caracterizado por su momento dipolar eléctrico. Del mismo modo, un dipolo magnético se caracteriza por su *momento magnético*. El momento magnético se def ine como «un v ector cuyo producto vectorial por la inducción magnética es igual al momento del par».

13.47.2. Fórmulas

El par orientador que un campo de inducción magnética origina s obre un dipolo magnético es, según lo dicho:

$$\vec{M} = \vec{m} \wedge \vec{B} \tag{1}$$

y esta fórmula sirve para definir el momento magnético $\vec{m}$.

En cuanto a la materialización de un dipolo magnético, desde luego no es un par de cargas magnéticas opuestas separadas por una cierta distancia, puesto que no se han encontrado car gas magnéticas (monopolos) en la Natura leza, hasta la fecha. El dipolo magnético más sencillo es una pequeña espira p lana recorrida por una corriente; su momento magnético es:

$$\vec{m} = I\,\vec{S}$$

(I = corriente eléctrica que recorre la espira; S = área de la esp ira, vector cuyo sentido está dado por la re gla de Maxwell del tornillo, considerando el sentido de la corriente). Un sistema o circuito que contenga varias espiras (bobinas, solenoides, etc.) o un imán permanente (material imanado) viene caracterizado por su momento magnético se gún la def inición dada por la fórmula (1). Por ello la brújula se orienta en el campo de inducción magnética de la Tierra.

Los electrones en el átomo, además de sus propiedades cuánticas, poseen un comportamiento análogo a corrientes que recorren espiras, por lo que tienen «momento magnético orbital» y «momento magnético de spin». Lo mismo ocurre con el núcleo atómico y los nucleones y las demás par tículas elementales. El hecho de que el neutrón teng a momento magnético si n tener carga eléctrica era un enigma sin resolv er hasta mediados de la década de 1960; la solución al enigma fue hallada al descubrirse que el n eutrón contiene

tres quarks, que sí tienen carga eléctrica, aunque su suma sea nula (u, d, d; con cargas $\frac{2}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0$; en función de la carga fundamental e) .

Como ejemplo, podemos considerar el momento magnético del electrón en función de su momento cinético:

$$\vec{m} = -\frac{e}{2m_e}\vec{L}$$

(e = carga elemental; m_e = masa del electrón; L = momento cinético).

(Aunque no vemos utilidad, hemos de advertir que se emplea también otra definición de momento magnético, que realmente es otra magnitud, al introducir la permeabilidad magnética del vacío como factor, es decir, se escribe: $\vec{j} = \mu_o \vec{m}$. En este libro no usamos la magnitud $\vec{j}$, sino la $\vec{m}$, definida como se ha dicho arriba).

13.47.3. Dimensiones

$$[m] = \mathrm{L}^2\ \mathrm{I}$$

13.47.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{A \cdot m^2}}$ (amperio metro cuadrado)

13.47.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss = uem = 10^{-3} USI

$$\text{uee} = \frac{10^{-13}}{2{,}997\,924\,58}\ \text{USI} = 3,\,335\,64 \cdot 10^{-14}\ \text{USI} \approx \frac{1}{3 \cdot 10^{13}}\ \text{USI}$$

$\mathrm{A \cdot in^2} = 6,\,451\,6 \cdot 10^{-4}$ USI
$\mathrm{A \cdot ft^2} = 9,\,290\,304 \cdot 10^{-2}$ USI

13.47.6. Constates y valores concretos

Momento magnético de una brújula ordinaria	$m = 10^{-2}$ USI
Momento magnético del protón	$m = 1{,}41 \cdot 10^{-26}$ USI
Momento magnético del neutrón	$m = 9{,}75 \cdot 10^{-27}$ USI
Momento magnético del electrón	$m = 9{,}28 \cdot 10^{-24}$ USI
Momento magnético de la Tierra	$m = 8 \cdot 10^{22}$ USI

El magnetón de Bohr y el magnetón nuclear son constantes cuyos momentos magnéticos son:

Magnetón de Bohr $m\ (\mu_B) = 9,\,27 \cdot 10^{-24}$ USI
Magnetón nuclear $m\ (\mu_N) = 5,\,05 \cdot 10^{-27}$ USI

13.47.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud es diferente en las fórmulas del sistema CGS de Gauss y en las del SI. Al transformar las fórmulas del SI al sistema gaussiano, la magnitud debe sustituirse por *mc* (siendo *c* la velocidad de la luz en el v acío = 2, 997 924 58 · 10^{10} cm/s).

13.48. IMANACIÓN $\vec{M}$, ($\vec{H}_i$)

13.48.1. Observaciones y definición

Se trata del concepto de densidad de momento magnético, es decir, el «momento magnético existente en la unidad de volumen».

La imanación de un material se produce como consecuencia de la acción de un campo magnético, y en principio se puede considerar la proporcionalidad entre el campo magnético aplicado y la polarización magnética producida (materiales lineales).

Esto no es cierto, sin embargo, para materiales no lineales, como el caso de los ferromagnéticos, y en particular para la imanación permanent e, por debajo de la temperatura de Curie, lo que precisamente da lug ar a impor tantes aplicaciones de la actual tecnología, las grabaciones magnéticas de todo tipo.

Considerando la proporcionalidad, se da una def inición sencilla, que es lo que actualmente se admite: la podemos ver en las fórmulas.

13.48.2. Fórmulas

El concepto de imanación en un punto de un material es:

$$\vec{M} = \frac{\overrightarrow{dm}}{d\tau}$$

($\vec{m}$ = momento magnético, τ = volumen). Veamos algunas fórmulas que relacionan los campos $\vec{M}$, $\vec{B}$, $\vec{H}$:

$$\vec{B} = \mu_o \vec{H} + \mu_o \vec{M}$$

La definición de *imanación* se da despejando:

$$\vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu_o} - \vec{H}$$

y cuando se cumple la proporcionalidad entre el campo magnético y la imanación (para un comportamiento lineal) se tienen las fórmulas:

$$\vec{M} = \kappa \vec{H}$$
$$\vec{B} = \mu_o \vec{H} + \mu_o \kappa \vec{H} = \mu_o (1 + \kappa) \vec{H} = \mu \vec{H}$$
$$\mu = \mu_o (1 + \kappa) \qquad \mu_r = 1 + \kappa$$

($\vec{H}$ campo magnético; $\vec{B}$ = campo de inducción magnética; μ = permeabilidad magnética; μ_o = permeabilidad magnética del vacío; κ = susceptibilidad magnética; μ_r = permeabilidad magnética relativa).

13.48.3. Dimensiones

$$[M] = \mathrm{L}^{-1}\,\mathrm{I}$$

13.48.4. Unidad SI

A/m

13.48.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss = uem= 10^3 USI

$$\text{uee} = \frac{10^{-7}}{2{,}997\,924\,58}\ \text{USI} = 3,\,335\,64 \cdot 10^{-8}\ \text{USI} \approx \frac{1}{3 \cdot 10^{-7}}\ \text{USI}$$

13.48.6. Constantes y valores concretos

Imanación de un imán permanente medio	$M \approx 10^4$ A/m
Temperatura de Curie del Fe	$T = 769$ °C
Temperatura de Curie del Ni	$T = 356$ °C
Temperatura de Curie del Co	$T = 1\,130$ °C

13.48.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud es diferente en las fórmulas del sistema CGS de Gauss y en las del SI. Al transformar las fórmulas del SI al sistema gaussiano, la magnitud M debe sustituirse por Mc (siendo $c = 2,\,997\,924\,58 \cdot 10^{10}$ UCGS).

13.49. POLARIZACIÓN MAGNÉTICA (O INDUCCIÓN MAGNÉTICA INTRÍNSECA), $\vec{J}$, $\vec{B}_i$

13.49.1. Observaciones y definición

Se trata de otra forma de expresar la imanación que existe en un punto de un material. (A veces se confunde con la imanación. Realmente no añade nada nuevo.)

La definición se da por las fórmulas que vamos a ver.

13.49.2. Fórmulas

$$\vec{J} = \mu_o \vec{M} \qquad \vec{B} = \mu_o \vec{H} + \vec{J} \qquad \vec{J} = \vec{B} - \mu_o \vec{H}$$

la última expresión se ha adoptado como definición de la polarización magnética ($\vec{M}$ = imanación; $\vec{B}$ = inducción magnética; $\vec{H}$ = campo magnético; μ_o = permeabilidad del vacío).

13.49.3. Dimensiones

$$[J] = \mathrm{M\,T^{-2}\,I^{-1}}$$

13.49.4. Unidad SI

$$\mathrm{kg \cdot s^{-2}\ A^{-1}} \equiv \mathrm{V \cdot s \cdot m^{-2}} \equiv \mathrm{Wb/m^2} \equiv \boxed{\mathrm{T}} \quad \text{(tesla)}$$

13.49.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss ≡ uem = 10^{-4} USI
uee = $4\pi\, 10^{-4}$ USI

13.49.6. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud es diferente en las fórmulas del sistema CGS de Gauss y en las del SI. Al transformar las fórmulas del SI al sistema gaussiano, la magnitud J debe sustituirse por $4\pi J/c$.

13.50. SUSCEPTIBILIDAD MAGNÉTICA, κ, χ_m

13.50.1. Observaciones y definición

La susceptibilidad es una magnitud característica del material, que indica cuantitativamente la posibilidad de adquirir imanación por la acción de un campo magnético: a mayor susceptibilidad corresponde mayor imanación al actuar el mismo campo magnético (para el comportamiento lineal).

La definición de la susceptibilidad magnética se expresa por la fórmula que la relaciona con la permeabilidad magnética del material: «es la permeabilidad relativa menos uno». Lo vemos a continuación.

13.50.2. Fórmulas

Para materiales lineales:

$$\vec{M} = \kappa \vec{H} \qquad \mu = \mu_o\,(1 + \kappa) \qquad \mu_r = 1 + \kappa \qquad \kappa = \mu_r - 1$$

La última de estas fórmulas se ha adoptado como definición de susceptibilidad magnética (M = imanación; μ = permeabilidad magnética; μ_o = permeabilidad magnética del vacío; μ_r = permeabilidad magnética relativa; $\vec{H}$ = campo magnético).

Una clasificación simple de los materiales es la siguiente:

Tipo de material	κ	μ_r	μ
diamagnético	< 0	< 1	$\mu < \mu_o$
paramagnético	> 0	> 1	$\mu > \mu_o$
ferromagnético	$>> 0$	$>> 1$	$\mu >> \mu_o$

13.50.3. Dimensiones

$$[\kappa] = 1$$

13.50.4. Unidad SI

1

13.50.5. Constantes y valores concretos

Susceptibilidad magnética de algunas sustancias:

Diamagnéticas ($\kappa < 0$)	Cu	$\kappa = -0{,}9 \cdot 10^{-5}$
	Pb	$\kappa = -1{,}7 \cdot 10^{-5}$
Vacío		$\kappa = 0$
Paramagnéticas ($\kappa > 0$)	Aℓ	$\kappa = 2 \cdot 10^{-5}$
	Pt	$\kappa = 29 \cdot 10^{-5}$
Ferromagnéticas ($\kappa >> 0$)	Fe fundido (con C)	$\kappa \approx 5 \cdot 10^{3}$
	Aleaciones (Fe, Ni, Co, Mo, Mn)	$\kappa \approx 10^{5}$

En las aplicaciones técnicas actuales (informática, grabaciones magnéticas de todo tipo) son los materiales ferromagnéticos en todas sus variantes los que juegan el papel fundamental.

13.50.6. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud es diferente en las fórmulas del sistema CGS de Gauss y en las del SI. Al transformar las fórmulas del SI al sistema gaussiano, la magnitud se debe sustituir por $4\pi\ \kappa$.

13.51. DENSIDAD DE CORRIENTE FICTICIA DE IMANACIÓN J_m, (J')

13.51.1. Observaciones y definición

Un material imanado posee un gran número de corrientes cerradas microscópicas orientadas (los momentos magnéticos de los electrones y núcleos).

Se puede considerar «corrientes f icticias de imanación», que serán rodeadas por las líneas del campo de imanación $\vec{M}$ (de la misma forma que las corrientes reales son rodeadas por las líneas del campo magnético $\vec{H}$). Ello se expresa por medio del rotacional, como vamos a ver en las fórmulas.

13.51.2. Fórmulas

Sabemos que la relación entre las corrientes reales y el campo magnético que producen es, según las ecuaciones de Maxwell:

$$\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{H} = \vec{J}$$

y de la misma forma el campo de imanación $\vec{M}$ puede considerarse creado por las corrientes ficticias:

$$\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{M} = \vec{J}_m$$

esto constituye la def inición de la densidad de corriente f icticia de imanación. ($\vec{H}$ = campo magnético; $\vec{J}$ = densidad de corriente; $\vec{M}$ = imanación.)

13.51.3. Dimensiones

$$[J_m] = \mathrm{L}^{-2}\ \mathrm{I}$$

13.51.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{A/m^2}}$$

13.51.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\text{UCGS de Gauss= uee} = \frac{10^{-5}}{2{,}997\,924\,58}\ \text{USI} = 3{,}335\,64 \cdot 10^{-6}\ \text{USI} \approx \frac{1}{3 \cdot 10^5}\ \text{USI}$$

$$\text{uem} = 10^5\ \text{USI}$$

$$\text{A/pulgada}^{\,2} = \text{A} \cdot \text{in}^2 = 1{,}550\,00 \cdot 10^3\ \text{USI}$$

$$\text{A/ pie}^{\,2} = \text{A} \cdot \text{ft}^{-2} = 10{,}763\,910\ \text{USI}$$

13.51.6. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema CGS gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.52. DENSIDAD LINEAL DE CORRIENTE FICTICIA DE IMANACIÓN K_m, A_m

13.52.1. Observaciones y definición

Tal como vimos en la sección anterior, un material imanado posee corrientes cerradas microscópicas orientadas (los momentos magnéticos de e lectrones y núcleos). Es como si por la superficie de un conductor se desplazara una corriente ficticia, de la cual puede considerarse su densidad.

13.52.2. Fórmulas

Sabemos que la relación entre corrientes superficiales reales y el campo magnético que producen es:

$$\vec{K} = \vec{H} \wedge \vec{u}_S$$

y de la misma forma, el campo de imanación $\vec{M}$ puede considerarse producido por las corrientes ficticias superficiales según la fórmula

$$\vec{K}_m = \vec{M} \wedge \vec{u}_S$$

($\vec{K}$ = densidad lineal de corriente real; $\vec{K}_m$ = densidad lineal de corriente ficticia de imanación en la superficie; $\vec{H}$ = campo magnético; $\vec{M}$ = campo de imanación; $\vec{u}_S$ = vector unitario normal a la superficie).

13.52.3. Dimensiones

$$[K_m] = \mathrm{L}^{-1}\mathrm{I}$$

13.52.4. Unidad SI

$$\boxed{\text{A/m}}$$

13.52.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\text{UCGS de Gauss} \equiv \text{uee} \equiv \text{statampere/cm} = \frac{10^{-5}}{2{,}997\,924\,58}\,\text{USI}$$

$$= 3{,}335\,64 \cdot 10^{-8}\,\text{USI} \approx \frac{1}{3 \cdot 10^{7}}\,\text{USI}$$

uem = 10^3 USI
A/pulgada = A · in^{-1} = 39, 370 08 USI
A/ pie = A · ft^{-1} = 3, 280 840 USI

13.52.6. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al sistema CGS gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.53. POLO MAGNÉTICO (CARGA O MASA MAGNÉTICA) *p*

13.53.1. Observaciones y definición

Por analogía con el dipolo eléctrico (consistente en dos cargas opuestas separadas por una distancia dada; momento dipolar eléctrico igual al producto de una de las cargas por la distancia) se puede considerar, aunque sea de forma ficticia, el dipolo magnético como un sistema de dos polos opuestos separados por una distancia, y el momento dipolar magnético sería entonces el producto de uno de los polos por la distancia. Así se introduce el concepto de *polo magnético* (o *carga magnética*), que tendría dos signos o clases: Norte y Sur.

13.53.2. Fórmulas

El momento magnético de un sistema de dos polos opuestos separados (como un imán o una bobina) sería:

$$\vec{m} = p\,\vec{\ell} \qquad\qquad m = p\,\ell$$

y el *polo magnético* es, por definición «el cociente entre el momento magnético y la distancia»:

$$p = \frac{m}{\ell}$$

(m = momento magnético; ℓ = distancia entre polos). El sentido de $\vec{m}$ es del polo Sur al polo Norte.

Nunca se ha comprobado fehacientemente la existencia de polos aislados en la Naturaleza. La Física teórica, sin embargo, trabaja con hipótesis de partículas que pueden poseer carga magnética (el «monopolo») y de hecho en un laboratorio de USA creyeron haber descubierto un monopolo en el año 1982, pero no pudo confirmarse. Un monopolo crearía un campo magnético radial de la misma forma que una carga puntual crea un campo eléctrico. Hoy por hoy, todo ocurre como si unos supuestos monopolos residieran hacia los extremos de cualquier sistema magnético tal como un imán, y se ejercen fuerzas repulsivas o atractivas según sean polos iguales u opuestos, de la misma manera que ocurre entre cargas eléctricas.

Sin embargo, es imposible establecer dónde están ubicados los polos magnéticos ni su tamaño; por tanto, tampoco está determinada la distancia ℓ entre ellos. Esta indeterminación se transmite a la medida de los polos magnéticos, por su definición. Sólo la magnitud momento magnético $\vec{m}$ queda determinada.

Si se pudieran localizar los polos magnéticos, tal como Gauss imaginaba, podría establecerse una ley análoga a la de Coulomb por la que dos polos se ejercen una fuerza (atractiva o repulsiva):

$$F = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{p_1 p_2}{r^2}$$

(p_1 , p_2 = polos; r = distancia entre los polos).

Además del término *polo* suelen usarse los sinónimos *polo magnético, intensidad de polo, carga magnética* o *masa magnética*. Sería indiferente el uso de tales términos, a no ser por el hecho de que ha habido investigadores que han utilizado dos magnitudes distintas, p y p', relacionadas entre sí por la permeabilidad magnética del vacío:

$$p' = \mu_o p$$

En el caso de que existieran en la Naturaleza partículas con carga magnética (monopolos), habría que considerar nuevas ecuaciones de Maxwell. La magnitud p', se relacionaría con las fuentes del campo de inducción magnética, mientras la magnitud p con las fuentes del campo magnético:

$$\text{div } \vec{B} = \rho_{p'}$$

$$\text{div } \vec{H} = \rho_p$$

en donde figuran las respectivas densidades de polo. Al no existir fuentes, el campo magnético resulta solenoidal (divergencia nula). (En este libro no se usa p', sino únicamente la magnitud p, definida como se ha dicho arriba.)

13.53.3. Dimensiones

$$[p] = \text{L I}$$

13.53.4. Unidad SI

$$\boxed{\text{A} \cdot \text{m}}$$

13.53.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss = uem = 10^{-1} USI

$$\text{uee} = \frac{10^{-11}}{2{,}997\,924\,58} \text{ USI} = 3{,}335\,64 \cdot 10^{-12} \text{ USI} \approx \frac{1}{3 \cdot 10^{11}} \text{ USI}$$

13.53.6. Constantes y valores concretos

Polo de un imán ordinario $p \approx 1$ A m

Fuerza entre polos de dos pequeños imanes a 1 mm de distancia $F \approx 0{,}1$ N

13.53.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud es diferente en las fórmulas del sistema CGS de Gauss y en las del SI. Al transformar las fórmulas del SI al sistema gaussiano, la magnitud p debe sustituirse por pc ($c = 2,997\,924\,58 \cdot 10^{10}$ cm/s).

Por ejemplo, si se pudieran localizar los polos magnéticos, la fuerza entre ellos sería:

(Para SI) $$F = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{p_1 p_2}{r^2}$$

(Para CGS de Gauss) $$F = \frac{p_1 p_2}{r^2}$$

(en donde se ha tenido en cuenta que μ_o se sustituye en el sistema de Gauss por $4\pi/c^2$).

13.54. DENSIDAD DE ENERGÍA ELECTROMAGNÉTICA w (w_B, u_B)

13.54.1. Observaciones y definición

«Es la energía electromagnética por unidad de volumen», dada como cociente de diferenciales en un punto del vacío o de un material.

Cabe distinguir entre energía de clase exclusivamente magnética y energía total, es decir, electromagnética. Veamos las fórmulas.

13.54.2. Fórmulas

La densidad de energía debida exclusivamente a los campos magnéticos es:

$$w_B = \frac{dW}{d\tau} = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}$$

que en un material isótropo (μ escalar) es

$$w_B = \frac{1}{2} B H = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{\mu} B^2$$

y en general, la densidad de energía total (campos eléctricos y magnéticos) es:

$$w = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} + \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H} \qquad w = w_E + w_B$$

En el caso de las ondas electromagnéticas, la densidad w_E es igual a la densidad w_B.

(W = energía; w_E = densidad de energía electrostática; w_B = densidad de energía magnética; τ = volumen; $\vec{E}$ = campo eléctrico; $\vec{D}$ = campo de inducción eléctrica; $\vec{B}$ = inducción magnética; $\vec{H}$ = campo magnético; μ = permeabilidad magnética).

13.54.3. Dimensiones

$$[w_B] = L^{-1} M T^{-2}$$

13.54.4. Unidad SI

$$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2} \equiv \boxed{J/m^3}$$

13.54.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = uem = uee $\equiv$ erg/cm^3 $= 10^{-1}$ USI

y cualquier unidad de energía dividido por cualquier unidad de volumen (véase la sección de densidad de energía).

13.54.6. Constantes y valores concretos

Densidad de energía electromagnética en el interior de un solenoide de 100 espiras, de sección 2 cm^2, longitud 10 cm y corriente 1 A:

$$w_B = 0{,}628 \cdot J/m^3$$

Densidad de energía en una onda electromagnética de intensidad 3 W/m^2:

$$w = w_E + w_B \qquad w_E = w_B \qquad w = 10^{-8} \ {}^{J}/_{m^3}$$

(w_E = densidad de energía electrostática; w_B = densidad de energía electromagnética; w = densidad de energía).

13.54.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al sistema CGS gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.55. VECTOR DE POYNTING $\vec{S}$, $(\vec{\Pi})$

13.55.1. Observaciones y definición

«Es el producto vectorial del campo eléctrico por el campo magnético».

Es un vector muy interesante porque indica cómo se traslada por el espacio la energía electromagnética.

Su módulo representa la energía que atraviesa la unidad de superficie en la unidad de tiempo (potencia a través es la unidad de superficie. En el caso de una onda que avanza en una dirección determinada, el vector de Poynting representa la intensidad).

Su dirección y sentido son la dirección y sentido en que se traslada la energía.

13.55.2. Fórmulas

Por la definición es:

$$\vec{\Pi} = \vec{E} \wedge \vec{H}$$

y el flujo a través de una superficie representa el flujo energético:

$$\iint_s \vec{\Pi} \cdot \vec{dS} = \Phi = P$$

El módulo es:

$$\Pi = \frac{d^2W}{dt\,dS} = \frac{dP}{dS}$$

y para una onda electromagnética de intensidad I (monodireccional) se tiene:

$$\Pi = I = wc$$

($\vec{E}$ = campo eléctrico; $\vec{H}$ = campo magnético; W = energía que se traslada; t = tiempo; S = superficie; $\Phi = P$ = potencia o flujo energético; I = intensidad de onda electromagnética; w = densidad de energía; c = velocidad de propagación de la onda).

13.55.3. Dimensiones

$$[\Pi] = \mathrm{M\ T^{-3}}$$

13.55.4. Unidad SI

$$\mathrm{kg \cdot s^{-3}} \equiv \boxed{\mathrm{W/m^2}}$$

13.55.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = uem = uee = $\mathrm{erg/(s \cdot cm^2)} = 10^{-3}$ USI
watt/pulgada $^2 = \mathrm{W \cdot in^{-2}} = 1,\,550\,00 \cdot 10^3$ USI
watt/pie$^2 = \mathrm{W \cdot ft^{-2}} = 10{,}763\ 91$ USI

13.55.6. Constantes y valores concretos

Módulo del vector de Poynting para una onda electromagnética de intensidad 3 W/m^2:

$$\Pi = I = 3 W/m^2$$

13.55.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud es diferente en las fórmulas del sistema CGS de Gauss y en las del SI. Al transformar las fórmulas del SI al sistema g aussiano, la magnitud Π debe sustituirse por $\Pi c/4\pi$.

13.56. DIFERENCIA DE POTENCIAL MAGNÉTICO (TENSIÓN MAGNÉTICA) (POTENCIAL ESCALAR MAGNÉTICO), U_m, U

13.56.1. Observaciones y definición

«La diferencia de potencial magnético entre dos puntos es la integral de línea (circulación) del campo magnético entre ambos puntos».

Es un potencial escalar que no tiene relación con el potencial vector magnético A. Por otra parte, el campo magnético no es coserv ativo. Y el potencial escalar U es multiforme: no tiene un valor unívoco en cada punto.

13.56.2. Fórmulas

$$U_1 - U_2 = \int_1^2 \vec{H} \cdot \vec{d\ell}$$

La diferencia de potencial escalar magnético tiene utilidad en circuitos magnéticos. Véase la fuerza magnetomotriz en la sección siguiente.

13.56.3. Dimensiones

$$[U] = \mathrm{I}$$

13.56.4. Unidad SI

A (ampere o amperio)

13.56.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss = uem = oersted · cm = $10/4\pi$ USI $\approx$ 0, 795 775 USI

$$\text{uee} = \frac{1}{12\ \pi \cdot 10^9}\ 2,\ 654\ 42 \cdot 10^{-11}\ \text{USI}$$

oersted · in = 2, 021 268 USI
oersted · ft = 24, 255 213 USI
oersted · m = 79, 577 5 USI

13.56.6. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud es diferente en las fórmulas del sistema CGS de Gauss y en las del SI. Al transformar las fórmulas del SI al sistema g aussiano, la magnitud U debe sustituirse por $Uc/4\pi$.

13.57. FUERZA MAGNETOMOTRIZ F_m, F

13.57.1. Observaciones y definición

En un circuito magnético (formado por materiales de diferentes permeabilidades magnéticas) el flujo magnético se comporta de forma análoga a la corriente que recorre un circuito eléctrico. La fuerza magnetomotriz e n un circuito magnético cerrado es análog a a la fuerza electromotriz en un ci rcuito eléctrico (mientras la reluctancia del circuito magnético es análoga a la resistencia, puede verse en la sección siguiente).

La definición es: «la circulación del campo magnético por una lí nea cerrada que recorre el circuito magnético». Es como la tensión magnétic a en el circuito. La fuerza magnetomotriz de un arrollamiento de N espiras es igu al al producto del número de espiras por la intensidad de la corriente que las recorre.

13.57.2. Fórmulas

Por la definición es:

$$F_m = \oint \vec{H} \cdot \vec{d\ell}$$

Es como la diferencia de potencial magnético en una vuelta a lo largo de todo el circuito magnético. Par un arrollamiento es:

$$F_m = N\,I$$

Para un circuito magnético sencillo se tiene la ley de Ohm

$$\Phi = \frac{F_m}{R_m}$$

(N = número de espiras; I = corriente; Φ = flujo magnético; R_m = reluctancia).

Si hubiese muchos arrollamientos y muchas reluctancias en el circuito, se siguen las mismas reglas que en los circuitos eléctricos:

Circuito serie $\Phi = \dfrac{\sum F_{m,\,i}}{\sum R_{m,\,i}}$

Circuito cualquiera: Reglas de Kircchoff

13.57.3. Dimensiones

$$[F_m] = \mathrm{I}$$

13.57.4. Unidad SI

(Amperio · vuelta) ≡ A (amperio, ampère)

13.57.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss ≡ uem ≡ gilbert = $10/4\pi$ USI ≈ 0, 795 775 USI

Uee = $\dfrac{1}{12\pi \cdot 10^9}$ USI = 2, 654 42 · 10^{-11} USI

oersted · in = 2, 021 268 USI
oersted · ft = 24, 255 213 USI
oersted · m = 79, 577 5 USI

13.57.6. Constantes y valores concretos

Fuerza magnetomotriz en un electroimán:

$$F_m \approx 10^3 \text{ USI}$$

13.57.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud es diferente en las fórmulas del sistema CGS de Gauss y en las del SI. Al transformar las fórmulas del SI al sistema gaussiano, la magnitud F_m debe sustituirse por $F_m c/4\pi$.

13.58. RELUCTANCIA R_m, R (l)

13.58.1. Observaciones y definición

En un circuito magnético, lo que se opone al flujo magnético según la ley de Ohm es la *reluctancia.*

La definición es «el cociente entre la diferencia de potencial magnético y el flujo magnético». La diferencia de potencial magnético es la fuerza magnetomotriz para un circuito magnético cerrado.

13.58.2. Fórmulas

Ley de Ohm para un circuito magnético cerrado:

$$\Phi = \frac{F_m}{R_m} \qquad\qquad R_m = \frac{F_m}{\Phi_m}$$

y para un tramo entre dos puntos:

$$R_m = \frac{U_1 - U_2}{\Phi}$$

(Φ = flujo magnético; F_m = fuerza magnetomotriz; $U_1 - U_2$ = diferencia de potencial magnético escalar entre dos puntos).

La reluctancia de un tramo de circulo constituido por un materi al ferromagnético es:

$$R_m = \frac{1}{\mu}\ \frac{\ell}{S}$$

(μ = permeabilidad magnética; ℓ = longitud; S = sección) (observemos la similitud con la resistencia de un cable).

13.58.3. Dimensiones

$$[R_m] = \mathrm{L}^{-2}\ \ \mathrm{M}^{-1}\ \ \mathrm{T}^{2}\ \ \mathrm{I}^{2}$$

13.58.4. Unidad SI

$$\mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{2} \cdot \mathrm{A}^{2} \equiv \qquad \boxed{\mathrm{A/Wb}}$$

13.58.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss = uem = $10^9/4\pi$ USI $\approx 7,957\,75 \cdot 10^7$ USI

$$\text{uee} = \frac{10^{-11}}{4\pi\,(2{,}997\,924\,58)^2}\ \text{USI} = 8,854\,188 \cdot 10^{-14}\ \text{USI} \approx \frac{10^{-11}}{36\,\pi}\ \text{USI}$$

13.58.6. Constantes y valores concretos

Reluctancia de un circuito magnético de material férrico.

$$R_m \approx 10^{6}\ \ \text{USI}$$

13.58.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud es diferente en las fórmulas del sistema CGS de Gauss y en las del SI. Al transformar las fórmulas del SI al sistema g aussiano, la magnitud R_m sustituirse por $R_m\, c^2/4\pi$.

13.59. PERMEANCIA Λ *(P)*

13.59.1. Observaciones y definición

«Es la magnitud inversa de la reluctancia».

13.59.2. Fórmulas

Por tanto, según la definición

$$\Lambda = \frac{1}{R_m} = \frac{\Phi}{U_1 - U_2}$$

13.59.3. Dimensiones

$$[\Lambda] = L^2\ M\ \ T^{-2}\ I^{-2}$$

13.59.4. Unidad SI

$$\boxed{\text{Wb/A}} = \text{H} \qquad \text{(henry o henrio)}$$

13.59.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = uem $\equiv$ gilbert $^{-1} = 4\pi \cdot 10^{-9}$ USI$\approx$ 1, 256 637 $\cdot\ 10^{-8}$ USI
uee = $4\pi\ (2,\ 997\ 924\ 58)^2\ \cdot 10^{11}$ USI $\approx 36\ \pi \cdot 10^{11}$ USI = 1,129 409 $\cdot\ 10^{13}$ USI

13.59.6. Constantes y valores concretos

Permeancia de un circuito magnético de material férrico

$$\Lambda = 10^{-6}\,\text{USI}$$

13.59.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud es diferente en las fórmulas del sistema CGS de Gauss y en las del SI. Al transformar las fórmulas del SI al sistema g aussiano, la magnitud Λ debe sustituirse por $\Lambda\ 4\pi/c^2$.

13.60. NÚMERO DE PARES DE POLOS, *p*

13.60.1. Observaciones y definición

En los generadores y motores se produce una rotación de los de vanados de espiras con respecto a los polos magnéticos. Éstos se presentan en forma de un solo par de polos o varios pares. El *número de pares de polos* es la magnitud que aquí se estudia.

13.60.2. Fórmulas

El número de pares de polo es p.

13.60.3. Dimensiones

$$[p] = 1$$

13.60.4. Unidad SI

1

13.60.5. Constantes y valores concretos

En un motor suele ser

$$p = 1, 2, 3 \text{ ó } 4$$

13.60.6. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema CGS gaussiano.

13.61. IMPEDANCIA, EN CORRIENTE ALTERNA (IMPEDANCIA COMPLEJA. MÓDULO DE LA IMPEDANCIA), $\tilde{Z}$, Z, $|Z|$

13.61.1. Observaciones y definición

En un circuito de corriente alterna se considera la magnitud *impedancia*, que representa todo lo que globalmente se opone a la corriente (encorriente continua sería simplemente la *resistencia*).

El estudio de la impedancia se realiza mediante la representaci ón compleja (se puede considerar como un v ector con dos componentes, la parte real y la parte imaginaria). Lo mismo ocurre con la corriente y la tensió n o diferencia de potencial y la fuerza electromotriz (que son magnitudes sinusoidales).

La definición adoptada para la impedancia es «la representación compleja de la diferencia de potencial dividida por la representación compleja de la corriente». Esta definición se basa en la ley de Ohm, como vamos a ver en las fórmulas.

13.61.2. Fórmulas

La ley de Ohm de la corriente alterna es

$$\vec{I} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}} \qquad\qquad \vec{} = \frac{\vec{V}}{\vec{I}}$$

(Los signos vectoriales pueden suprimirse si se considera que siempre se trata de magnitudes complejas). La última de estas dos expresiones es la que se ha empleado en la definición.

En la forma binómica es

$$\vec{Z} = R + j\,\mathrm{X}$$

y en forma exponencial (o módulo-argumental) es

$$\vec{Z} = Ze^{j\varphi} \qquad \text{o bien} \qquad Z = |Z|\ e^{j\varphi}$$

y el módulo es

$$\mathrm{Z} = \sqrt{R^2 + X^2}$$

($\vec{V}$ = tensión o diferencia de potencial compleja; $\vec{I}$ = intensidad de corriente compleja; $j = \sqrt{-1}$; R = parte real de la impedancia; X = parte imaginaria de la impedancia; φ = fase de la impedancia, o diferencia de fase entre la tensión y la corriente; $Z \equiv |Z|$ = impedancia, módulo).

13.61.3. Dimensiones

$$[Z] = \mathrm{L}^2\ \mathrm{M}\ \mathrm{T}^{-3}\ \mathrm{I}^{-2}$$

13.61.4. Unidad SI

$\boxed{\Omega}$ (ohm u ohmio)

13.61.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss ≡ uee = statohm = $(2,\,997\,924\,58)^2 \cdot 10^{11}\ \Omega \approx 9 \cdot 10^{11}\ \Omega$
uem = abohm = $10^{-9}\ \Omega$

(son las mismas unidades que para la resistencia).

13.61.6. Constantes y valores concretos

Impedancia de un circuito:

$$Z \approx 100\ \ \Omega$$

13.61.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema CGS gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.62. REACTANCIA *X*

13.62.1. Observaciones y definición

«Es la parte imaginaria de la impedancia» en un circuito de alterna.

La reactancia incluye elementos propios del circuito, como capacidades y autoinductancias, pero también depende de la frecuencia de la corriente.

13.62.2. Fórmulas

La impedancia es

$$\vec{Z} = R + j\,X$$

la parte imaginaria X es la reactancia.

Para una autoinductancia en serie con un condensador, la reactancia es

$$X = L\omega - \frac{1}{C\omega}$$

(R = resistencia; $j = \sqrt{-1}$; L = autoinductancia; C = capacidad); ω = frecuencia angular).

El término $L\omega$ es la reactancia inducti va (a v eces llamada inductancia). El término $1/C\omega$ es la reactancia capacitiva (a veces llamada capacitancia).

13.62.3. Dimensiones

$$[X] = \mathrm{L}^2\ \mathrm{M}\ \ \mathrm{T}^{-3}\ \ \mathrm{I}^{-2}$$

13.62.4. Unidad SI

Ω

(ohm u ohmio)

13.62.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss ≡ uee = statohm = $(2,\ 997\ 924\ 58)^2 \cdot 10^{11}\ \Omega \approx 9 \cdot 10^{11}$ USI
uem = abohm = $10^{-9}\ \Omega$

(las mismas unidades que para la resistencia).

13.62.6. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema CGS gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.63. RESISTENCIA (EN CORRIENTE ALTERNA), *R*

13.63.1. Observaciones y definición

Ya se ha def inido la resistencia eléctrica en la sección corres pondiente. En corriente alterna se adopta la def inición siguiente: «es la part e real de la impedancia».

13.63.2. Fórmulas

La impedancia es

$$\vec{Z} = R + jX$$

siendo la resistencia R la parte real.

13.63.3. Dimensiones

$$[R] = \mathrm{L}^2\ \mathrm{M}\ \mathrm{T}^{-3}\ \mathrm{I}^{-2}$$

13.63.4. Unidad SI

$\boxed{\Omega}$ (ohm)

13.63.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Son las unidades de la resistencia eléctrica.

13.63.6. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema CGS gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.64. FACTOR DE CALIDAD *Q*

13.64.1. Observaciones y definición

«Es el cociente de la reactancia y la resistencia».

13.64.2. Fórmulas

$$Q = \frac{X}{R}$$

(X = reactancia; R = resistencia).

13.64.3. Dimensiones

$$[Q] = 1$$

13.64.4. Unidad SI

1

13.64.5. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema CGS gaussiano.

13.65. VALORES EFICACES (DE LAS MAGNITUDES SINUSOIDALES), *V*, *I*

13.65.1. Observaciones y definición

En corrientes alternas y oscilaciones eléctricas, para las funciones sinusoidales es conveniente utilizar *los valores eficaces*, además de los valores instantáneos y las amplitudes.

Se define el *valor eficaz* como «la amplitud dividida por la raíz cuadrada del número dos».

13.65.2. Fórmulas

Sean las magnitudes sinusoidales tensión y corriente

$$v = V_m \cos \omega t$$

$$i = I_m \cos (\omega t - \varphi)$$

Los valores instantáneos se escriben con minúscula; las amplitu des se escriben con mayúscula y subíndice *m* (de «máximo»). Los valores eficaces se escriben con mayúscula y sin subíndice.

Por la definición de valor eficaz se tiene

Tensión eficaz $V = V_m/\sqrt{2}$

Intensidad eficaz $I = I_m/\sqrt{2}$

Son definiciones válidas para cualquier función sinusoidal.

13.65.3. Dimensiones

Las dimensiones son las correspondientes a cada magnitud (potencial eléctrico, intensidad de corriente,...).

13.65.4. Unidad SI

La unidad SI es la correspondiente a cada magnitud.

13.65.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

(Las de cada magnitud).

13.65.6. Nota para el sistema CGS de Gauss

(Puede verse cada magnitud).

13.66. DIFERENCIA DE FASE. DESFASE φ

13.66.1. Observaciones y definición

En corriente alterna, tanto la tensión (diferencia de potencial) como la corriente son magnitudes sinusoidales. La diferencia de fase entre ellas se denomina *diferencia de fase* o *desfase*.

Tiene un importante papel en la energía.

13.66.2. Fórmulas

Si la tensión es

$$u = U_m \cos \omega t$$

y la corriente

$$i = I_m \cos (\omega t - \varphi)$$

La diferencia de fase es φ (la fase de i es $\omega t - \varphi$, y la fase de u es ωt).

(u = tensión instantánea; U_m = amplitud de tensión; ω = frecuencia angular; t = tiempo; i = corriente instantánea; I_m = amplitud de corriente).

13.66.2. Dimensiones

$$[\varphi] = 1$$

13.66.3. Unidad SI

rad	(radián)

13.66.4. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de ángulo.

13.66.5. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema CGS gaussiano.

13.67. ADMITANCIA (ADMITANCIA COMPLEJA Y MÓDULO), $\vec{Y}$, Y

13.67.1. Observaciones y definición

«Es la magnitud in versa de la impedancia», en la representación compleja.

13.67.2. Fórmulas

Por la definición:

$$\vec{Y} = \frac{1}{\vec{Z}}$$

y considerando las formas binómica y exponencial, es:

$$\vec{Y} = G + jB \qquad \vec{Y} = Y\, e^{-j\varphi}$$

$$\vec{Y} = \frac{R - jX}{Z^2}$$

y su módulo es:

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2}$$

(G = conductancia; B = susceptancia; φ = desfase; R = resistencia; X = reactancia; Z = impedancia).

13.67.3. Dimensiones

$$[Y] = L^{-2}\ M^{-1}\ T^3\ I^2$$

13.67.4. Unidad SI

$$\Omega^{-1} \equiv \boxed{\text{S}} \qquad \text{(siemens)}$$

13.67.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss ≡ uee = $(2,\ 997\ 924\ 58)^{-2} \cdot 10^{-11}$ USI ≈ $1/(9 \cdot 10^{11})$ USI
uem = 10^9 USI

13.67.4. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema CGS gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.68. SUSCEPTANCIA *B*

13.68.1. Observaciones y definición

«Es la parte imaginaria de la admitancia».

13.68.2. Fórmulas

La admitancia es:

$$\vec{Y} = G + jB$$

la parte imaginaria es la susceptancia *B*.

13.68.3. Dimensiones

$$[B] = L^{-2}\ M^{-1}\ T^3\ I^2$$

13.68.4. Unidad SI

$$\Omega^{-1} \equiv \boxed{\text{S}} \qquad \text{(siemens)}$$

13.68.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss ≡ uee = $(2,\ 997\ 924\ 58)^{-2} \cdot 10^{-11}$ USI ≈ $1/(9 \cdot 10^{11})$ USI
uem = 10^9 USI

13.68.6. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema CGS gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.69. CONDUCTANCIA *G*

13.69.1. Observaciones y definición

«Es la parte real de la admitancia».

13.69.2. Fórmulas

La admitancia es:

$$\vec{Y} = G + jB$$

la parte real es la conductancia *G*.

13.69.3. Dimensiones

$$[G] = \mathrm{L}^{-2}\ \mathrm{M}^{-1}\ \mathrm{T}^{3}\ \mathrm{I}^{2}$$

13.69.4. Unidad SI

$$\Omega^{-1} \equiv \boxed{\mathrm{S}} \qquad \text{(siemens)}$$

13.69.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss ≡ uee = $(2,\ 997\ 924\ 58)^{-2} \cdot 10^{-11}$ USI $\approx 1/(9 \cdot 10^{11})$ USI
uem = 10^{9} USI

13.69.6. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema CGS gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.70. POTENCIA (EN CORRIENTE ALTERNA), *P*

13.70.1. Observaciones y definición

Vimos en la sección correspondiente la potencia eléctrica absor bida, transportada o consumida. En un circuito de corriente alterna influye particularmente la diferencia de fase entre la corriente y la tensión.

13.70.2. Fórmulas

La potencia absorbida por un circuito instantáneamente es el pr oducto de la tensión por la corriente, valores instantáneos. Sin embar go tiene más interés la potencia media absorbida (en un ciclo), que vale:

$$P = VI \cos \varphi$$

(P = potencia media absorbida; V = tensión eficaz; I = corriente, valor eficaz; φ = = desfase o diferencia de fase entre la corriente y la tensión).

Esta potencia absorbida se llamó «activa». El producto VI sen φ se llamó potencia «reactiva» y no corresponde a potencia que absorba el circuito. El producto VI se denominó potencia «aparente»:

Potencia activa	$P = VI \cos \varphi$
Potencia reactiva	$P_q = VI \text{ sen } \varphi$
Potencia aparente	$P_s = VI$
Potencia instantánea	$p = vi$

(V,I = tensión y corriente eficaces; v,i = tensión y corriente instantáneas, sinusoidales).

13.70.3. Dimensiones

$$[P] = \mathrm{L}^2\ \mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-3}$$

13.70.4. Unidad SI

W (watt o vatio)

13.70.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = uee = uem = erg/s = 10^{-7} W

y todas las de potencia.

13.70.6. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema CGS gaussiano (sólo cambian las unidades).

13.71. FACTOR DE POTENCIA, cos φ = λ

13.71.1. Observaciones y definición

«Es el coseno del desfase», es decir, el coseno de la diferencia de fase entre la corriente y la tensión.

Su nombre hace referencia a que es un f actor que influye en la potencia que absorbe un circuito.

La definición adoptada es «el cociente entre la potencia activa y la aparente».

13.71.2. Fórmulas

La potencia media absorbida es:

$$P = VI \cos \varphi \qquad P = P_s \ \lambda \qquad \lambda = \frac{P}{P_s}$$

(V = tensión eficaz; I = intensidad eficaz de corriente; φ = diferencia de fase entre la tensión y la corriente; $\lambda = \cos \varphi$ = factor de potencia; $P_s = VI$ = potencia aparente).

Cuanto mayor es el desf ase φ, menos potencia absorbe el circuito. Cuanto menor es el desfase, mayor es el factor de potencia, y por ende, más potencia absorbe el circuito.

En el caso de la resonancia es $\varphi = 0$ y $\cos \varphi = 1$, siendo máxima la potencia absorbida.

13.71.3. Dimensiones

$$[\lambda] = 1$$

13.71.2. Unidad SI

1

13.71.5. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud no cambia al transformar las fórmulas del SI al s istema CGS gaussiano.

14

ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS. ÓPTICA

14.1. VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN DE LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS *c*

14.1.1. Observaciones y definición

La *velocidad de la luz* (y de las ondas electromagnéticas en general) en el vacío es una constante uni versal. Se relaciona con las constantes universales *permitividad y permeabilidad magnética del vacío* por la fórmula que veremos en el apartado siguiente.

14.1.2. Fórmulas

En el vacío:

$$c = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

(ε_0 = permitividad del vacío; μ_0 = permeabilidad magnética del vacío).

Para un medio material, la velocidad de las ondas electromagnéticas es siempre inferior a la velocidad en el vacío. Su valor es

$$c_i = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon \mu}}$$

(ε_0 = permitividad del medio; μ_0 = permeabilidad magnética del medio). Esta velocidad depende en general de la frecuencia. El fenómeno de la dependencia de *c* con la frecuencia se denomina «dispersión». La velocidad de propagación para una onda de una frecuencia dada se llama *velocidad de fase*. (Puede verse la sección de velocidad de fase y velocidad de grupo).

14.1.3. Dimensiones

$$[c\,] = \mathrm{LT}^{-1}$$

14.1.4. Unidad SI

m/s	(metro por segundo)

14.1.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = cm/s = 10^{-2} USI

y todas las unidades de velocidad.

14.1.6. Constantes y valores concretos

Velocidad de la luz en el vacío:

$$c = 2,\,997\,924\,58 \cdot 10^{8} \text{ m/s (exactamente)}$$

Velocidad de la luz en agua (aproximadamente, considerando el índice de refracción 1,33):

$$c_1 = c/n = c/1{,}33 = 2{,}254 \cdot 10^{8} \text{ m/s}$$

14.1.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

En este sistema, la velocidad de la luz en el vacío es:

$$c = 2{,}997\,924\,58 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}$$

y en un medio material es:

$$c_i = c\sqrt{\frac{1}{\varepsilon_r \mu_r}}$$

(c = velocidad en el vacío; ε_r, μ_r = permitividad y permeabilidad relativas).

14.2. ENERGÍA RADIANTE (DE UNA ONDA ELECTROMAGNÉTICA), *W, Q (U, Q_e)*

14.2.1. Observaciones y definición

«Es la energía emitida, transportada, recibida, absorbida o disipada en forma de radiación». En muchos casos se puede decir que es la energía transportada por una onda electromagnética.

14.2.2. Fórmulas

La energía se traslada en forma de onda electromagnética, W, por el vacío o por la materia. Es emitida, recibida, absorbida o reflejada por un cuerpo.

14.2.3. Dimensiones

$$[W] = L^2\,M\,T^{-2}$$

14.2.4. Unidad SI

J (julio, joule)

14.2.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg = 10^{-7} J

y todas las de energía

14.2.6. Constantes y valores concretos

Energía radiada por el Sol al espacio durante un año:

$$W = 1{,}22 \cdot 10^{34}\ \text{J}$$

Energía que incide sobre la Tierra durante un año procedente del Sol:

$$W = 5{,}60 \cdot 10^{24}\ \text{J}$$

de cuya energía, la Tierra absorbe el 63% y el resto se refleja.

14.3. DENSIDAD DE ENERGÍA RADIANTE, *w, u*

14.3.1. Observaciones y definición

«Es la ener gía radiante contenida en un elemento de v olumen, dividida por dicho volumen».

14.3.2. Fórmulas

«Es una densidad de energía: energía por unidad de volumen (que se traslada con la onda electromagnética):

$$u = \frac{dW}{d\tau}$$

(W = energía radiante; τ = volumen).

Para la radiación total (en todas direcciones) del cuerpo negro, es:

$$u = \frac{4}{c}\,\sigma T^{-4}$$

(c = velocidad de la luz en el vacío; σ = constante de Stefan-Boltzman). La densidad de energía en una onda electromagnética puede verse con más detalle en la sección 14.47.

14.3.3. Dimensiones

$$[u] = \mathrm{L}^{-1}\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-2}$$

14.3.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{J/m^3}}$ (julios por metro cúbico)

14.3.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg/cm^3 = 0,1 USI

y cualquier unidad de energía dividida por cualquier unidad de volumen.

14.3.6. Constantes y valores concretos

Ejemplo: densidad de energía de una onda cuya intensidad sea de 3 W/m^3: u = = 10^{-8} J/m^3.

14.4. DENSIDAD ESPECTRAL DE LA ENERGÍA RADIANTE O CONCENTRACIÓN ESPECTRAL DE LA DENSIDAD DE ENERGÍA RADIANTE, w_λ, u_λ, w_v, u_v

14.4.1. Observaciones y definición

«Es la densidad de energía radiante en un intervalo de longitud de onda (o de frecuencia), dividida por dicho intervalo».

14.4.2. Fórmulas

$$w_\lambda = \frac{dw}{d\lambda} \qquad w = \int w_\lambda\, d\lambda$$

$$w_v = \frac{dw}{dv} \qquad w = \int w_v\, dv$$

(w = densidad de energía radiante; λ = longitud de onda; v = frecuencia). La relación con la e xitancia espectral es, para el radiador completo o cuerpo ne gro (sección 14.15):

$$w_\lambda = \frac{4}{c} M_\lambda$$

(c = velocidad de la luz en el vacío; M_λ = exitancia espectral).

14.4.3. Dimensiones

Utilizando la longitud de onda:

$$[w_\lambda] = \mathrm{L}^{-2}\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-2}$$

1.4.4. Unidad SI

$$\mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-2} = \qquad \boxed{\mathrm{J/m}^4}$$

14.4.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg/cm^4 = 10 USI
J/(m^3 · nm) = 10^9 USI

y cualquier unidad de ener gía di vidida por cualquier unidad de longitud a la cuarta potencia.

14.5. FLUJO RADIANTE (O FLUJO DE ENERGÍA RADIANTE), Φ, P, Φ_E (LUMINOSIDAD O MAGNITUD ABSOLUTA de una estrella u objeto cósmico, L)

14.5.1. Observaciones y definición

Se trata de la ener gía radiante por unidad de tiempo. Por tanto , la definición es: «*flujo radiante* es la potencia emitida, transportada o recibida en forma de radiación».

Luminosidad L es el flujo de ener gía radiado por una estrella u objeto cósmico. Suele darse la luminosidad para la zona visible del espec tro (y también puede considerarse la luminosidad «bolométrica», que se refiere al flujo total radiado).

La *magnitud absoluta* de una estrella se define, por razones históricas, de manera que a mayor luminosidad corresponde menor magnitud. Puede verse lo referente a magnitud absoluta y magnitud aparente en la sección 14.17.

14.5.2. Fórmulas

Es un flujo energético o potencia:

$$\Phi = \frac{dW}{dt}$$

(W = energía radiante; t = tiempo).

14.5.3. Dimensiones

$$[\Phi] = L^2\ M\ T^{-3}$$

14.5.4. Unidad SI

W	(watt o vatio)

14.5.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg/s = 10^{-7} USI

y todas las de potencia.

15.5.6. Constantes y valores concretos

Flujo radiante o potencia radiada por una car ga eléctrica Q que presenta una aceleración a (fórmula de Larmor):

$$P = \frac{1}{6\pi\varepsilon_0 c^3} Q^2 a^2$$

Flujo radiante o potencia radiada por un dipolo oscilante (ω = frecuencia angular; P_0 = amplitud de momento dipolar). Valor medio en un ciclo:

$$\overline{P} = \frac{1}{12\pi\varepsilon_0 c^3} P_0^2\ \omega^4$$

Flujo radiante emitido por el Sol (luminosidad del Sol):

$$L_{SOL} = \Phi_{SOL} = 3{,}826 \cdot 10^{26}\ \text{W}$$

Flujo radiante solar que incide sobre la Tierra: $\Phi = 1{,}734 \cdot 10^{17}$ W.
De este flujo radiante, se absorbe en la superficie total de la Tierra en un 63%. El restante flujo, un 37%, es reflejado al espacio (es el denominado «albedo»).

14.6. FLUJO RADIANTE ESPECTRAL (O CONCENTRACIÓN ESPECTRAL DEL FLUJO RADIANTE) Φ_λ, P_λ, Φ_υ, P_υ

14.6.1. Observaciones y definición

«Es el flujo radiante en un intervalo infinitesimal de longitud de onda (o frecuencia) dividido por dicho intervalo».

Esta magnitud se llama a veces *densidad de flujo de radiación.*

14.6.2. Fórmulas

$$\Phi_\lambda = \frac{d\Phi}{d\lambda} \qquad \Phi = \int \Phi_\lambda \, d\lambda$$

$$\Phi_\upsilon = \frac{d\Phi}{d\upsilon} \qquad \Phi = \int \Phi_\upsilon \, d\upsilon$$

(Φ = flujo radiante; λ = longitud de onda; υ = frecuencia).

14.6.3. Dimensiones

Utilizando la longitud de onda: $[\Phi_\lambda] = L\ M\ T^{-3}$

Utilizando la frecuencia: $[\Phi_\upsilon] = L^2\ M\ T^{-2}$

14.6.4. Unidad SI

Utilizando la longitud de onda:

$$m \cdot kg \cdot s^{-3} = \boxed{W/m} \quad \text{(vatios por metro)}$$

Utilizando la frecuencia:

$$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} = J = \boxed{W/Hz} \quad \text{(vatios por hercio)}$$

14.6.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Utilizando la longitud de onda:

$$UCGS = erg / (s \cdot cm) = 10^{-5}\ W/m$$

y a cualquier unidad de potencia dividida por cualquier unidad de longitud.

Utilizando la frecuencia:

$$UCGS = 10^{-7}\ W/Hz$$

14.7. FLUENCIA DE ENERGÍA RADIANTE, Ψ

14.7.1. Observaciones y definición

Por un punto dado del espacio pueden propagarse ondas en cualquier dirección. Se introduce así la *fluencia de energía radiante* como concepto de energía radiante que incide por unidad de superficie. La definición es, en un punto del espacio, «la energía radiante incidente sobre una pequeña esfera con centro en el punto estudiado, dividida por el área de la sección diametral de la esfera citada».

14.7.2. Fórmulas

Se trata de una energía por unidad de superficie:

$$\Psi = \frac{dW}{dS}$$

14.7.3. Dimensiones

$$[\Psi] = MT^{-2}$$

14.7.4. Unidad SI

$kg\ s^{-2} =$ $\boxed{J/m^2}$ (julio por metro cuadrado)

14.7.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg/ cm^2 = 10^{-3} USI

y cualquier cociente entre un0a unidad de energía y una de superficie.

14.8. TASA DE FLUENCIA DE ENERGÍA RADIANTE (O IRRADIANCIA ESFÉRICA), ψ, φ

14.8.1. Observaciones y definición

Se trata de la fluencia de energía radiante recibida por unidad de tiempo en un punto dado, o también la idea de energía radiante por unidad de superficie y tiempo, o potencia o flujo radiante por unidad de superficie.

La definición es, en un punto dado, «el flujo radiante recibido sobre una pequeña esfera con centro en el punto considerado, dividido por el área de la sección diametral de dicha esfera». Y también es «la fluencia radiante en un punto dado por unidad de tiempo».

14.8.2. Fórmulas

Por tratarse de potencia por unidad de superficie es:

$$\psi = \frac{d\Psi}{dt} \qquad \psi = \frac{d\Phi}{dS} \qquad \psi = \frac{d^2W}{dt \cdot dS}$$

(Ψ = fluencia de energía radiante: Φ = flujo radiante; S = área de la sección diametral; t = tiempo; W = energía).

14.8.3. Dimensiones

$$[\psi] = \mathrm{M\ T^{-3}}$$

14.8.4. Unidad SI

$$\mathrm{kg \cdot s^{-3}} = \boxed{\mathrm{W/m^2}} \quad \text{(watt por metro cuadrado)}$$

14.8.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$\mathrm{UCGS = erg / (s \cdot cm^2)} = 10^{-3}$ USI

y cualquier unidad de potencia dividida por cualquier unidad de superficie.

14.8.6. Constantes y valores concretos

Tasa de fluencia de ener gía radiante recibida en la Tierra (en dirección normal a la superficie) procedente del Sol (flujo radiante recibido por unidad de superficie):

$$\psi = 1\ 360\ \mathrm{W/m^2}$$

14.9. IRRADIANCIA ESFÉRICA ESPECTRAL (O TASA DE FLUENCIA ESPECTRAL DE ENERGÍA RADIANTE), ψ_λ, ψ_υ, φ_λ, φ_υ

14.9.1. Observaciones y definición

También puede denominarse *concentración espectral de la tasa de fluencia de energía radiante*. Se define así: «Es la irradiancia esférica en un intervalo infinitesimal de longitud de onda (o frecuencia) dividida por dicho intervalo».

14.9.2. Fórmulas

$$\psi_\lambda = \frac{d\psi}{d\lambda} \qquad \psi = \int \psi_\lambda \, d\lambda$$

$$\psi_\upsilon = \frac{d\psi}{d\upsilon} \qquad \psi = \int \psi_\upsilon \, d\upsilon$$

(ψ = irradiancia esférica; λ = longitud de onda; υ = frecuencia).

14.9.3. Dimensiones

Utilizando la longitud de onda:

$$[\psi_\lambda] = L^{-1}M\,T^{-3}$$

14.9.4. Unidad SI

Para ψ_λ:

$$m^{-1}\ kg \cdot s^{-3} = \boxed{W/m^3} \quad \text{(vatios por metro cúbico)}$$

14.9.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg/(s cm^3) = 0,1 USI

W/(m^2 · nm) = 10^9 USI

y cualquier unidad de potencia di vidida por cualquier unidad de volumen (o de superficie por longitud).

14.10. INTENSIDAD RADIANTE (DE UNA FUENTE O FOCO EN UNA DIRECCIÓN DADA) *I*, (I_e)

14.10.1. Observaciones y definición

Se trata de e xpresar la radiación de un foco en una dirección (flujo radiado por unidad de ángulo sólido). La def inición se da así: «Es el fl ujo radiante saliente de una fuente (o de un elemento de la fuente) en una dir ección dada, dentro de un ángulo sólido infinitesimal que contiene a dicha dirección, dividido por dicho ángulo sólido».

14.10.2. Fórmulas

Considerando el flujo radiante emitido por un foco dentro de un cono de ángulo sólido $d\Omega$ se define así la intensidad radiante:

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}$$

(Φ = flujo radiante; Ω = ángulo sólido).

14.10.3. Dimensiones

$$[I] = L^2\ M\ T^{-3}$$

14.10.4. Unidad SI

W/sr (vatios por estereorradián)

14.10.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg / (s · sr) = 10^{-7} USI

y cualquier unidad de potencia dividida por el estereorradián.

14.10.6. Constantes y valores concretos

Intensidad radiante del Sol: $I = \Phi/4\pi = 3{,}07 \cdot 10^{25}$ W/sr

14.11. INTENSIDAD RADIANTE ESPECTRAL (DE UNA FUENTE EN UNA DIRECCIÓN DADA), I_λ, I_υ

14.11.1. Observaciones y definición

«Es la intensidad radiante en un intervalo de longitud de onda (o frecuencia) infinitesimal, dividida por dicho intervalo».

14.11.2. Fórmulas

$$I_\lambda = \frac{dI}{d\lambda} \qquad I = \int I_\lambda\, d\lambda$$

$$I_\upsilon = \frac{dI}{d\upsilon} \qquad I = \int I_\upsilon\, d\upsilon$$

(I = intensidad radiante de un foco; λ = longitud de onda; υ = frecuencia).

14.11.3. Dimensiones

Utilizando la longitud de onda:

$$[I_\lambda] = \mathrm{L\ M\ T^{-3}}$$

14.11.4. Unidad SI

Para I_λ:

$$\mathrm{m \cdot kg \cdot s^{-3}} = \boxed{\mathrm{W/(sr \cdot m)}} \quad \text{(vatios por estereorradián y metro)}$$

14.11.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Para I_λ:

$$\mathrm{UCGS = erg\ /\ (s \cdot sr \cdot cm) = 10^{-5}\ USI}$$

y cualquier unidad de potencia dividido por el estereorradián y por cualquier unidad de longitud.

14.12. RADIANCIA (DE UNA SUPERFICIE EMISORA) *L* (L_e)

14.12.1. Observaciones y definición

Hemos visto que la intensidad radiante de un foco es el flujo radiado por unidad de ángulo sólido. Si el foco es extenso, es decir, si se trata de una superficie que radia energía, podemos considerar el flujo radiado en cada dirección por unidad de ángulo sólido y por unidad de superficie (mejor por la proyección de dicha superficie).

Surge así la magnitud *radiancia*. La definición es: «La radiancia en un punto de una superficie es la intensidad radiante de un elemento de superficie en una dirección dada, dividida por el área de la proyección ortogonal de dicho elemento sobre un plano perpendicular a la dirección dada».

14.12.2. Fórmulas

Radiancia en un punto de una superficie radiante:

$$L = \frac{dI}{dS_N}$$

(I = intensidad radiante; S_N = superficie proyectada como se indica en la definición).

La relación con la exitancia radiante, para el radiador completo o cuerpo negro, es:

$$L = M/\pi$$

(M = exitancia, puede verse la sección 14.14)

14.12.3. Dimensiones

$$[L] = \mathrm{M\ T^{-3}}$$

14.12.4. Unidad SI

$\mathrm{kg\ s^{-3}} =$ $\boxed{\mathrm{W/(sr\ m^2)}}$ (vatios por estereorradián y por metro cuadrado)

14.12.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$\mathrm{UCGS = erg\ /\ (s \cdot sr \cdot cm^2) = 10^{-3}\ USI}$

y cualquier unidad de potencia dividida por estereorradián y por cualquier unidad de superficie.

14.13. RADIANCIA ESPECTRAL (DE UNA SUPERFICIE EMISORA) L_λ, L_υ

14.13.1. Observaciones y definición

«Es la radiancia en un intervalo infinitesimal de longitud de onda (o frecuencia) dividida por dicho intervalo». También se denomina *concentración espectral de la radiancia* de una superficie, en una dirección dada.

14.13.2. Fórmulas

$$L_\lambda = \frac{dL}{d\lambda} \qquad L = \int L_\lambda \, d\lambda$$

$$L_\upsilon = \frac{dL}{d\upsilon} \qquad L = \int L_\upsilon \, d\upsilon$$

(L = radiancia en un punto de la superficie; λ = longitud de onda; υ = frecuencia).

La relación con la e xitancia radiante espectral, para el radiado r completo o cuerpo negro, es:

$$L_\lambda = M_\lambda/\pi$$

(M_λ = exitancia espectral, puede verse la sección 14.15).

14.13.3. Dimensiones

Utilizando la longitud de onda:

$$[L_\lambda] = L^{-1}M\,T^{-3}$$

14.13.4. Unidad SI

$$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-3} = \quad \boxed{W/(sr \cdot m^3)}$$

14.13.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg/ $(s \cdot sr \cdot cm^3) = 0{,}1$ USI

y cualquier unidad de potencia di vidida por estereorradián y po r cualquier unidad de volumen (o de superficie por longitud).

14.14. EXITANCIA RADIANTE (O EXITANCIA) (DE UNA SUPERFICIE QUE EMITE RADIACIÓN), *M* (M_e)

14.14.1. Observaciones y definición

(Magnitud anteriormente denominada *emitancia*, y también *poder emisivo*).

Se trata de considerar la potencia o flujo ener gético radiado por una superficie, en todas direcciones, por unidad de superficie (en un punto de la misma).

La definición, en un punto de una superficie, es «el flujo radiante saliente de un elemento de superficie, dividido por el área de dicho elemento».

14.14.2. Fórmulas

$$M = \frac{d\Phi}{dS}$$

(Φ = flujo radiante; S = superficie).

La exitancia depende de la cuarta potencia de la temperatura (1 ey de Stefan-Boltzmann). Para el cuerpo negro la ley se expresa así:

$$M = \sigma T^4$$

(σ = constante de Stefan-Boltzman; T = temperatura; M = exitancia del radiador completo o cuerpo negro).

14.14.3. Dimensiones

$$[M] = MT^{-3}$$

14.14.4. Unidad SI

$$kg \cdot s^{-3} = \boxed{W/m^2}$$

14.14.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg / (s cm^2) =10^{-3} USI

y cualquier unidad de potencia dividida por cualquier unidad de superficie.

14.14.6. Constantes y valores concretos

Exitancia de la superficie del Sol: $M = 6{,}28 \cdot 10^7$ W/m^2

14.15. EXITANCIA RADIANTE ESPECTRAL (DE UNA SUPERFICIE EMISORA) M_λ, M_υ

14.15.1. Observaciones y definición

También se llama *concentración espectral de la exitancia radiante.*

«Es la exitancia radiante en un intervalo infinitesimal de longitud de onda (o frecuencia), dividida por dicho intervalo».

14.15.2. Fórmulas

$$M_\lambda = \frac{dM}{d\lambda} \qquad M = \int M_\lambda \, d\lambda$$

$$M_\upsilon = \frac{dM}{d\upsilon} \qquad M = \int M_\upsilon \, d\upsilon$$

(M = exitancia en un punto de una superficie; λ = longitud de onda; υ = frecuencia).

Para el radiador completo o cuerpo negro, la exitancia espectral es:

$$M_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 \left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1\right)} \qquad M_\lambda = \frac{c_1}{\lambda^5 \left(e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1\right)}$$

(h = constante de Planck; c = velocidad de la luz en el v acío; k = constante de Boltzmann; λ = longitud de onda; T = temperatura; c_1, c_2 = constantes primera y segunda de radiación).

14.15.3. Dimensiones

Utilizando la longitud de onda:

$$[M_\lambda] = \mathrm{L^{-1}M\ T^{-3}}$$

Utilizando la frecuencia:

$$[M_\nu] = \mathrm{MT^{-2}}$$

14.15.4. Unidad SI

Usando la longitud de onda:

$$\mathrm{m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-3}} = \boxed{\mathrm{W/m^3}}$$

Usando la frecuencia:

$$\mathrm{kg \cdot s^{-2} = J \cdot m^{-2} = (W/m^2)/Hz}$$

14.15.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Usando λ: UCGS = $\mathrm{erg/(s \cdot cm^3)} = 0{,}1\ \mathrm{W/m^3}$

Usando ν: UCGS = $\mathrm{erg/cm^2} = 10^{-3}\ \mathrm{(W/m^2)/Hz}$

(Puede verse, además, la sección 14.18.5).

14.16. EXPOSICIÓN RADIANTE (EN UNA SUPERFICIE QUE RECIBE RADIACIÓN), *H*, H_e (y CONCENTRACIÓN ESPECTRAL DE EXPOSICIÓN RADIANTE, H_λ)

14.16.1. Observaciones y definición

Para una superficie que recibe radiación, se define la *exposición radiante* en un punto dado como «la energía radiante recibida por un elemento de superficie

dividida por el área de dicho elemento». Es una magnitud que in dica la energía que se recibe por unidad de superficie independientemente de que sea absorbida o reflejada (lo cual es estudiado mediante la absortancia y la reflectancia).

14.16.2. Fórmulas

Por definición

$$H = \frac{dW}{dS}$$

(W = energía radiante recibida; S = superficie).

Si se reciben frecuencias diversas se define la *concentración espectral de exposición radiante* que es «la exposición radiante en el interv alo infinitesimal de longitud de onda dividida por dicho intervalo»:

$$H_\lambda = \frac{dH}{d\lambda} \qquad H = \int H_\lambda \, d\lambda$$

14.6.3. Dimensiones

$$[H] = \mathrm{M\,T^{-2}}$$
$$[H] = \mathrm{L^{-1}\,M\,T^{-2}}$$

14.6.4. Unidad SI

Para H: $\mathrm{kg \cdot s^{-2}} =$ $\boxed{\mathrm{J/m^2}}$ (julios por metro cuadrado)

Para H_λ: $\mathrm{m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}} =$ $\boxed{\mathrm{J/m^3}}$ (julios por metro cúbico)

14.16.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Para H: UCGS = $\mathrm{erg/cm^2} = 10^{-3}$ USI
Para H_λ: UCGS = $\mathrm{erg/cm^3} = 10^{-1}$ USI

14.17. IRRADIANCIA (EN UNA SUPERFICIE QUE RECIBE RADIACIÓN), *E* (E_e) LUMINOSIDAD Y MAGNITUD APARENTES Y ABSOLUTAS de una estrella u objeto cósmico, *I, L, m, M*

14.17.1. Observaciones y definición

La irradiancia en un punto de una superf icie se define así: «Es el flujo radiante recibido por un elemento de superf icie, dividido por el á rea de dicho elemento».

La irradiancia que se recibe en la Tierra procedente de una estrella dio lugar al estudio del «brillo» con que puede observarse y a la llamada «magnitud aparente» o «magnitud» de cada estrella (véase más abajo: 14.17.6).

14.17.2. Fórmulas

Se trata de una potencia o flujo radiante recibido por unidad de superficie:

$$E = \frac{d\Phi}{dS} \qquad E = \frac{dH}{dt} \qquad E = \frac{d^2 W}{dt \cdot dS}$$

(Φ = flujo recibido; S = superficie; H = exposición radiante; t = tiempo; W = = energía recibida).

Una estrella de luminosidad absoluta o flujo radiante L que se encuentre a una distancia r de la Tierra produce en ésta (despreciando la absorción) una irradiancia o luminosidad aparente:

$$l = (1)\frac{L}{4\pi r^2}$$

[$L = \Phi$ = luminosidad o flujo radiante emitido (watt); $l = E$ = luminosidad aparente o irradiancia recibida en la Tierra (watt / m^2)].

14.17.3. Dimensiones

$$[E] = \mathrm{M\ T^{-3}}$$

14.17.4. Unidad SI

$$\mathrm{kg \cdot s^{-3}} = \boxed{\mathrm{W/m^2}} \quad \text{(vatios por metro cuadrado)}$$

14.17.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = erg/(s cm^2) = 10^{-3} USI

y cualquier unidad de potencia dividida por cualquier unidad de superficie.

14.17.6. Constantes y valores concretos

Irradiancia recibida en la superficie terrestre (fuera de la atmósfera, en dirección normal), por la radiación solar:

$$E = 1{,}360 \cdot 10^3\ \mathrm{W / m^2}$$

Veamos ahora lo referente a la luminosidad de las estrellas. La primera clasificación de las estrellas que se conoce fue realizada por Hiparco (año 514 antes de Jesucristo), quien estableció seis «magnitudes»: las estrellas de magnitud 1

(«primera magnitud») fueron las que se percibían con más brillo (brillo o luminosidad aparente); y las de magnitud 6, las de menor brillo (magnitudes superiores tendrían las estrellas que ya no pueden verse a simple vista). Notemos que a mayor brillo corresponde menor magnitud.

Modernamente se ha respetado esta clasificación y al mismo tiempo se le ha dado forma matemática. La formulación se ha establecido imponiendo las siguientes condiciones:

a) Se elige una escala logarítmica de tal manera que una diferencia de cinco magnitudes corresponda a un cambio de brillo aparente en un factor 100; una estrella de magnitud aparente $m = 1$ es observada con un brillo cien veces mayor que otra de magnitud 6. (Las estrellas que brillan más que las de primera magnitud, resulta que poseen magnitudes inferiores a 1, o valores negativos si el brillo es aún mayor.)

b) Se consideran de magnitud $m = 0$ las estrellas cuyo brillo aparente (irradiancia sobre la Tierra) sea como el de α centauri, es decir, aproximadamente $l_0 = 2{,}52 \cdot 10^{-8}$ W/m^2.

Y con estas dos primeras condiciones, la fórmula es:

$$m = -2{,}5 \lg l - 19 \tag{2}$$

o bien, despejando:

$$l = 2{,}52 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-0{,}4m} \tag{3}$$

(m = magnitud aparente; l (W / m^2) = luminosidad aparente o irradiancia sobre la Tierra).

c) La luminosidad absoluta o flujo energético que radia una estrella se relaciona, obviamente, con la irradiancia percibida en la Tierra, a distancia r, por la fórmula (1); y para definir matemáticamente la «magnitud absoluta» se impone una tercera condición: se consideran de magnitud absoluta $M = 0$ las estrellas cuya luminosidad absoluta (flujo radiante) sea $L = 3{,}02 \cdot 10^{28}$ W. Con esto resulta que, a una distancia $r = 10$ pc (parsec), la magnitud absoluta es igual a la magnitud aparente («la magnitud absoluta de una estrella es igual a la magnitud aparente con que la observaríamos a una distancia de 10 pc»).

La fórmula resulta ser:

$$M = -2{,}5 \lg L + 71{,}2 \tag{4}$$

o despejando:

$$L = 3{,}02 \cdot 10^{28} \cdot 10^{0{,}4M} \tag{5}$$

[M = magnitud absoluta; L = luminosidad absoluta o flujo radiante de la estrella (W)].

Veamos como ejemplo la estrella Deneb (α cygni), que es una de las más luminosas. Magnitud aparente $m = 1{,}25$; distancia $r = 1\,600$ años luz = $1{,}515 \cdot 10^{19}$ m. La irradiancia que llega a la Tierra (luminosidad aparente) es (3):

$$l = 2{,}52 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-0{,}4m} = 7{,}969 \cdot 10^{-9} \text{ W / m}^2$$

lo que indica que el flujo radiante (luminosidad absoluta) de la estrella es (1):

$$L = l \cdot 4\pi r^2 = 2{,}298 \cdot 10^{31} \text{ W}$$

(Este flujo radiante es unas 60.000 veces mayor que el que radia el Sol; Deneb es una estrella de gran luminosidad). La magnitud absoluta es, por tanto (4):

$$M = -2{,}5 \lg L + 71{,}2 = -7{,}2$$

Un ejemplo especial es el Sol, por ser una estrella extremadamente próxima. Posee una luminosidad más bien pequeña en comparación con otras muchas estrellas; sus valores concretos son:

$$r = 1{,}496 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$l = 1\,360 \text{ W / m}^2$$

y resulta (2):

$$m = -26{,}83$$

obteniéndose la luminosidad absoluta y la magnitud absoluta por las fórmulas (1) y (4), respectivamente:

$$L = 3{,}826 \cdot 10^{26} \text{ W}$$

$$M = -2{,}5 \lg L + 71{,}2 = 4{,}74$$

Las estrellas o galaxias muy lejanas presentan m grande y l pequeña, pero tienen luminosidad absoluta L muy grande y M pequeña.

Hay que advertir que tanto L como l pueden referirse a la totalidad de la radiación (valores «bolométricos») o a una determinada banda del espectro; muy frecuentemente se refieren al «espectro visible» (lo que, de acuerdo con las leyes de Wien y de Stephan-Boltzman, no difiere demasiado de lo que se obtiene para la totalidad del espectro si la temperatura superficial de la estrella es del orden de 10^4 K).

14.18. IRRADIANCIA ESPECTRAL (EN UNA SUPERFICIE QUE RECIBE RADIACIÓN) E_λ, (E_υ)

14.18.1. Observaciones y definición

También se denomina *concentración espectral de la irradiancia*. Cuando una radiación de diferentes frecuencias incide sobre un punto de un a superficie se define la *irradiancia espectral*: «Es la irradiancia en un interv alo infinitesimal de longitud de onda» (o frecuencia), dividida por dicho intervalo.

14.18.2. Fórmulas

$$E_\lambda = \frac{dE}{d\lambda} \qquad E = \int E_\lambda \, d\lambda$$

$$E_\upsilon = \frac{dE}{d\upsilon} \qquad E = \int E_\upsilon \, d\upsilon$$

(E = irradiancia; λ = longitud de onda; υ = frecuencia).

14.18.3. Dimensiones

Utilizando la longitud de onda:

$$[E_\lambda] = \mathrm{L}^{-1}\ \mathrm{M}\ \mathrm{T}^{-3}$$

Utilizando la frecuencia:

$$[E_\nu] = \mathrm{M}\ \mathrm{T}^{-2}$$

14.18.4. Unidad SI

Usando λ:

$$\mathrm{m}^{-1} \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-3} = \mathrm{W/m}^3$$

Usando ν:

$$\mathrm{kg\ s}^{-2} = \mathrm{J} \cdot \mathrm{m}^{-2} = (\mathrm{W/m}^2)/\mathrm{Hz}$$

14.18.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Usando λ:

$$\mathrm{UCGS} = \mathrm{erg}/(\mathrm{s\ cm}^3) = 0{,}1\ \mathrm{W/m}^3$$

Usando ν:

$$\text{UCGS} = \text{erg/cm}^2 = 10^{-3}\ (\text{W/m}^2)/\text{Hz}$$

$$\text{jansky} = \text{Jy} = 10^{-26}\ (\text{W/m}^2)/\text{Hz}$$

14.19. NÚMERO DE FOTONES N_p, Q_p (Q)

14.19.1. Observaciones y definición

«Es el número de fotones o cuantos en una onda electromagnética ». Una onda electromagnética puede considerarse como un sistema de fot ones que se traslada, cada uno de los cuales posee una ener gía $h\nu$. Si la onda tiene una frecuencia única (monocromática) existe, obviamente, una relación directa entre la energía y el número de fotones.

Si existen diversas frecuencias se puede utilizar la concentrac ión espectral.

14.19.2. Fórmulas

Para fotones monocromáticos se tiene:

$$N_p = \frac{W}{h\upsilon} \quad W\,\frac{\lambda}{hc}$$

(W = energía; h = constante de Planck; υ = frecuencia; c = velocidad de las ondas electromagnéticas).

Si existen fotones de diversas frecuencias, el número total es:

$$N_p = \int N_{p\lambda}\, d\lambda = \int \frac{W_\lambda}{hc}\, \lambda d\lambda$$

($W_\lambda = dW/d\lambda$ = concentración espectral de la energía; $N_{p\lambda} = dN_p/d\lambda$ = concentración espectral o número de fotones de longitud de onda comprendida en el intervalo infinitesimal $d\lambda$ dividido por dicho intervalo).

14.19.3. Dimensiones

$$[N_p] = 1$$

14.19.4. Unidad SI

1

14.20. DENSIDAD FOTÓNICA, w_p (Y CONCENTRACIÓN ESPECTRAL DE DENSIDAD FOTÓNICA, $w_{p\lambda}$)

14.20.1. Observaciones y definición

Densidad fotónica es «el número de fotones por unidad de volumen».

14.20.2. Fórmulas

Por la definición de la densidad fotónica:

$$w_p = \frac{dN_p}{dV}$$

Para fotones monocromáticos, la densidad fotónica y densidad de energía radiante (w) están relacionadas por la fórmula:

$$w_p = \frac{w}{h\upsilon} \qquad w\ \frac{\lambda}{hc}$$

Si existen fotones de diversas frecuencias se estudia la *concentración espectral de la densidad fotónica*, que se define como «la densidad fotónica en el intervalo infinitesimal $d\lambda$ dividida por dicho interv alo» (también puede usarse la frecuencia):

$$w_p = \int w_{p\lambda}\, d\lambda = \int w_\lambda\ \frac{\lambda}{hc}\ d\lambda \qquad\qquad w_{p\lambda} = \frac{dw_p}{d\lambda}$$

(N_p = número de fotones; V = volumen, w = densidad de ener gía radiante; w_λ = = concentración espectral de densidad de ener gía radiante; $w_{p\lambda}$ = concentración espectral de densidad fotónica; υ = frecuencia; λ = longitud de onda; h = constante de Planck).

14.20.3. Dimensiones

$$[w_p] = \mathrm{L}^{-3}$$

$$[w_{p\lambda}] = \mathrm{L}^{-4}$$

14.20.4. Unidad SI

Para w_p: m^{-3} $\boxed{\mathrm{m}^{-3}}$ (fotones por metro cúbico)

Para $w_{p\lambda}$: m^{-4} $\boxed{\mathrm{m}^{-4}}$ (fotones por metro a la cuarta potencia)

14.20.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

(para w_p) UCGS = $cm^{-3} = 10^6$ USI

(para $w_{p\lambda}$) UCGS = $cm^{-4} = 10^8$ USI

14.21. FLUJO FOTÓNICO Φ_p (Y CONCENTRACIÓN ESPECTRAL DE FLUJO FOTÓNICO $\Phi_{p\lambda}$)

14.21.1. Observaciones y definición

Flujo fotónico «es el número de fotones emitidos, transportados o recibidos por unidad de tiempo».

14.21.2. Fórmulas

La definición es:

$$\Phi_p = \frac{dN_p}{dt}$$

Para fotones monocromáticos, la relación entre flujo fotónico y flujo radiante (energético) es:

$$\Phi_p = \frac{\Phi}{h\upsilon} \quad \Phi \frac{\lambda}{hc}$$

Si existen fotones de diversas frecuencias se estudia la *concentración espectral*, definida como «el flujo fotónico en el interv alo infinitesimal $d\lambda$ dividido por dicho intervalo»:

$$\Phi_p = \int \Phi_{p\lambda}\, d\lambda = \int \Phi_\lambda \frac{\lambda}{hc}\, d\lambda$$

(N_p = número de fotones; Φ = flujo radiante; $\Phi_{p\lambda} = d\Phi_p/d\lambda$ = concentración espectral de flujo fotónico; Φ_λ = concentración espectral de flujo radiante; υ = frecuencia; λ = longitud de onda; h = constante de Planck).

14.21.3. Dimensiones

$$[\Phi_p] = T^{-1}$$

$$[\Phi_{p\lambda}] = L^{-1}\, T^{-1}$$

14.21.4. Unidad SI

Para Φ_p: $\boxed{s^{-1}}$ (fotones por segundo)

Para $\Phi_{p\lambda}$: $\boxed{s^{-1}\ m^{-1}}$ (fotones por segundo y por metro)

14.21.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Para $\Phi_{p\lambda}$: UCGS = $s^{-1}\ cm^{-1} = 10^2$ USI

14.22. INTENSIDAD FOTÓNICA (DE UNA FUENTE O FOCO EN UNA DIRECCIÓN DADA), I_p (I) (Y CONCENTRACIÓN ESPECTRAL DE INTENSIDAD FOTÓNICA $I_{p\lambda}$)

14.22.1. Observaciones y definición

Intensidad fotónica es «el flujo fotónico emitido por una fuente (o por un elemento de la fuente) en un interv alo infinitesimal de ángulo sól ido dividido por dicho intervalo». Se trata de evaluar el número de fotones que salen en cada dirección.

14.22.2. Fórmulas

Por la definición

$$I_p = \frac{d\Phi_p}{d\Omega}$$

Para fotones monocromáticos, la relación entre intensidad fotónica e intensidad radiante es:

$$I_p = \frac{I}{h\upsilon} \quad I\ \frac{\lambda}{hc}$$

Si existen fotones de diversas frecuencias, se estudia la *concentración espectral de la intensidad fotónica*, definida como «la intensidad fotónica en el intervalo infinitesimal $d\lambda$ dividida por dicho intervalo».

$$I_p = \int I_{p\lambda}\, d\lambda = \int I_\lambda\ \frac{\lambda}{hc}\ d\lambda$$

(Φ_p = flujo fotónico; Ω = ángulo sólido; I = intensidad radiante; I_λ = concentración espectral de energía radiante; $I_{p\lambda}$ = concentración espectral de intensidad fotónica; υ = frecuencia; λ = longitud de onda; h = constante de Planck).

14.22.3. Dimensiones

$$[I_p] = T^{-1}$$

$$[I_{p\lambda}] = L^{-1}\,T^{-1}$$

14.22.4. Unidad SI

Para I_p: $\boxed{s^{-1} \cdot sr^{-1}}$ (fotones por segundo y por estereorradián)

Para $I_{p\lambda}$: $\boxed{s^{-1} \cdot m^{-1}\,sr^{-1}}$ (fotones por segundo, por metro y por estereorradián)

14.22.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Para I_p: UCGS = 1 USI

Para $I_{p\lambda}$: UCGS = $s^{-1}\,cm^{-1}\,sr^{-1} = 10^2$ USI

14.23. RADIANCIA FOTÓNICA (DE UNA SUPERFICIE EMISORA) L_p (L) (Y CONCENTRACIÓN ESPECTRAL DE RADIANCIA FOTÓNICA $L_{p\lambda}$)

14.23.1. Observaciones y definición

Radiancia fotónica es «la intensidad fotónica de un elemento de superficie en una dirección dada dividida por el área de la proyección ortogonal de dicho elemento sobre un plano perpendicular a la dirección dada».

Se trata, por tanto, de evaluar el número de fotones que, por unidad de tiempo, salen de la unidad de superficie de un foco extenso en cada dirección.

14.23.2. Fórmulas

Por la definición es:

$$L_p = \frac{dI_p}{dS_N}$$

Para fotones monocromáticos, la relación entre la radiancia fotó nica y la radiancia (energética) es:

$$L_p = \frac{L}{h\upsilon} \quad L\,\frac{\lambda}{hc}$$

Si existen fotones de diversas frecuencias se estudia la *concentración espectral*, definida como «la radiancia fotónica en el interv alo infinitesimal dividida por dicho intervalo»:

$$L_p = \int L_{p\lambda}\, d\lambda = \int L_\lambda \frac{\lambda}{hc}\, d\lambda$$

(I_p = intensidad fotónica, S_N = superficie proyectada sobre el plano normal a la dirección de emisión; L = radiancia; L_λ = concentración espectral de radiancia; $L_{p\lambda}$ = concentración espectral de radiancia fotónica; υ = frecuencia; λ = longitud de onda; h = constante de Planck).

14.23.3. Dimensiones

$$[L_p] = \mathrm{L}^{-2}\,\mathrm{T}^{-1}$$

$$[L_{p\lambda}] = \mathrm{L}^{-3}\,\mathrm{T}^{-1}$$

14.23.4. Unidad SI

Para L_p: $\boxed{\mathrm{s}^{-1} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{sr}^{-1}}$ (fotones por segundo, por metro cuadrado y por estereorradián)

Para $L_{p\lambda}$: $\boxed{\mathrm{s}^{-1} \cdot \mathrm{m}^{-3} \cdot \mathrm{sr}^{-1}}$ (fotones por se gundo, por metro cúbico y por estereorradián)

14.23.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Para L_p: $\mathrm{UCGS} = \mathrm{s}^{-1}\,\mathrm{cm}^{-2} \cdot \mathrm{sr}^{-1} = 10^4$ USI

Para $L_{p\lambda}$: $\mathrm{UCGS} = \mathrm{s}^{-1}\,\mathrm{cm}^{-3} \cdot \mathrm{sr}^{-1} = 10^6$ USI

14.24. EXITANCIA FOTÓNICA (DE UNA SUPERFICIE EMISORA), M_p (M) (Y CONCENTRACIÓN ESPECTRAL DE EXITANCIA FOTÓNICA $M_{p\lambda}$)

14.24.1. Observaciones y definición

Exitancia fotónica es «el cociente entre el flujo fotónico que sale de un elemento de superficie (en todas direcciones) y el área de dicho elemento».

Se trata, por tanto, del número de fotones que salen por unidad d e superficie y tiempo.

14.24.2. Fórmulas

Por definición es:

$$M_p = \frac{d\Phi_p}{dS}$$

Para fotones monocromáticos, la relación entre exitancia fotónica y exitancia radiante es:

$$M_p = \frac{M}{h\upsilon} \quad M\ \frac{\lambda}{hc}$$

Si existen fotones de diversas frecuencias se estudia la *concentración espectral*, definida como «la exitancia fotónica en el intervalo infinitesimal $d\lambda$ dividida por dicho intervalo»:

$$M_p = \int M_{p\lambda}\, d\lambda = \int M_\lambda\ \frac{\lambda}{hc}\ d\lambda$$

(Φ = flujo fotónico; S = superficie, M = exitancia radiante; M_λ = concentración espectral de exitancia; $M_{p\lambda}$ = concentración espectral de exitancia fotónica; υ = = frecuencia; λ = longitud de onda; h = constante de Planck).

14.24.3. Dimensiones

$$[M_p] = \mathrm{L}^{-2}\,\mathrm{T}^{-1}$$
$$[M_{p\lambda}] = \mathrm{L}^{-3}\,\mathrm{T}^{-1}$$

14.24.4. Unidad SI

Para M_p: $\boxed{\mathrm{s}^{-1}\,\mathrm{m}^{-2}}$ (fotones por segundo y por metro cuadrado)

Para $M_{p\lambda}$: $\boxed{\mathrm{s}^{-1}\,\mathrm{m}^{-3}}$ (fotones por segundo y por metro cúbico)

14.24.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Para M_p: UCGS = $\mathrm{s}^{-1}\,\mathrm{cm}^{-2} = 10^4$ USI

Para $M_{p\lambda}$: UCGS = $\mathrm{s}^{-1}\,\mathrm{cm}^{-3} = 10^6$ USI

14.25. EXPOSICIÓN FOTÓNICA (EN UNA SUPERFICIE QUE RECIBE RADIACIÓN) H_p (Y CONCENTRACIÓN ESPECTRAL DE EXPOSICION FOTÓNICA $H_{p\lambda}$)

14.25.1. Observaciones y definición

Exposición fotónica es «el número de fotones recibidos por unidad de superficie» en un punto.

15.25.2. Fórmulas

Por la definición

$$H_p = \frac{dN_p}{dS}$$

Para fotones monocromáticos, la relación entre exposición fotónica y exposición radiante es:

$$H_p = \frac{H}{h\upsilon} \quad H\ \frac{\lambda}{hc}$$

Si existen fotones de diversas frecuencias se estudia la *concentración espectral*, definida como «la exposición fotónica en el intervalo infinitesimal $d\lambda$ dividida por dicho intervalo»:

$$H_p = \int H_{p\lambda}\, d\lambda = \int H_\lambda\ \frac{\lambda}{hc}\ d\lambda$$

(N_p = número de fotones; S = superficie, H = exposición radiante; H_λ = concentración expectral de exposición radiante; $H_{p\lambda}$ = concentración espectral de exposición fotónica; υ = frecuencia; λ = longitud de onda; h = constante de Planck).

14.25.3. Dimensiones

$$[H_p] = \mathrm{L}^{-2}$$
$$[H_{p\lambda}] = \mathrm{L}^{-3}$$

14.25.4. Unidad SI

Para H_p: $\boxed{\mathrm{m}^{-2}}$ (fotones por metro cuadrado)

Para $H_{p\lambda}$: $\boxed{\mathrm{m}^{-3}}$ (fotones por metro cúbico)

14.25.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Para H_p: UCGS = $\mathrm{cm}^{-2} = 10^4$ USI

Para $H_{p\lambda}$: UCGS = $\mathrm{cm}^{-3} = 10^6$ USI

14.26. IRRADIANCIA FOTÓNICA (RECIBIDA EN UNA SUPERFICIE) E_P (y CONCENTRACIÓN ESPECTRAL DE IRRADIANCIA FOTÓNICA $E_{P\lambda}$)

14.26.1. Observaciones y definición

Se trata del número de fotones que inciden por unidad de superficie y tiempo, en un punto dado.

La definición de *irradiancia fotónica* es: «el cociente entre el flujo fotónico que incide sobre un elemento de superficie y el área de dicho elemento».

14.26.2. Fórmulas

Por la definición

$$E_p = \frac{d\Phi_p}{dS}$$

Para fotones monocromáticos, la relación entre la irradiancia fo tónica y la irradiancia (energética) es:

$$E_p = \frac{E}{h\upsilon} \quad E\ \frac{\lambda}{hc}$$

Si existen fotones de diversas frecuencias, se estudia la *concentración espectral*, que se define así: «es la irradiancia fotónica en el intervalo infinitesimal $d\lambda$ dividida por dicho intervalo»:

$$E_p = \int E_{p\lambda}\, d\lambda = \int E_\lambda\ \frac{\lambda}{hc}\ d\lambda$$

(Φ_p = flujo fotónico; S = superficie; E = irradiancia; E_λ = concentración espectral de la irradiancia; $E_{p\lambda}$ = concentración espectral de la irradiancia fótonica; υ = frecuencia; λ = longitud de onda; h = constante de Planck).

14.26.3. Dimensiones

$$[E_p] = \mathrm{L}^{-2}\,\mathrm{T}^{-1}$$

$$[E_{p\lambda}] = \mathrm{L}^{-3}\,\mathrm{T}^{-1}$$

14.26.4. Unidad SI

Para E_p: $\boxed{\mathrm{m}^{-2}\cdot\mathrm{s}^{-1}}$ (fotones por segundo y por metro cuadrado)

Para $E_{p\lambda}$: $\boxed{\mathrm{m}^{-3}\cdot\mathrm{s}^{-1}}$ (fotones por segundo y por metro cúbico)

14.26.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Para E_p: UCGS = $\mathrm{cm}^{-2}\cdot\mathrm{s}^{-1} = 10^4$ USI

Para $E_{p\lambda}$: UCGS = $\mathrm{cm}^{-3}\cdot\mathrm{s}^{-1} = 10^6$ USI

14.27. CONSTANTE DE STEFAN-BOLTZMANN σ

14.27.1. Observaciones y definición

La energía que radia la superficie de un cuerpo es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura. Más exactamente: «la exitancia radiante en un punto de una superficie es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura». Esta es la ley de Stefan-Boltzmann. La constante de proporcionalidad es la llamada *constante de Stefan-Boltzmann*. Es una constante universal.

14.27.2. Fórmulas

La ley se expresa así:

$$M = \sigma T^4$$

y la constante de Stefan-Boltzmann se define así:

$$\sigma = \frac{M}{T^4}$$

(M = exitancia; T = temperatura). Su valor está en función de otras constantes universales:

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15 h^3 c^2}$$

(k = constante de Boltzmann; h = constante de Planck; c = velocidad de la luz en el vacío).

14.27.3. Dimensiones

$$[\sigma] = \mathrm{M\,T^{-3}\,\Theta^{-4}}$$

14.27.4. Unidad SI

$$\mathrm{kg \cdot s^{-4} \cdot K^{-4}} = \boxed{\mathrm{W/(m^2 \cdot K^4)}} \quad (\mathrm{watt \cdot metro^{-2} \cdot kelvin^{-4}})$$

14.27.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\mathrm{UCGS = erg\ /\ (s \cdot cm^2 \cdot K^4) = 10^{-3}\ USI}$$

y cualquier unidad de potencia dividida por cualquier unidad de superficie y por kelvin a la cuarta potencia.

14.27.6. Constantes y valores concretos

Constante de Stefan-Boltzmann $\sigma = 5,\,670\,400 \cdot 10^{-8}$ USI

14.28. CONSTANTES PRIMERA Y SEGUNDA DE RADIACIÓN, c_1, c_2

14.28.1. Observaciones y definición

En la expresión de la exitancia espectral del radiador completo o cuerpo negro figuran como variables la longitud de onda y la temperatura. Las constantes que figuran pueden agruparse en dos, que son las llamadas *constantes de radiación* c_1 y c_2.

14.28.2. Fórmulas

La fórmula de la exitancia espectral que vimos en la sección 14.15.2 permite agrupar en dos las constantes. Veamos:

$$M_\lambda = \frac{c_1}{\lambda^5 \left(e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1 \right)}$$

siendo las constantes de radiación primera y segunda:

$$c_1 = 2\pi\, hc^2$$
$$c_2 = hc/k$$

(λ = longitud de onda; T = temperatura; h = constante de Planck, k = constante de Boltzmann, c = velocidad de la luz en el vacío).

14.28.3. Dimensiones

$$[c_1] = \mathrm{L}^4\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-3}$$

$$[c_2] = \mathrm{L}\,\Theta$$

14.28.4. Unidad SI

Para c_1: $\boxed{\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^2}$ (vatio metro cuadrado)

Para c_2: $\boxed{\mathrm{m} \cdot \mathrm{K}}$ (metro kelvin)

14.28.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de c_1: $\text{erg} \cdot \text{cm}^2/\text{s} = 10^{-11}$ USI de c_1

UCGS de c_2: $\text{cm} \cdot \text{K} = 10^{-2}$ USI de c_2

y cualquier otra unidad que relacione las unidades de las magnitudes citadas.

14.28.6. Constantes y valores concretos

$c_1 = 3,741\,771 \cdot 10^{-16}\ \text{W} \cdot \text{m}^2$

$c_2 = 1,438\,775 \cdot 10^{-2}\ \text{m} \cdot \text{K}$

14.29. CONSTANTE DE WIEN, *b*

14.29.1. Observaciones y definición

De la expresión de la exitancia radiante espectral del radiador completo o cuerpo negro se deduce que a cada temperatura existe una longitud de onda de máxima emisión, para la cual la exitancia presenta un máximo.

Resulta que la longitud onda de máxima emisión λ_m es inversamente proporcional a la temperatura. Esta es la ley de Wien. La *constante de Wien* se define así: «es el producto de la longitud de onda de máxima emisión por la temperatura del radiador».

14.29.2. Fórmulas

La ley de Wien es

$$\lambda_m T = b$$

lo cual define la constante de Wien (λ_m = longitud de onda para la cual la exitancia es máxima; T = temperatura del radiador).

14.29.3. Dimensiones

$$[b] = \text{L}\,\Theta$$

14.29.4. Unidad SI

$$\boxed{\text{m} \cdot \text{K}}$$

14.29.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = cm K = 10^{-2} USI

y cualquier unidad de longitud por el kelvin.

14.29.6. Constantes y valores concretos

$$b = 2,\ 897\ 768\ 6 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{K}$$

14.30. EMISIVIDAD ε

14.30.1. Observaciones y definición

El cuerpo ne gro, llamado radiador completo, radia máxima ener gía. Los cuerpos no negros presentan menor exitancia a igualdad de temperatura.

Se define la *emisividad* como «el cociente entre la e xitancia de un radiador térmico y la del radiador completo a la misma temperatura».

La emisividad del cuerpo negro es uno. La de un cuerpo «blanco» o «especular» es cero.

14.30.2. Fórmulas

Por definición:

$$\varepsilon = \frac{M}{M_{negro}}$$

(M = exitancia del cuerpo dado; M_{negro} = exitancia del cuerpo ne gro a la misma temperatura).

La ley de Stefan-Boltzmann se puede expresar ahora así:

$$M = \varepsilon\, M_{negro} = \varepsilon\, \sigma\, T^4$$

(σ = constante de Stefan Boltzmann; T = temperatura).

14.30.3. Dimensiones

$$[\varepsilon] = 1$$

14.30.4. Unidad SI

1

14.30.5. Constantes y valores concretos

Emisividad del radiador completo o cuerpo negro: $\varepsilon = 1$

Emsividad de un cuerpo «blanco» o « especular»: $\varepsilon = 0$

14.31. EMISIVIDAD ESPECTRAL $\varepsilon(\lambda)$

14.31.1. Observaciones y definición

La emisividad de una superficie suele ser diferente para cada frecuencia o longitud de onda. Por ello se introduce la *emisividad espectral*. La definición es: «el cociente entre la exitancia espectral de un radiador térmico y la del radiador completo (cuerpo negro) a la misma temperatura» y, obviamente, para la misma longitud de onda.

14.31.2. Fórmulas

Por definición

$$\varepsilon(\lambda) = \frac{M_\lambda}{M_{\lambda,negro}}$$

(M_λ = exitancia espectral o concentración espectral de la exitancia del radiador considerado; $M_{\lambda,negro}$ = exitancia del cuerpo negro a la misma temperatura y en el mismo intervalo de longitud de onda).

También se puede así calcular la exitancia espectral de un radiador cualquiera (no negro):

$$M_\lambda = \varepsilon(\lambda) \cdot M_{\lambda,negro}$$

14.31.3. Dimensiones

$$[\varepsilon(\lambda)] = 1$$

14.31.4. Unidad SI

1

14.32. EMISIVIDAD ESPECTRAL DIRECCIONAL $\varepsilon(\lambda, \theta, \varphi)$

14.32.1. Observaciones y definición

La emisividad de una superficie puede ser diferente, no sólo para cada frecuencia, sino también para cada dirección. Por ello se considera la magnitud *emisividad espectral direccional*.

La definición es: «el cociente entre la radiancia espectral de u n radiador térmico y la del radiador completo (cuerpo negro) en la misma dirección, θ, φ, a la misma temperatura».

Observemos que en la def inición se considera la radiancia (que se refiere a una dirección θ, φ y a la unidad de ángulo sólido) y no la exitancia (que considera la radiación emitida por la superficie en todas direcciones).

14.32.2. Fórmulas

Por la definición se tiene:

$$\varepsilon(\lambda, \theta, \varphi) = \frac{L_{\lambda,\theta,\varphi}}{L_{\lambda,\theta,\varphi,\ negro}}$$

($L_{\lambda,\theta,\varphi}$ = radiancia espectral del radiador dado en la dirección dada po r los ángulos θ, φ; $L_{\lambda,\theta,\varphi,\ negro}$ = radiancia espectral del cuerpo negro en la misma dirección, para la misma longitud de onda, a la misma temperatura).

14.32.3. Dimensiones

$$[\varepsilon(\lambda, \theta, \varphi)] = 1$$

14.32.4. Unidad SI

1

14.33. ABSORTANCIA (O FACTOR DE ABSORCIÓN) (DE UNA SUPERFICIE), *a*

14.33.1. Observaciones y definición

Esta magnitud fue denominada *coeficiente de absorción* y también *poder absorbente*.

Al incidir una radiación (una onda electromagnética) sobre una superficie de un cuerpo material, una parte de la ener gía se absorbe. El resto se refleja. (La energía «absorbida» puede ser disipada o continuar su propag ación por el interior del cuerpo en el que ha penetrado, aspectos de los que se prescinde al definir la absortancia).

Se define la *absortancia* como «el cociente entre el flujo radiante absorbido y el flujo radiante incidente», sobre una superficie dada.

14.33.2. Fórmulas

Por la definición:

$$a = \frac{\Phi_{abs}}{\Phi_1}$$

(Φ_{abs} = flujo radiante absorbido por la superficie; Φ_1 = flujo radiante incidente).

Según la ley de Kircchoff, el equilibrio térmico impone que, en una superficie, la emisividad y la absortancia sean iguales (de lo contrario sería imposible el equilibrio, lo que estaría en contra del segundo principio). Por tanto, se puede calcular la exitancia de un cuerpo no negro, de acuerdo con la ley de Stefann-Boltzmann:

$$M = \varepsilon M_{negro} = a M_{negro} = a \sigma T^4 \qquad (\varepsilon = a)$$

(M = exitancia; M_{negro} = exitancia del radiador completo; ε = emisividad; σ = = constante de Stefan-Boltzmann; T = temperatura).

14.33.3. Dimensiones

$$[a] = 1$$

14.33.4. Unidad SI

1

14.33.5. Constantes y valores concretos

Absortancia del cuerpo negro:

$$a = 1$$

Absortancia de un cuerpo «blanco» o «especular»:

$$a = 0$$

14.34. ABSORTANCIA ESPECTRAL *a* (λ)

14.34.1. Observaciones y definición

Una superficie suele absorber mucho más intensamente unas frecuencias que otras. Por ello se define la *absortancia espectral*.

La definición es: «el cociente entre el flujo radiante espectral absorbido y el flujo radiante espectral incidente», sobre una superficie dada, para una frecuencia (o longitud de onda) dada.

14.34.2. Fórmulas

Para cada longitud de onda es:

$$a\,(\lambda) = \frac{\Phi_{\lambda,a}}{\Phi_{\lambda}}$$

($\Phi_{\lambda,a}$ = flujo radiante espectral absorbido; Φ_{λ} = flujo radiante espectal incidente sobre la superficie).

Según la ley de Kircchoff, la emisividad espectral y la absortancia espectral de un cuerpo para la misma longitud de onda o frecuencia son iguales (pensemos en las rayas y bandas de los espectos de emisión y absorción), y por ello la exitancia radiante espectral se podrá expresar así (usando la expresión vista en la sección anterior).

$$M_{\lambda} = \varepsilon\,(\lambda) \cdot M_{\lambda,\,negro} = a\,(\lambda)\, M_{\lambda,\,negro}$$

$$M_{\lambda} = a\,(\lambda)\,\frac{c_1}{\lambda^5\left(e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1\right)}$$

(λ = longitud de onda; T = temperatura; c_1, c_2 = constantes de radiación primera y segunda; M_{λ} = exitancia espectral del radiador dado; $M_{\lambda,\,negro}$ = exitancia espectral del radiador completo).

14.34.3. Dimensiones

$$[a\,(\lambda)] = 1$$

14.34.4. Unidad SI

1

14.35. ABSORTANCIA ESPECTRAL DIRECCIONAL *a* (λ, θ, φ)

14.35.1. Observaciones y definición

La absortancia de una superficie puede depender, no sólo de la longitud de onda, sino también a veces de la dirección en que incide la radiación sobre la superficie.

Surge así la magnitud física *absortancia espectral direccional,* que se define así: «es el cociente entre el flujo radiante espectral absorbido, que recibe una superficie por unidad de ángulo sólido en una dirección dada, y el flujo radiante

espectral incidente por unidad de ángulo sólido en la citada di rección», para la longitud de onda dada.

14.35.2. Fórmulas

Por la definición

$$a\,(\lambda,\,\theta,\,\varphi) = \frac{\Phi_{\lambda,\theta,\varphi,a}}{\Phi_{\lambda,\theta,\varphi}}$$

($\Phi_{\lambda,\theta,\varphi,a}$ = flujo radiante espectral de longitud de onda λ que absorbe la superficie por unidad de ángulo sólido procedente de la dirección $\theta,\ \varphi$; $\Phi_{\lambda,\theta,\varphi}$ = flujo radiante espectral que incide por unidad de ángulo sólido en la s citadas condiciones).

14.35.3. Dimensiones

$$[a\,(\lambda,\,\theta,\,\varphi)] = 1$$

14.35.4. Unidad SI

1

14.36. REFLECTANCIA (DE UNA SUPERFICIE QUE RECIBE RADIACIÓN) ρ

14.36.1. Observaciones y definición

Esta magnitud también se denomina *factor de reflexión*, y antiguamente *coeficiente de reflexión* y *poder reflectante.* La reflectancia de un astro en su conjunto recibe el nombre de «albedo».

Al inicidir una radiación sobre la superficie de un cuerpo (o sobre la superficie de separación de dos medios, 1 y 2), se produce simultáneamente reflexión, transmisión (refracción) y disipación. La energía incidente se reparte entre la radiación reflejada, transmitida y disipada. En óptica muchas veces resulta despreciable la porción disipada, de manera que la energía se reparte en este caso entre las ondas reflejada y transmitida.

La definición de *reflectancia* es «el cociente entre los flujos radiantes reflejado e incidente». En la def inición no influye la dirección en qu e emerja la onda reflejada.

Para ondas unidireccionales («rayos de luz», en óptica), la definición puede darse mediante la intensidad, y se indica así: *reflectancia* es «el cociente entre las intensidades de los rayos reflejado e incidente». (Llamando intensidad a la potencia transportada por la onda por unidad de superf icie normal y tomando la intensidad media en un ciclo.)

Es interesante observar que la reflectancia y la transmitancia dependen de las impedancias características de los medios. Impedancias muy próximas producen gran transmitancia (y pequeña reflectancia). Mientras que imped ancias muy diferentes originan gran reflectancia (y pequeña transmitancia).

14.36.2. Fórmulas

Por definición se tiene

$$\rho = \frac{\Phi'_1}{\Phi_1} \qquad \text{o bien} \qquad \rho = \frac{I'_1}{I_1}$$

(Φ_1 = flujo radiante incidente; Φ'_1 = flujo radiante reflejado; I_1 = intensidad del rayo incidente; I'_1 = intensidad del rayo reflejado).

La reflectancia depende de las impedancias características:

$$\rho = \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2}\right)^2 \qquad Z_1 = \mu_1 c_1 \qquad Z_2 = \mu_2 c_2$$

y considerando medios cuya permeabilidad magnética sea la misma ($\mu_1 \approx \mu_2$) resulta:

$$\rho = \left(\frac{c_2 - c_1}{c_1 + c_2}\right)^2 \qquad \rho = \left(\frac{1 - n}{1 + n}\right)^2$$

(c_1, c_2 = velocidades de propagación de los respectivos medios; $n = n_{21} = c_1/c_2 =$ = índice de refracción del medio 2 respecto al 1; Z_1, Z_2 = impedancias características de los respectivos medios; μ_1, μ_2 = permeabilidades magnéticas).

Puede también considerase la *reflectancia o factor de reflexión de amplitudes* (haciendo referencia al campo eléctrico):

$$\rho_E = \frac{E'_1}{E_1} \qquad \rho_E = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

y para el caso frecuente de $\mu_1 \approx \mu_2$ resulta:

$$\rho_E = \frac{c_2 - c_1}{c_1 + c_2} \qquad \rho_E = \frac{1 - n}{1 + n}$$

Si resulta ne gativo, ello indica que hay cambio de f ase en la re flexión. Esto ocurre si $c_2 < c_1$. Y por otra parte, tengamos en cuenta que la intensidad es proporcional al cuadrado de la amplitud:

$$I = \frac{1}{2}\frac{E^2}{Z} = \frac{1}{2} c\varepsilon E^2$$

(E = amplitud del campo eléctrico; E_1 = amplitud del campo eléctrico en el rayo incidente; E'_1 = amplitud del campo eléctrico en el rayo reflejado; Z = impedan-

cia característica del medio; c = velocidad de propagación; ε = permitividad; μ = = permeabilidad magnética). Por tanto:

$$\rho = \rho_E^2$$

En Óptica fotométrica se relacionan los flujos luminosos (e xpresados en la unidad lumen) y se considera la def inición de *reflectancia* de la misma forma:

$$\rho = \frac{\Phi_l'}{\Phi_l}$$

(Φ_l = flujo luminoso incidente; Φ_l' = flujo luminoso reflejado).

14.36.3. Dimensiones

$$[\rho] = 1$$

14.36.4. Unidad SI

1

14.35.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Puede darse en %.

14.35.6. Constantes y valores concretos

Reflectancia del vidrio (n = 1,5):

$$\rho = \left(\frac{1-n}{1+n}\right)^2 = 0{,}04$$

sólo refleja el 4% de la ener gía luminosa; a pesar de ello, el vidrio se puede utilizar ocasionalmente como espejo.

La reflectancia de la Tierra en su conjunto, respecto a la radiación que recibe del Sol, es ρ = 0,37 (el albedo es del 37%).

14.37. REFLECTANCIA ESPECTRAL, $\rho(\lambda)$

14.37.1. Observaciones y definición

De la misma forma que en la absorción, también ocurre en la refl exión que unas frecuencias se reflejan más que otras. Por ello se considera la magnitud *reflectancia espectral*.

La definición es «el cociente entre el flujo radiante espectral reflejado y el flujo radiante espectral incidente», para la longitud de onda dada.

14.37.2. Fórmulas

Según la definición:

$$\rho\,(\lambda) = \frac{\Phi'_\lambda}{\Phi_\lambda}$$

(Φ'_λ = flujo radiante espectral reflejado; Φ_λ = flujo radiante espectral incidente).

14.37.3. Dimensiones

$$[\rho\,(\lambda)] = 1$$

14.37.4. Unidad SI

1

14.38. REFLECTANCIA ESPECTRAL DIRECCIONAL $\rho\,(\lambda, \theta, \varphi)$

14.38.1. Observaciones y definición

La reflectancia de una superf icie puede depender , no sólo de la frecuencia, sino también de la dirección en que incide la radiación.

Por ello se def ine la *reflectancia espectral direccional* de esta forma: «es el cociente entre el flujo radiante espectral reflejado, que recibe una superficie por unidad de ángulo sólido en una dirección dada, y el flujo radiante espectral incidente por unidad de ángulo sólido en la citada dirección» para la longitud de onda dada.

14.38.2. Fórmulas

Por la definición:

$$\rho\,(\lambda, \theta, \varphi) = \frac{\Phi'_{\lambda,\theta,\varphi}}{\Phi_{\lambda,\theta,\varphi}}$$

($\Phi'_{\lambda,\theta,\varphi}$ = flujo radiante espectral de longitud de onda λ que refleja la superficie por unidad de ángulo sólido procedente de la dirección θ, φ; $\Phi_{\lambda,\theta,\varphi}$ = flujo radiante espectral que incide por unidad de ángulo sólido en las citadas condiciones).

14.38.3. Dimensiones

$$[\rho\,(\lambda, \theta, \varphi) = 1$$

14.38.4. Unidad SI

1

14.39. TRANSMITANCIA (FACTOR DE TRANSMISIÓN) τ

14.39.1. Observaciones y definición

Esta magnitud se denominaba también *coeficiente de transmisión*.

Al incidir una radiación sobre la superf icie de un cuerpo (o so bre la superficie de separación de dos medios diferentes) una parte de la ene rgía pasa de un medio a otro atra vesando la superf icie. Se dice que la onda «se transmite» (en Óptica se dice que «se refracta», puesto que el rayo experimenta refracción).

Se introduce así la *transmitancia*. La definición es: «el cociente entre el flujo radiante transmitido y el flujo radiante incidente».

En Óptica interesa muchas veces, para ondas unidireccionales, estudiar cómo se reparte la ener gía entre el rayo reflejado y el rayo refract ado (transmitido), utilizando la intensidad (potencia transportada por unidad superficie).

Se define así el *factor de transmisión* como el cociente entre la intensidad del rayo refractado (transmitido del medio 1 al 2) y la del rayo in cidente (se considera despreciable la ener gía disipada en la superf icie de separ ación de los dos medios).

14.39.2. Fórmulas

Por definición es:

$$\tau = \frac{\Phi_2}{\Phi_1} \qquad \tau = \frac{I_2}{I_1}$$

(Φ_2 = flujo radiante transmitido; Φ_1 = flujo radiante incidente; I_2 = intensidad del rayo refractado; I_1 = intensidad del rayo incidente).

La transmitancia, como la reflectancia, depende de las impedancia s de los medios 1 y 2

$$\tau = \frac{4Z_1Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$$

y para el caso frecuente de permeabilidad magnética similar ($\mu_1 \approx \mu_2$) es:

$$\tau = 4\,\frac{c_1c_2}{(c_1 + c_2)^2} \qquad \tau = \frac{4n}{(1 + n)^2}$$

(c_1, c_1 = velocidades de propagación en los respectivos medios; $n = n_{21} = c_1/c_2$ = índice del medio 2 respecto al 1; Z_1, Z_2 = impedancias características de los medios).

Considerando que no hay disipación de energía en la superficie de separación de ambos medios, la conservación de la energía impone que sea

$$\rho + \tau = 1$$

(ρ = reflectancia).

También puede considerarse el *factor de transmisión de amplitudes*, que para el campo eléctrico es:

$$\tau_E = \frac{E_2}{E_1} \qquad \tau_E = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

y considerando dos medios de igual permeabilidad $\mu_1 = \mu_2$ es:

$$\tau_E = \frac{2c_2}{c_1 + c_2} \qquad \tau_E = \frac{2}{1 + n}$$

La relación entre τ y τ_E es:

$$\tau = \frac{I_2}{I_1} = \frac{c_2 \varepsilon_2 E_2^2}{c_1 \varepsilon_1 E_1^2} = \frac{c_2\, \varepsilon_2}{c_1\, \varepsilon_1}\, \tau_E^2$$

(τ = transmitancia; τ_E = factor de transmisión de amplitudes; E_1, E_2 = amplitud del campo eléctrico en los rayos incidente y refractado; ε_1, ε_2 = permitividad de los respectivos medios).

En Óptica fotométrica se relacionan los flujos luminosos (expresados en la unidad lumen) y se considera la definición de trasmitancia de la misma forma:

$$\tau = \frac{\Phi_2}{\Phi_1}$$

(Φ_2 = flujo luminoso transmitido; Φ_1 = flujo luminoso incidente).

14.39.3. Dimensiones

$$[\tau] = 1$$

14.39.4. Unidad SI

1

14.39.5. Constantes y valores concretos

Transmitacia del vidrio respecto al aire (n = 1,5)

$$\tau = \frac{4n}{(1 + n)^2} = 0{,}96$$

Se transmite (refracta), por tanto, el 96% de la energía incidente sobre el vidrio.

Puede comprobarse que $\tau + \rho = 1$, ya que el valor de la reflectancia del vidrio (calculado en la correspondiente sección) es $\rho = 0{,}04$. El vidrio sólo refleja el 4% de la energía.

La transmitancia o factor de transmisión de amplitudes en el vidrio es:

$$\tau_E = \frac{2}{1+n} = 0{,}8$$

por tanto, la amplitud del rayo refractado es el 80% de la amplitud del rayo incidente. Nunca hay cambio de fase en la refracción.

14.40. TRANSMITANCIA ESPECTRAL, $\tau(\lambda)$

14.40.1. Observaciones y definición

La transmisión de una onda de un medio a otro puede depender dela frecuencia.

Se define así la *transmitancia espectral*: «es el cociente entre el flujo radiante espectral transmitido y el flujo radiante espectral incidente», para la longitud de onda dada.

14.40.2. Fórmulas

La definición se expresa así:

$$\tau(\lambda) = \frac{\Phi_{\lambda,2}}{\Phi_{\lambda,1}}$$

($\Phi_{\lambda,2}$ = flujo radiante espectral transmitido al segundo medio; $\Phi_{\lambda,1}$ = flujo radiante espectral incidente).

14.40.3. Dimensiones

$$[\tau(\lambda)] = 1$$

14.40.4 Unidad SI

1

14.41. COEFICIENTE DE RADIANCIA (EN LA REFLEXIÓN) β

14.41.1. Observaciones y definición

Cuando la superficie de un cuerpo recibe una radiación, una parte es radiada por dicha superf icie debido a la refle xión. Un «reflector pe rfecto» refleja toda la energía de la radiación que recibe y además cumple las leyes de la reflexión de la Óptica geométrica. Un «difusor perfecto» puede de cirse que re-

fleja toda la energía que recibe, pero la radia por reflexión en todas las direcciones. Si una superficie es imperfectamente reflectora o difusora, la energía que radia por reflexión es menor que la que incide sobre ella (una parte de la energía es absorbida).

Se introduce así el *coeficiente de radiancia* para comparar la energía que radia (por reflexión) una superficie con la que radiaría si fuese difusor perfecto.

La definición, para una dirección dada, es: «el cociente entre la radiancia de un cuerpo (no radiante por sí mismo) y la de un difusor perfecto igualmente irradiados».

14.41.2. Fórmulas

Se tiene por la definición:

$$\beta = \frac{L_r}{L_d}$$

(L_r = radiancia del difusor no perfecto; L_d = radiancia del difusor perfecto en las mismas condiciones).

14.41.3. Dimensiones

$$[\beta] = 1$$

14.41.4. Unidad SI

1

14.42. COEFICIENTE DE RADIANCIA ESPECTRAL (EN LA REFLEXIÓN) $\beta(\lambda)$

14.42.1. Observaciones y definición

La reflexión y difusión de una onda en una superficie depende muchas veces de la frecuencia.

La definición del *coeficiente de radiancia espectral* en un punto de una superficie, para una onda incidente en una dirección dada, es «el cociente entre la radiancia espectral de un cuerpo (no radiante por sí mismo) y la de un difusor perfecto, igualmente irradiados».

14.42.2. Fórmulas

Por definición:

$$\beta(\lambda) = \frac{L_{\lambda,r}}{L_{\lambda,d}}$$

($L_{\lambda,r}$ = radiancia espectral de la superficie; $L_{\lambda,d}$ = radiancia espectral del difusor perfecto en las mismas condiciones).

14.42.3. Dimensiones

$$[\beta(\lambda)] = 1$$

14.42.4. Unidad SI

1

14.43. CAMPO ELÉCTRICO EN UNA ONDA ELECTROMAGNÉTICA. ELONGACIÓN Y AMPLITUD, E, E_m

14.43.1. Observaciones y definición

Un campo eléctrico oscilante da lugar a la propagación por el espacio de una onda electromagnética transversal. El campo eléctrico oscilante ha de ir asociado a un campo magnético oscilante perpendicular , de acuerdo con las ecuaciones de Maxwell. Por ello, la elongación de la onda puede expresarse como el valor instantáneo de cualquiera de los campos $\vec{E}$, $\vec{D}$, $\vec{B}$, $\vec{H}$ (campo eléctrico, campo de inducción eléctrica, inducción magnética y campo magnét ico), que son funciones periódicas del tiempo y de la distancia. En esta sección consideramos el campo eléctrico $\vec{E}$.

14.43.2. Fórmulas

El campo eléctrico en una onda electromagnética cumple la ecuac ión de ondas:

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

y si la onda es monodireccional, propagándose en la dirección del eje X, es (para los módulos de los vectores):

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

Sólo consideramos aquí la solución sinusoidal:

$$E = E_m \operatorname{sen} (\omega t - kx)$$

$$E = cB \qquad E_m = cB_m$$

(E = elongación o valor instantáneo del campo eléctrico; E_m = amplitud; ω = frecuencia angular; k = número de ondas angular; $c = \omega/k$ = velocidad de propagación; t = tiempo; x = distancia al punto tomado como origen; B y B_m son la elongación y la amplitud de la inducción magnética).

14.43.3. Dimensiones

$$[E] = \mathrm{L\ M\ T^{-3}\ I^{-1}}$$

14.43.4. Unidad SI

$$\mathrm{N/C} = \boxed{\mathrm{V/m}} \qquad \text{(voltio por metro)}$$

14.43.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Véase campo eléctrico (sección 13.6).

14.43.6. Constantes y valores concretos

Amplitud del campo eléctrico en un rayo de la luz solar:

(Intensidad $I = 1{,}4 \cdot 10^3\ \mathrm{W/m^2}$)

$$E_m = 1{,}027 \cdot 10^3\ \mathrm{V/m}$$

14.44. CAMPO DE INDUCCIÓN ELÉCTRICA EN ONDA ELECTROMAGNÉTICA. ELONGACIÓN Y AMPLITUD, D, D_m

14.44.1. Observaciones y definición

Esta magnitud también recibe el nombre de *desplazamiento eléctrico.*

Al producirse la oscilación del campo eléctrico en una onda ele ctromagnética, oscila inseparablemente el campo de inducción eléctrica, cumpliéndose la relación $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ (en donde ε es la permiti vidad del medio, o bien será ε_o para la propagación en el v acío). Por ello, $\vec{D}$ es función periódica del tiempo y de la distancia.

14.44.2. Fórmulas

Considerando la onda unidireccional propagándose por el eje X, la ecuación de ondas para el campo de inducción eléctrica es (para los módulos de los vectores):

$$\frac{\partial^2 D}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 D}{\partial t^2}$$

y considerando únicamente la solución sinusoidal:

$$D = D_m \operatorname{sen} (\omega t - kx)$$

(D = elongación o valor instantáneo del campo de inducción eléctrica en un punto; D_m = amplitud; ω, k, c, t, x representan las mismas magnitudes que en las ecuaciones del campo eléctrico vista en la sección anterior).

14.44.3. Dimensiones

$$[D] = \mathrm{L}^{-2}\,\mathrm{T}\,\mathrm{I}$$

14.44.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{C/m^2}}$ (culombio por metro cuadrado)

14.44.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Véanse las de inducción eléctrica, sección 13.11.

14.44.6. Constantes y valores concretos

Amplitud del campo $\vec{D}$ en un rayo de luz solar:
(Intensidad $I = 1{,}4 \cdot 10^3\ \mathrm{W/m^2}$)

$$D_m = 9{,}08 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C/m^2}$$

14.45. INDUCCIÓN MAGNÉTICA EN UNA ONDA ELECTROMAGNÉTICA. ELONGACIÓN Y AMPLITUD, B, B_m

14.45.1. Observaciones y definición

En una onda electromagnética se transmite la oscilación transversal del campo eléctrico (en los aspectos de los v ectores $\vec{E}$ y $\vec{D}$, que vimos en las secciones anteriores) y también, inseparablemente, las oscilaciones transversales del campo magnético $\vec{H}$ y la inducción magnética $\vec{B}$, perpendicularmente a la dirección del campo eléctrico y a la dirección de propag ación. Vamos a v er la inducción magnética, que es función del tiempo y la distancia.

14.45.2. Fórmulas

La ecuación de ondas de la inducción magnética, para una onda electromagnética monodireccional propagándose por el eje X, es (para los módulos de los vectores):

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2 B}{\partial t^2}$$

cuya solución sinusoidal es:

$$B = B_m \operatorname{sen}(\omega t - kx)$$
$$B = E/c$$
$$B_m = E_m/c$$

(B = elongación o valor instantáneo del campo de inducción magnéti ca; B_m = = amplitud; ω = frecuencia angular; k = número de ondas angular; $c = \omega/k$ = velocidad de propagación; t = tiempo; x = distancia al origen; E y E_m son la elongación y la amplitud del campo eléctrico).

14.45.3. Dimensiones

$$[B] = \mathrm{M\ T^{-2}\ I^{-1}}$$

14.45.4. Unidad SI

$$\mathrm{N \cdot C^{-1} \cdot m^{-1} \cdot s} = \boxed{\mathrm{T}}\ \text{(tesla)}$$

14.45.5. Otras unidades y su correspondencia con la Unidad SI (USI)

Véase la inducción magnética en la sección 13.36.

14.45.6. Constantes y valores concretos

Amplitud del campo $\vec{B}$ en un rayo de luz solar:
(Intensidad $I = 1{,}4 \cdot 10^3\ \mathrm{W/m^2}$)

$$B_m = 3{,}42 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{T}$$

14.46. CAMPO MAGNÉTICO DE UNA ONDA ELECTROMAGNÉTICA. ELONGACIÓN Y AMPLITUD, H, H_m

14.46.1. Observaciones y definición

Al producirse la oscilación del campo de indución magnética en una onda electromagnética, oscila inseparablemente el campo magnético $\vec{H}$, cumpliéndose la relación $\vec{B} = \mu\vec{H}$ (en donde μ es la permeabilidad del medio, o bien figurará μ_0 para la propagación en el vacío). Por ello $\vec{H}$ es función periódica del tiempo y de la distancia.

14.46.2. Fórmulas

Para una onda monodireccional que se propague por el eje X, la ecuación de ondas para el campo magnético es (para los módulos de los vectores):

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}$$

y la solución sinusoidal:

$$H = H_m \text{ sen } (\omega t - kx)$$

(H = elongación o valor instantáneo en un punto; H_m = amplitud; ω, k, c, t, x representan las mismas magnitudes que en las ecuaciones del campo eléctrico y de inducción magnética vistas en las secciones anteriores).

14.46.3. Dimensiones

$$[H] = \mathrm{L}^{-1}\,\mathrm{I}$$

14.46.4. Unidad SI

A/m (amperio por metro)

14.46.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Véase campo magnético, sección 13.37.

14.46.6. Constantes y valores concretos

Amplitud del campo $\vec{H}$ en un rayo de luz solar:

(Intensidad $I = 1{,}4 \cdot 10^3$ W/m^2)

$H_m = 2{,}72$ A/m

14.47. DENSIDAD DE ENERGÍA EN UNA ONDA ELECTROMAGNÉTICA MONODIRECCIONAL *w,u*

14.47.1. Observaciones y definición

Es una densidad de energía radiante (sección 14.2), pero aquí se trata de ondas electromagnéticas monodireccionales.

14.47.2. Fórmulas

Al propagarse una onda electromagnética en la dirección del eje X, considerando las elongaciones de los campos eléctricos y magnéticos se tiene (para los módulos, como vimos en las secciones anteriores):

$$E = E_m \text{ sen } (\omega t - kx)$$
$$D = D_m \text{ sen } (\omega t - kx)$$
$$B = B_m \text{ sen } (\omega t - kx)$$
$$H = H_m \text{ sen } (\omega t - kx)$$

$$D = \varepsilon E \qquad B = \mu H \qquad E = c\,B \qquad E_m = c\,B_m \qquad c^2 = \frac{1}{\varepsilon\mu} \qquad c = \frac{\omega}{k}$$

y la densidad de energía es suma de dos términos, debidos a las energías eléctrica y magnética, que en la onda resultan ser iguales:

$$u = u_E + u_B = \frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D} + \frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}$$

$$u_E = u_B \qquad u = 2\,u_E = 2\,u_B$$

y escribiremos para un medio isótropo:

$$u = 2\,u_E = ED = \varepsilon E^2$$

$$u = 2\,u_B = BH = \mu H^2 = \frac{1}{\mu}B^2 = \frac{1}{c^2\mu}E^2 = \varepsilon E^2$$

(u_E = densidad de ener gía eléctrica; u_B = densidad de ener gía magnética; ε = permitividad; μ = permeabilidad magnética; c = velocidad de propagación; E = campo eléctrico; D = desplazamiento o inducción eléctrica; B = inducción magnética; H = campo magnético; ω = frecuencia angular; k = número de ondas angular).

Todos los valores que figuran en estas fórmulas son elong aciones (o valores instantáneos). La densidad de ener gía en un punto resulta, por tanto, variable con el tiempo. Para una onda armónica monocromática (valores instantáneos) se tiene:

$$u = \varepsilon E^2 = \varepsilon E_m \operatorname{sen}^2(\omega t - kx)$$

Casi siempre, más que el valor instantáneo, interesa considerar el valor medio durante un periodo, que resulta:

$$\overline{u} = \frac{1}{2}\varepsilon E_m^2$$

($\overline{u}$ = valor medio de la densidad de energía). Casi siempre se suprime la indicación del valor medio y se emplea el mismo símbolo u que para el valor instantáneo:

14.47.3. Dimensiones

$$[u] = \mathrm{L}^{-1}\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-2}$$

14.47.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{J/m^3}}$ (julios por metro cúbico)

14.47.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de densidad de energía (sección 13.32 ó 13.54).

14.47.6. Constantes y valores concretos

Densidad de energía de la luz del Sol al incidir sobre la Tierra:

$$u = 4{,}7 \cdot 10^{-6}\ \text{J/m}^3$$

Esta densidad de ener gía, que es transportada por la onda electr omagnética monodireccional, da lugar a una presión de radiación que en la s uperficie de la Tierra vale:

$$p_r = u/3 = 1,\ 6 \cdot 10^{-6}\ \text{Pa}$$

lo que produce sobre toda la Tierra una fuerza (en el sentido d e alejamiento del Sol):

$$F_r = p_r \cdot \pi R^2 \approx 2 \cdot 10^8\ N$$

La fuerza de la presión de radiación puede ser fuerza propulsora de un cuerpo en el espacio.

14.48. INTENSIDAD DE ONDA ELECTROMAGNÉTICA MONODIRECCIONAL, *I*

14.48.1. Observaciones y definición

Consideremos, como en las secciones anteriores, una onda electromagnética que se propague en una dirección dada con frente de ondas plano («rayos paralelos»). En esta situación puede definirse la *intensidad* de la onda como se hace en las ondas de sonido, es decir, como potencia transportada por unida de superficie.

La definición es «el flujo de energía unidireccional a través de una superficie normal a la dirección de propag ación, dividido por el área de di cha superficie».

Como la intensidad es variable con el tiempo, es útil considerar la intensidad media en un ciclo.

14.48.2. Fórmulas

La intensidad de la onda monodireccional es, por definición:

$$I = \frac{d\Phi}{dS} \qquad I = \frac{dW}{dt\, dS}$$

(Φ = flujo energético; W = energía de la onda; S = superficie; t = tiempo). Puede calcularse por estas fórmulas (valores instantáneos):

$$I = uc = c\varepsilon E^2 \qquad I = \Pi = |\vec{E} \wedge \vec{H}|$$

$$I = E\,H = E\,B\,/\,\mu = E^2\,/\,\mu c = c\varepsilon E^2$$

(u = densidad de energía de la onda; c = velocidad de propagación; Π = vector de Poynting; E = campo eléctrico; B = inducción magnética; H = campo magnético; ε = permitividad; μ = permeabilidad magnética).

Tanto la densidad de energía como la intensidad de la onda en un punto son variables con el tiempo, puesto que lo son los campos eléctricos y magnéticos. La I es, para una onda armónica monocromática:

$$I = \varepsilon E^2 \operatorname{sen}^2 (\omega t - kx)$$

Casi siempre lo más interesante es considerar el valor medio en un periodo, pues es lo que da cuenta realmente del transporte de energía por la onda:

$$\bar{I} = \frac{1}{2} c\varepsilon E_m^2$$

$$\bar{I} = \bar{u}c = \bar{\Pi}$$

($\bar{I}$ = valor medio de la intensidad de la onda; $\bar{\Pi}$ = valor medio vector de Poynting; E_m = amplitud del campo eléctrico). Muchas veces, en la práctica, se escribe simplemente I para designar el valor medio de la intensidad de una onda unidireccional, sin considerar nunca el valor instantáneo. La intensidad resulta, pues, proporcional al cuadrado de la amplitud.

14.48.3. Dimensiones

$$[I] = \mathrm{M\,T^{-3}}$$

14.48.4. Unidad SI

$$\mathrm{kg \cdot s^{-3}} = \boxed{\mathrm{W/m^2}} \quad \text{(vatios por metro cuadrado)}$$

14.48.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$\mathrm{UCGS} \equiv \mathrm{erg/(s \cdot cm^2)} = 10^{-3}$ USI

y cualquier unidad de potencia dividido por cualquier unidad de superficie.

14.48.6. Constantes y valores concretos

Intensidad de la onda en la radiación del Sol al incidir sobre la Tierra: $I = 1{,}386 \cdot 10^3$ W/m^2 lo que da, para toda la Tierra, una potencia incidente:

$$P = I\,S = I\,\pi R^2 = 1{,}386 \cdot 10^3\,\pi\,(6{,}37 \cdot 10^6)^2 = 1{,}734 \cdot 10^{17}\ \mathrm{W}$$

de cuya energía, se absorbe el 63% y el resto se refleja.

14.49. CONSTANTE DE HUBBLE H_o

14.49.1. Observaciones y definición

Poco después del descubrimiento de las galaxias, en 1929, Edwin Hubble enunció la ley que lleva su nombre, de la que se dedujo la expansión general del Universo.

La ley de Hubble indica que existe proporcionalidad entre la velocidad de alejamiento de las galaxias o cuásares lejanos y la distancia a que se encuentran. La *constante de Hubble* es la constante de proporcionalidad. Actualmente es de gran interés su determinación, pues está relacionada con la edad del Universo. Si se considera movimiento uniforme de alejamiento, la edad del Universo es la inversa de la constante de Hubble; por tanto, no es una constante propiamente hablando, sino que su valor disminuye lentamente. Si se tiene en cuenta que la expansión del Universo tiene que estar frenada por el efecto gravitatorio, el alejamiento no se produce con movimiento uniforme, por lo que la edad del Universo resulta algo menor.

14.49.2. Fórmulas

Según la ley de Hubble es:

$$v = H_o\, r \qquad H_o = \frac{v}{r}$$

(v = velocidad de alejamiento; r = distancia). La edad actual del Universo se calcula así:

$$t = 1/H_o$$

14.49.3. Dimensiones

$$[H_o] = \mathrm{T}^{-1}$$

14.49.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{s}^{-1}}$ (segundo recíproco)

14.49.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$(\mathrm{km/s})/\mathrm{Mpc} = 3{,}240\,78 \cdot 10^{-20}\ \mathrm{USI}$$
$$(\mathrm{km/s})/\text{año luz} = 1{,}057\,02 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{USI}$$
$$(\mathrm{km/s})/\ \mathrm{UA} = 6{,}684\,59 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{USI}$$

14.49.6. Constantes y valores concretos

Las últimas estimaciones (año 2006), basadas en observaciones de galaxias muy lejanas, arrojan un resultado de

$$H_0 = 71{,}37 \text{ (km/s)/Mpc} = 2{,}313\ 10^{-18}\ \text{s}^{-1}$$

Por tanto, la edad del Universo sería (suponiendo movimiento uniforme de alejamiento de las galaxias):

$$t = \frac{1}{H_0} \approx 1{,}37 \cdot 10^{10} \text{ años} = 13\,700 \text{ Ma}$$

14.50. CORRIMIENTO AL ROJO (POR LEY DE HUBBLE Y EFECTO DOPPLER), *z*

14.50.1. Observaciones y definición

La ley de Hubble indica la proporcionalidad entre la velocidad de alejamiento de una galaxia o cuásar lejano y la distancia. Por otra parte, el efecto Doppler indica la disminución de la frecuencia recibida al existir velocidad de alejamiento. Por tanto, la longitud de onda recibida de un objeto muy lejano aumenta con la distancia. Esto es lo que se expresa por el *corrimiento al rojo*, z, que se define mediante las fórmulas (apartado siguiente).

14.50.2. Fórmulas

La longitud de onda recibida λ' es mayor cuanto mayor es z:

$$\lambda' = \lambda\,(1 + z) \qquad z = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

(λ = longitud de onda emitida por el foco; λ' = longitud de onda recibida en el observatorio terrestre; z = corrimiento al rojo). Y de acuerdo con las fórmulas del efecto Doppler, se puede calcular la velocidad de alejamiento:

$$v = c\,\frac{(1 + z)^2 - 1}{(1 + z)^2 + 1}$$

siendo c la velocidad de la luz. En el caso frecuente de ser $v << c$, resulta simplemente:

$$v = c\,z$$

14.50.3. Dimensiones

$$[z] = 1$$

14.50.4. Unidad SI

1

14.50.5. Constantes y valores concretos

Se han descubierto muchas galaxias y cuásares que presentan corrimiento al rojo z hasta valor 10, y algunas con valores mayores (el telescopio espacial Hubble ha descubierto, en 2006, galaxias lejanas con corrimiento al rojo próximo a 12). Damos un cuadro aproximado de valores con la edad calculada para cada galaxia, tomando la edad del Universo = $1{,}37 \cdot 10^{10}$ años.

z	distancia, (Ma-l)	velocidad(m/s)	edad (Ma)
0	0	0 13	700
0,5	5 269	0,3846 $c = 1{,}1530 \cdot 10^8$	8 431
1	8 220	0,6000 $c = 1{,}7988 \cdot 10^8$	5 480
2	10 960	0,8000 $c = 2{,}3983 \cdot 10^8$	2 740
5	12 960	0,9460 $c = 2{,}8360 \cdot 10^8$	740
8	13 366	0,9756 $c = 2{,}9248 \cdot 10^8$	344
10	13 475	0,9836 $c = 2{,}9488 \cdot 10^8$	225
12	13 538	0,9882 $c = 2{,}9625 \cdot 10^8$	162
15	13 593	0,9922 $c = 2{,}97454 \cdot 10^8$	107

(Ma-l (millón de años-luz) = $9{,}46 \cdot 10^{21}$ m; Ma (millón de años) = $3{,}156 \cdot 10^{13}$ s)

14.51. IMPEDANCIA CARACTERÍSTICA (DE UN MEDIO PARA UNA ONDA ELECTROMAGNÉTICA) *Z*

14.51.1. Observaciones y definición

Al propagarse una onda de cualquier clase por un medio no disipativo, juegan un papel importante las propiedades del medio. Por ejemplo, en onda de sonido, la *impedancia característica* del medio relaciona la amplitud de presión con la amplitud de velocidad acústica y su valor es $Z = \rho c = \sqrt{\rho\kappa}$ (ρ = densidad; κ = módulo de compresibilidad adiabático; c = velocidad de propagación).

Para ondas electromagnéticas, la *impedancia característica* relaciona el campo eléctrico con el campo magnético. Su definición, para un medio no absorbente, al propagarse una onda electromagnética, es: «el cociente entre las amplitudes del campo eléctrico y el campo magnético».

La impedancia tiene gran interés en el estudio de la reflexión y refracción. En la superficie de separación de dos medios, la reflectancia es grande si las *impedancias características* tienen valores muy diferentes (y es entonces pequeña la transmitancia). En el caso más frecuente, las permeabilidades magnéticas relati-

vas son próximas al valor 1 y entonces, en vez de relacionar impedancias, pueden relacionarse las velocidades de propagación (puede verse esto en la sección de la reflectancia).

14.51.2. Fórmulas

La impedancia característica de un medio para una onda electromagnética es:

$$Z = \frac{E_m}{H_m}$$

y como $c_1 = \sqrt{1/\varepsilon\mu}$ y además $E_m = c_1 B_m$ y por otra parte $H_m = B_m/\mu$, resulta la impedancia del medio:

$$Z = \mu c_1 = \frac{1}{\varepsilon c_1} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

(c_1 = velocidad de propagación de la onda en el medio; E_m, H_m = amplitudes de los campos eléctrico y magnético; ε, μ = permitividad y permeabilidad del medio).

14.51.3. Dimensiones

$$[Z] = L^2\ M\ T^{-3}\ I^{-2}$$

14.51.4. Unidad SI

$\boxed{\Omega}$ (ohmio)

14.51.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS de Gauss = uee = statohm = $(2, 997\ 924\ 58)^2 \cdot 10^{11}$ USI $\approx 9 \cdot 10^{11}$ USI
uem = abohm = 10^{-9} USI

14.51.6. Constantes y valores concretos

Para el vacío es:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi = 377 \text{ USI}$$

y para un medio material con $\mu_r = 1$ y $\varepsilon_1 = 81$ es:

$$Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{81\ \varepsilon_0}} = 41, 888 \text{ USI} \quad \text{(que es el agua)}$$

14.52. COEFICIENTE DE ATENUACIÓN LINEAL (COEFICIENTE DE EXTINCIÓN LINEAL), μ, (μ_ℓ)

14.52.1. Observaciones y definición

Al propagarse una onda por un medio material, el flujo radiante disminuye con la distancia recorrida porque la energía es absorbida por el medio (y por otros fenómenos tales como la difusión, etc.).

La onda experimenta una «atenuación» (disminuye el flujo radiante, la densidad de energía, la amplitud, la intensidad, etc.). Se considera que la ley es exponencial.

Se define el *coeficiente de atenuación lineal* de un medio como «el cociente entre la disminución relativa del flujo radiante al atravesar una capa infinitesimal y el espesor de dicha capa». Lo vemos en las fórmulas.

14.52.2. Fórmulas

Al recorrer la onda una distancia dx en un medio material, el flujo radiante disminuye:

$$-d\Phi = \mu\, \Phi\, dx \qquad \mu = -\frac{d\Phi / \Phi}{dx}$$

esta última expresión sirve para la definición. Al integrar resulta:

$$\Phi = \Phi_0\, e^{-ux}$$

(Φ = flujo radiante; Φ_o = flujo radiante en el punto de origen; x = distancia recorrida por la onda desde el punto de origen).

14.52.3. Dimensiones

$$[\mu] = \mathrm{L}^{-1}$$

14.52.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{m}^{-1}}$$

14.52.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = cm^{-1} = 100 USI

y cualquier otra unidad de longitud, con exponente –1.

14.53. ESPESOR DE SEMIATENUACIÓN (CAPA DE HEMIRREDUCCIÓN) χ

14.53.1. Observaciones y definición

«Es la distancia recorrida por la onda en un medio para que el flujo radiante disminuya a la mitad».

14.53.2. Fórmulas

Se considera que la atenuación cumple la ley exponencial

$$\Phi = \Phi_0 \, e^{-\mu x}$$

y si el flujo radiante se reduce a la mitad se tiene:

$$\frac{\Phi_0}{2} = \Phi_0 \, e^{-\mu x \, 1/2} \qquad x^{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}$$

(Φ = flujo radiante; Φ_o = flujo radiante en el punto origen; x = distancia recorrida por la onda; μ = coeficiente de atenuación).

14.53.3. Dimensiones

$$\left[\; x \; \right] = \mathrm{L}$$

14.53.4. Unidad SI

m

14.53.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = cm = 10^{-2} m

y cualquier unidad de longitud.

14.54. COEFICIENTE DE ABSORCIÓN LINEAL, *a*

14.54.1. Observaciones y definición

Si la atenuación de una onda en un medio se debe sólo a la absorción, el coeficiente de absorción y el de atenuación son la misma cosa.

Si a la atenuación contrib uyen además otros fenómenos (tales co mo la difusión, etc.), cabe definir el *coeficiente de absorción lineal* como «la parte del coeficiente de atenuación lineal debido a la absorción».

14.54.2. Fórmulas

Será

$$-d\Phi_a = a\ \Phi\ dx \qquad a = \frac{d\Phi_a / \Phi}{dx}$$

(Φ = flujo radiante; $-d\Phi_a$ = disminución del flujo debido a la absorción; dx = espesor de la capa atravesada).

14.54.3. Dimensiones

$$[a] = \mathrm{L}^{-1}$$

14.54.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{m}^{-1}}$$

14.54.5. Otras unidades y su equivalencia para la Unidad SI (USI)

UCGS = cm^{-1} = 100 USI

y cualquier unidad de longitud con exponente –1.

14.55. COEFICIENTE DE ABSORCIÓN (LINEAL) MÁSICO a_m

14.55.1. Observaciones y definición

«Es el coeficiente de absorción lineal de un medio dividido por su densidad».

14.55.2. Fórmulas

Es el cociente

$$a_m = \frac{a}{\rho}$$

(a = coeficiente de absorción lineal; ρ = densidad).

14.55.3. Dimensiones

$$[a_m] = \mathrm{L}^2\ \mathrm{M}^{-1}$$

14.55.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{m}^2/\mathrm{kg}}$$

14.55.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS $\equiv$ $cm^2/g = 0{,}1$ USI

y cualquier unidad de superficie dividido por cualquier unidad de masa.

14.56. COEFICIENTE DE ABSORCIÓN (LINEAL) MOLAR, κ

14.56.1. Fórmulas

«Es el coef iciente de absorción lineal de un medio di vidido por su molaridad».

14.56.2. Fórmulas

Por definición

$$\kappa = \frac{a}{c}$$

(a = coeficiente de absorción lineal; c = molaridad o cantidad de sustancia por unidad de volumen).

14.56.3. Dimensiones

$$[k] = L^2\,N^{-1}$$

14.56.4. Unidad SI

$$\boxed{m^2/mol}$$

14.56.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = $cm^2/mol = 10^{-4}$ USI

y cualquier unidad de superficie dividido por un mol.

14.57. ÍNDICE DE REFRACCIÓN (ABSOLUTO) (DE UN MEDIO PARA UNA ONDA ELECTROMAGNÉTICA) *n*

14.57.1. Observaciones y definición

La velocidad de la luz (de las ondas electromagnéticas) en el v acío es una constante universal. La velocidad de propagación en un medio material es siempre menor. Se define el *índice de refracción* de un medio como «el cociente en-

tre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad en el medio dado». Es, por tanto, siempre superior a la unidad.

Si la velocidad de propagación depende de la frecuencia, el fenómeno se llama «dispersión». La función $n(\upsilon)$ constituye la ley de dispersión.

14.57.2. Fórmulas

Por definición es

$$n = \frac{c}{c_1}$$

(c = velocidad de la luz en el vacío = 2, 997 924 58 · 10^8 m/s; c_1 = velocidad de la onda en el medio).

14.57.3. Dimensiones

$$[n] = 1$$

14.57.4. Unidad SI

1

14.57.5. Constantes y valores concretos

Índice de refracción de algunos medios.

Agua $n = 1{,}33$
Vidrio $n = 1{,}5$ 1,9

14.58. ÍNDICE DE REFRACCIÓN RELATIVO (PARA DOS MEDIOS) n_{ij}

14.58.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre los índices de refracción absolutos de dos medios». Si los índices son n_1 y n_2 el índice de refracción del medio 1 respecto al 2 es el cociente n_1/n_2.

También puede definirse mediante el cociente de las velocidades de propagación, tomando el número inverso.

14.58.2. Fórmulas

El índice del medio 1 respecto a 2 es:

$$n_{12} = \frac{n_1}{n_2} \qquad n_{12} = \frac{c_2}{c_1}$$

(n_1, n_2 = índices de refracción; c_1, c_2 = velocidad de propagación de los medios 1 y 2).

14.58.3. Dimensiones

$$[n_{ij}] = 1$$

14.58.4. Unidad SI

1

15.59. ÁNGULO DE INCIDENCIA *i*, θ_i

14.59.1. Observaciones y definición

Cuando un rayo de luz incide sobre la superf icie de separación de dos medios, se define *el ángulo de incidencia* como «el ángulo que forma el rayo incidente con la normal a la superficie (en el punto de incidencia)».

14.59.2. Fórmulas

El ángulo de incidencia se suele representar por *i*.

14.59.3. Dimensiones

$$[i] = 1$$

14.59.4. Unidad SI

rad

14.59.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$1° = 2\pi/360 \text{ rad}$$

y todas las de ángulo.

15.60. ÁNGULO DE REFRACCIÓN, r, θ_r

14.60.1. Observaciones y definición

Cuando un rayo de luz (una onda) pasa de un medio a otro atravesando la superficie de separación, se define el *ángulo de refracción* como «el ángulo que forma el rayo refractado (o emergente) con la normal a la superficie».

El ángulo de refracción es menor que el de incidencia si la velocidad de la onda es menor en el segundo medio que en el primero.

14.60.2. Fórmulas

Entre el ángulo de incidencia i y el de refracción r existe una relación que depende de las velocidades de la onda en ambos medios, es decir, de los índices de refracción. Es la ley de Snell:

$$n_1 \operatorname{sen} i = n_2 \operatorname{sen} r$$

(n_1, n_2 = índices de refracción absolutos de los dos medios).

En general, cuando un rayo incide sobre una superficie, se produce refracción y reflexión simultáneamente, repartiéndose la energía entre los rayos refractado y reflejado en una proporción determinada.

El ángulo de reflexión (que forma el rayo reflejado con la normal) es igual al de incidencia, pero el ángulo de refracción depende de los índices de refracción según la ley de Snell. El ángulo de refracción es menor que el de incidencia si $n_2 > n_1$, o lo que es igual, si $c_2 < c_1$.

En la reflexión se produce un cambio de fase (π radianes) si el medio 2 tiene mayor índice que el medio 1. En la refracción nunca hay cambio de fase.

14.60.3. Dimensiones

$$[r] = 1$$

14.60.4. Unidad SI

rad

14.60.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$1° = 2\pi/360 \text{ rad}$$

y todas las de ángulo.

14.61. GRADO DE POLARIZACIÓN *g*

14.61.1. Observaciones y definición

La luz puede estar totalmente polarizada (el campo eléctrico $\vec{E}$ oscila en un único plano). Pero puede estarlo solo parcialmente; en este cas o se considera la oscilación del campo eléctrico en el plano de máxima amplitud (plano de polarización) y en el plano perpendicular , y se tienen en cuenta las i ntensidades correspondientes I_t, I_n.

Se define el *grado de polarización* como «la diferencia de las intensidades correspondiente al plano de polarización y al plano normal, dividida por la intensidad total del rayo». (Téngase en cuenta la ley de Malus).

14.61.2. Fórmulas

Es el cociente:

$$g = \frac{|I_t - I_n|}{I_t + I_n}$$

(I_t = intensidad en el plano de polarizción; I_n = intensidad en el plano normal; $I_t + I_n$ = intensidad total).

14.61.3. Dimensiones

$$[g] = 1$$

14.61.4. Unidad SI

1

14.61.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Puede darse en tantos por ciento.

14.62. CAMINO ÓPTICO *C*

14.62.1. Observaciones y definición

Para estudiar el recorrido efectuado por un rayo que atra viesa diversos medios es útil la magnitud *camino óptico.* «Es la suma de los productos de las distancias recorridas por la onda por los respecti vos índices de r efracción de los medios».

14.62.2. Fórmulas

El camino óptico es:

$$C = \sum n_i, x_i$$

En la trayectoria de un rayo, el camino óptico es un mínimo.

14.62.3. Dimensiones

$$[C] = \mathrm{L}$$

14.62.4. Unidad SI

m	(metro)

14.62.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = cm = 10^{-2} m

y cualquier unidad de longitud.

14.63. ÁNGULO LÍMITE θ_L i_L

14.63.1. Observaciones y definición

Según la ley de Snell, si una onda pasa de un medio a otro de menor índice de refracción, el ángulo de refracción resulta mayor que el de incidencia. Si el ángulo de refracción es un ángulo recto el ángulo de incidencia tiene un valor concreto, por encima del cual no puede producirse refracción: es el *ángulo límite*. La definición, por tanto, es: «el máximo ángulo de incidencia que puede producir refracción» o también «el ángulo de incidencia que corresponde a un ángulo recto de refracción». Obviamente, para ondas que pasan a un medio de mayor índice de refracción, no existe ángulo límite.

14.63.2. Fórmulas

La ley de Snell es

$$n_1 \operatorname{sen} i = n_2 \operatorname{sen} r$$

y para $r = 90°$ resulta el ángulo límite

$$\operatorname{sen} i_L = \frac{n_2}{n_1}$$

(n_1, n_2 = índices de refracción; i = ángulo de incidencia; r = ángulo de refracción). Si ocurre que $i > i_L$ no hay refracción; la onda es reflejada totalmente («reflexión total»).

14.63.3. Dimensiones

$$[\theta_L] = 1$$

14.63.4. Unidad SI

rad

14.63.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$1° = 2\pi/360 \text{ rad}$$

y cualquier unidad de ángulo.

14.63.6. Constantes y valores concretos

Ángulo límite de algunos medios

Agua ($n = 1{,}33$): $\theta_L = 48{,}6° = 0{,}848$ rad

Vidrio ($n = 1{,}5$): $\theta_L = 41{,}8° = 0{,}73$ rad

14.64. ÁNGULO DE BREWSTER θ_B, i_B

14.64.1. Observaciones y definición

Al incidir la onda sobre la superficie de separación de dos medios, se produce polarización; el rayo reflejado resulta polarizado normalmente al plano de incidencia, mientras el rayo refractado queda polarizado paralelamen te al plano de incidencia. Pero, mientras la polarización del rayo refractado es siempre parcial, en cambio la polarización del rayo reflejado puede ser total, dependiendo del *ángulo de Brewster*, cuya definición es: «el ángulo de incidencia para el cual el rayo reflejado está totalmente polarizado», es decir, tiene grado de polarización igual a uno.

14.64.2. Fórmulas

El ángulo de Bewster viene dado por la fórmula

$$tg\ \theta_B = \frac{n_2}{n_1}$$

Para el ángulo de Brewster ocurre además que los rayos reflejado y refractado forman ángulo recto.

14.64.3. Dimensiones

$$[\theta_B] = 1$$

14.64.4. Unidad SI

rad

14.64.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$1° = 2\pi/360 \text{ rad}$$

y cualquier unidad de ángulo.

14.64.6. Constantes y valores concretos

Agua ($n = 1{,}33$): $\theta_B = 53{,}12° = 0{,}927$ rad
Vidrio ($n = 1, 5$): $\theta_B = 56{,}31° = 0{,}983$ rad

14.65. DISTANCIA FOCAL (DE UNA LENTE DELGADA O DE UN SISTEMA ÓPTICO) *f'*, *f*

14.65.1. Observaciones y definición

Cuando los rayos que llegan al sistema óptico paralelo al eje óptico se reúnen en un punto, éste es el foco del sistema.

Para una lente delgada se define la *distancia focal* como «la distancia de la lente al foco».

De la misma manera, los rayos que salen del foco resultan paralelos al eje óptico después de atravesar la lente (hay por tanto dos focos, a ambos lados, y dos distancias focales, *f' y f*, generalmente iguales y de signos opuestos).

Para un sistema óptico, la distancia focal es la distancia desde un origen de referencia (puede considerarse la última superficie) hasta el foco.

14.65.2. Fórmulas

Considerando que las distancias focales de una lente cumplen:

$$f = -f'$$

una lente convergente tiene *f'* positivo (*distancia focal imagen* positiva), y una lente divergente tiene *f'* negativa.

14.65.3. Dimensiones

$$[f] = \mathrm{L}$$

14.65.4. Unidad SI

m

14.65.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = cm = 10^{-2} m

y cualquier unidad de longitud.

14.65.6. Constantes y valores concretos

Distancia focal del cristalino del ojo humano $f' \approx 5$ cm = 0,05 m
Distancia focal de una lupa ordinaria $f' \approx 10$ cm = 0,1 m

14.66. POTENCIA DE UNA LENTE (VERGENCIA) *P*, *D*

14.66.1. Observaciones y definición

«Es la inversa de la distancia focal». Se ha de tener la distancia focal imagen f' expresada en metros.

14.66.2. Fórmulas

La potencia es

$$P = \frac{1}{f'}$$

si P es positiva, la lente es convergente, y si es negativa es divergente.

14.66.3. Dimensiones

$$[P] = \mathrm{L}^{-1}$$

14.66.4. Unidad SI

m^{-1} = | dioptría |

14.66.5. Constantes y valores concretos

Potencia del cristalino del ojo humano P = 17 a 21 dioptrías
Potencia total del ojo humano $P \approx 60$ dioptrías
Potencia de una lupa ordinaria $P \approx 10$ dioptrías

14.67. DISTANCIA OBJETO, *p*

14.67.1. Observaciones y definición

«Es la distancia del objeto a la lente», para lentes delgadas. Su signo es negativo si el objeto está a la izquierda.

14.67.2. Fórmulas

Para una lente delgada:

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$$

(p' = distancia imagen; f' = distancia focal).

14.67.3. Dimensiones

$$[p] = \mathrm{L}$$

14.67.4. Unidad SI

m

14.67.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\mathrm{cm} = 10^{-2}\ \mathrm{m}$$

14.68. DISTANCIA IMAGEN *p'*

14.68.1. Observaciones y definición

«Es la distancia de la imagen a la lente», para lentes delgadas. Su signo es positivo si la imagen está a la derecha.

14.68.2. Fórmulas

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$$

(p' = distancia objeto; f' = distancia focal).

14.68.3. Dimensiones

$$[p'] = \mathrm{L}$$

14.68.4. Unidad SI

m

14.68.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\text{cm} = 10^{-2}\ \text{m}$$

14.69. AUMENTO LINEAL *M*

14.69.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre el tamaño de la imagen y el del objeto» (tomados perpendicularmente al eje óptico).

14.69.2. Fórmulas

$$M = \frac{y'}{y}$$

(y' = tamaño de la imagen; y = tamaño del objeto).

14.69.3. Dimensiones

$$[M] = 1$$

14.69.4. Unidad SI

1

14.69.5. Constantes y valores concretos

Aumento lineal de un microscopio ordinario:

$$M \approx 10^2$$

14.70. AUMENTO ANGULAR γ

14.70.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre el ángulo que forman los rayos emer gentes con el eje óptico y el que forman los rayos incidentes con el eje óptico».

14.70.2. Fórmulas

$$\gamma = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

(α', α = ángulo de los rayos emergentes y de los rayos incidentes, con el eje óptico).

14.70.3. Dimensiones

$$[\gamma] = 1$$

14.70.4. Unidad SI

1

14.71. PODER SEPARADOR (PODER DE RESOLUCIÓN O PODER RESOLVENTE) h, θ_m

14.71.1. Observaciones y definición

Para un telescopio, microscopio, o en general un instrumento detector de ondas electromagnéticas, cada punto observado se detecta rodeado de la correspondiente figura de difracción. Ello origina una limitación en la proximidad que pueden tener dos puntos del objeto para ser observados separadamente. De aquí surge el concepto de poder separador, que depende del instrumento, de la longitud de onda y de las condiciones de observación.

El *poder separador* puede expresarse mediante una distancia o mediante un ángulo. La primera definición es útil en un microscopio: «es la mínima distancia apreciable entre dos puntos del objeto». Y la definición angular, que es útil para telescopios, es: «el mínimo ángulo de los rayos incidentes que permita observar dos puntos del objeto separadamente». Naturalmente, con estas definiciones, cuanto menor sea el poder separador, mejor será la observación.

14.71.2. Fórmulas

También se llama a veces poder separador a los números inversos de la distancia h y el ángulo θ_m definidos en la sección anterior.

14.71.3. Dimensiones

$$[h] = \mathrm{L}$$

$$[\theta_m] = 1$$

14.71.4. Unidad SI

Para h: m

Para θ_m: rad

14.71.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Cualquier unidad de longitud y cualquier unidad de ángulo.

14.71.6. Constantes y valores concretos

Poder separador de un microscopio:

$$h = 0{,}61 \frac{\lambda}{n \operatorname{sen} \theta_0}$$

Poder separador teórico de un telescopio:

$$\theta_m \approx 1{,}22 \frac{\lambda}{D}$$

(λ = longitud de onda; n = índice de refracción del medio en que se encuentra el objeto; θ_o = ángulo de máxima inclinación de los rayos procedentes del obj eto; D = diámetro del objetivo).

Se ve, pues, que el poder separador mejora para λ pequeña y gran abertura del objetivo. Para ondas largas han de usarse grandes antenas p arabólicas o instalar muchas de ellas distrib uidas por grandes distancias y rea lizar la detección por interferencias, como se realiza en radioastronomía.

El poder separador del telescopio óptico espacial Hubble (diámetro 2,5 m) es de 0,05″. Por interferometría óptica, un sistema de dos telescopios separados 30 m pueden llegar a resolver $\theta_m \approx 0{,}004''$.

14.72. ÁNGULO DE ROTACIÓN ÓPTICA, α

14.72.1. Observaciones y definición

«Es el ángulo que gira el plano de polarización de la luz al at ravesar un medio ópticamente activo».

14.72.2. Fórmulas

Ángulo girado por el plano de polarización:

$$\alpha$$

tomando el sentido positivo igual al de las agujas del reloj al mirar hacia el frente de luz.

14.72.3. Dimensiones

$$[\alpha] = 1$$

14.72.4. Unidad SI

rad

14.72.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Todas las de ángulo.

14.73. PODER ROTATORIO ÓPTICO *R*

14.73.1. Observaciones y definición

Una sustancia ópticamente activa se caracteriza por hacer girar el plano de polarización de la luz incidente polarizada.

El ángulo girado es proporcional a la distancia recorrida por el rayo en el interior de la sustancia. Ello lleva a introducir la magnitud *poder rotatorio*, definido como «el cociente entre el ángulo de rotación óptica y la distancia recorrida».

14.73.2. Fórmulas

El ángulo girado resulta ser:

$$\alpha = Rx$$

y por tanto:

$$R = \alpha/x$$

que es la fórmula de definición del poder rotatorio (x = longitud recorrida por el rayo de la luz polarizada en el material).

El poder rotatorio, para una sustancia disuelta, resulta proporcional a su concentración, lo que constituye una propiedad útil para determinar concentraciones.

14.73.3. Dimensiones

$$[R] = \mathrm{L}^{-1}$$

14.73.4. Unidad SI

rad/m

14.73.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = rad/cm = 10^2 USI
1°/m = 2π/360 USI = 0,017 453 29 USI
1°/cm = 2π · 10^2/ 360 USI = 1,745 329 USI
rad/pulgada ≡ rad/in = 39, 37 USI
1°/pulgada ≡ 1°/in = 0,687 137 5 USI
rad/pie ≡ rad/ft = 3,280 84 USI
1°/pie ≡ 1°/ft = 0,057 261 46 USI

14.74. PODER ROTATORIO ÓPTICO MOLAR, α_n

14.74.1. Observaciones y definición

«Es el ángulo de rotación óptico multiplicado por el área transversal y dividido por la cantidad de sustancia de la sustancia ópticamente act iva contenida en el recorrido de la luz polarizada». También es el poder rotator io óptico por unidad de concentración.

14.74.2. Fórmulas

Según la definición dada, es:

$$\alpha_n = \frac{\alpha A}{n} \qquad \alpha_n = \frac{R}{c} = \frac{\alpha/x}{n/V} = \frac{\alpha A}{n}$$

(α = ángulo de rotación óptica; A = área transv ersal; n = cantidad de sustancia ópticamente activa; R = poder rotatorio; c = concentración o cantidad de sustancia por unidad de v olumen; V = volumen; x = longitud recorrida por el rayo de luz polarizada por el interior de la sustancia ópticamente activa).

14.74.3. Dimensiones

$$[a_n] = L^2\ N^{-1}$$

14.74.4. Unidad SI

$$\boxed{\text{rad} \cdot \text{m}^2/\text{mol}}$$

14.74.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS = rad · cm^2/ mol = 10^{-4} USI

y cualquier unidad que resulte al sustituir el radián por otra unidad de ángulo.

14.75. PODER ROTATORIO ÓPTICO ESPECÍFICO, α_m

14.75.1. Observaciones y definición

«Es el ángulo de rotación óptica multiplicado por el área transversal y dividido por la masa de la sustancia ópticamente activa contenida en el recorrido de la luz polarizada». También es el poder rotatorio óptico por unida d de concentración másico (se ha llamado *rotación específica*).

14.75.2. Fórmulas

Por la definición:

$$\alpha_n = \frac{\alpha A}{m} \qquad \alpha_n = \frac{R}{\rho} = \frac{\alpha/x}{m/V} = \frac{\alpha A}{m}$$

(α = ángulo de rotación óptica; A = área transv ersal; m = masa de la sustancia ópticamente activa; V = volumen; r = concentración másica de la sustancia ópticamente activa; x = recorrido de la luz; R = poder rotatorio óptico).

14.75.3. Dimensiones

$$[a_m] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}^{-1}$$

14.75.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{rad}\cdot\mathrm{m}^2/\mathrm{kg}}$$

14.75.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

UCGS= rad $\cdot$ cm^2/g = 0,1 USI

y cualquier unidad que resulte al sustituir el radián por otra unidad de ángulo.

14.76. CANTIDAD DE LUZ, Q, (Q_v)

14.76.1. Observaciones y definición

La luz, como onda electromagnética (o como corriente de fotones), transporta energía, como es sabido. Otra cosa es la sensación fisiológica que produce en el ojo humano. Esta sensación f isiológica está determinada por la *cantidad de luz*. Una cantidad de ener gía corresponde a una cantidad de luz; l a primera es meramente física, mientras en la cantidad de luz influye la fisiología.

La definición acordada es: «la integral del flujo luminoso con relación al tiempo» (flujo luminoso es cantidad de luz que se desplaza por unidad de tiempo).

El subíndice *v* conviene a veces usarlo para evitar confusiones (puede indicar «visual»).

14.76.2. Fórmulas

La definición es:

$$Q_v \equiv Q = \int \Phi \; dt \qquad\qquad \Phi = \frac{dQ}{dt}$$

(Φ = flujo luminoso; t = tiempo).

14.76.3. Dimensiones

$$[Q] = \mathrm{T\,J}$$

14.76.4. Unidad SI

$$\mathrm{cd \cdot sr \cdot s} = \boxed{\mathrm{lm \cdot s}} \qquad \text{(lumen segundo)}$$

14.76.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

lumen hora (lm · h) = 3 600 USI

14.77. FLUJO LUMINOSO Φ (Φ_v)

14.77.1. Observaciones y definición

Es la cantidad de luz que se traslada (o se emite o se recibe o se absorbe) por unidad de tiempo. (Físicamente corresponde al concepto de potencia.)

La definición se da partiendo del concepto de intensidad lumino sa: «en un ángulo sólido elemental $d\Omega$, el flujo luminoso emitido por una fuente es el producto de la intensidad luminosa por el ángulo sólido».

14.77.2. Fórmulas

Por la definición

$$d\Phi = I \, d\Omega \qquad\qquad I = \frac{d\Phi}{d\Omega}$$

(I = intensidad luminosa del foco; Ω = ángulo sólido).

14.77.3. Dimensiones

$$[\Phi] = \mathrm{J}$$

14.77.4. Unidad SI

$$\text{cd} \cdot \text{sr} = \boxed{\text{lm}} \quad \text{(lumen)}$$

14.77.5. Constantes y valores concretos

Una lámpara incandescente de iluminación de 100 W puede emitir un flujo luminoso total de:

$$\Phi \approx 2\,000\ lm$$

La energía radiada meramente física corresponde a una cantidad de luz, que depende de la eficacia luminosa (la cual es diferente para cada frecuencia, como se puede ver en las secciones 4.79, 4.87 y siguientes).

En la siguiente tabla damos los valores máximos aproximados de potencia consumida y flujo luminoso producido para algunos tipos de lámparas en instalaciones.

Tipo de lámpara	Potencia (W)	Flujo luminoso (*lm*)
Incandescente	2 000	$4 \cdot 10^4$
Incandescente	10^4	$2{,}2 \cdot 10^5$
Fluorescente tubular	215	$1{,}55 \cdot 10^4$
Fluorescente compacto	36	2 900
Vapor Hg	2 000	$1{,}25 \cdot 10^5$
Halógenos metálicos	3 500	$3 \cdot 10^5$
Na, alta presión	1 000	$1{,}3 \cdot 10^5$
Na, baja presión	180	$3{,}3 \cdot 10^4$

14.78. INTENSIDAD LUMINOSA (DE UN FOCO EN UNA DIRECCIÓN DADA), I, (I_v)

14.78.1. Observaciones y definición

«Es el flujo luminoso que emite un foco en una dirección dada, por unidad de ángulo sólido». (Físicamente se corresponde con el flujo energético por unidad de ángulo sólido, es decir, la intensidad radiante de un foco).

Es una de las magnitudes tomadas como básicas en el SI y en el análisis dimensional. La unidad que se ha tomado en el SI es la candela, cuya definición puede verse más abajo.

14.78.2. Fórmulas

Por definición

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}$$

Para un foco esférico isótropo es

$$I = \frac{\Phi}{\Omega} = \frac{\Phi}{4\pi}$$

y el flujo total emitido por dicho foco es:

$$\Phi = 4\pi I$$

(Φ = flujo luminoso; Ω = ángulo sólido).

14.78.3. Dimensiones

$$[I\,] = \mathrm{J}$$

14.78.4. Unidad SI

lm/sr = **cd** (candela)

En el SI se ha def inido la «candela» del siguiente modo (ISO 31 -6-1992; UNE – 82 100-6-1996): «Es la intensidad luminosa, en una dirección dada, de una fuente que emite luz monocromática de frecuencia $5{,}4 \cdot 10^{14}$ Hz y que tiene una intensidad radiante, en dicha dirección, de 1/683 W/sr».

14.78.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Bujía nueva = candela
Bujía Hefner = 1,1 cd
Bujía internacional = pyr = 0,95 cd
Bujía Carcell = 11,88 cd
Bujía Vermon-Harcourt = 11,88 cd
Violle = 24, 6 cd
Bujía decimal = 1,23 cd
Bujía inglesa = 1,26 cd

14.78.6. Constantes y valores concretos

La intensidad luminosa de un foco esférico de 2 000 lm es del orden de

$$I = 160 \text{ cd}$$

14.79. EFICACIA LUMINOSA *K*

14.79.1. Observaciones y definición

La *energía* meramente física de la luz da lugar fisiológicamente a la *cantidad de luz*. Siempre podemos considerar la relación entre la energía y la cantidad de luz equivalente, de donde surge el concepto de *eficacia luminosa*. Se dice también que se trata del rendimiento luminoso.

La definición es «el cociente entre el flujo luminoso y el fluj o energético».

Naturalmente, la eficacia luminosa debe ser función de la frecue ncia, como se verá más adelante.

14.79.2. Fórmulas

Por definición es:

$$\Phi_v = K\,\Phi_e \qquad K = \frac{\Phi_v}{\Phi_e}$$

(Φ_v = flujo luminoso; Φ_e = flujo energético).

14.79.3. Dimensiones

$$[K] = L^{-2}\,M^{-1}\,T^3\,J$$

14.79.4. Unidad SI

$\boxed{\text{lm/W}}$ (lumen por vatio)

14.79.5. Constantes y valores concretos

Eficacia luminosa para luz monocromática de $\lambda = 555$ nm (para el observador medio de referencia):

$$K = 683 \text{ lm/W}$$

(es el valor máximo).

14.80. EXITANCIA LUMINOSA (EN UN PUNTO DE UNA SUPERFICIE EMISORA), M, (M_v)

14.80.1. Observaciones y definición

Se trata del flujo luminoso emitido por la unidad de superficie.

Esta magnitud se denominaba anteriormente *emitancia luminosa* y también *radiancia luminosa.* En un punto de una superf icie que emite luz, se define la *exitancia luminosa* así: «es el cociente entre el flujo luminoso que sale de un elemento de superficie y el área de dicho elemento».

La exitancia luminosa, por tanto, no hace referencia a la dirección de emisión ni a la orientación de la superficie emisora.

14.80.2. Fórmulas

Por definición:

$$M = \frac{d\Phi}{dS}$$

(Φ = flujo luminoso emitido; S = superficie).

14.80.3. Dimensiones

$$[M] = \mathrm{L}^{-2}\,\mathrm{J}$$

14.80.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{lm/m^2}}$ (lumen por metro cuadrado)

14.80.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$\mathrm{lm/cm^2}$ = lambert = 10^4 USI

14.81. LUMINANCIA (EN UN PUNTO DE UNA SUPERFICIE, EN UNA DIRECCIÓN DADA), L, (L_v)

14.81.1. Observaciones y definición

Esta magnitud se llamaba anteriormente *brillo* cuando se trata de una superficie emisora.

En un punto de una superficie que emite, recibe o es atravesada por la luz, en una dirección dada, se define la *luminancia*: «es el cociente entre la intensidad luminosa emitida o recibida por un elemento de superficie en una dirección dada y el área de la proyección ortogonal de dicho elemento sobre un plano perpendicular a la dirección considerada».

14.81.2. Fórmulas

Por definición es:

$$L = \frac{dI}{dS_N} \qquad L = \frac{dI}{dS\cos\varphi}$$

y para la definición de intensidad luminosa, se tiene:

$$L = \frac{d^2\Phi}{d\Omega\, dS_N}$$

(I = intensidad luminosa; S_N = superficie ortogonal a la dirección dada; φ = ángulo entre la dirección dada y la normal a la superf icie; Ω = ángulo sólido). La fórmula segunda constituye la «segunda ley de Lambert».

14.81.3. Dimensiones

$$[L] = L^{-2} J$$

14.81.4. Unidad SI

$$lm/(sr \cdot m^2) = \boxed{cd/m^2} \quad \text{(candela por metro cuadrado)}$$

14.81.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$stilb = cd/cm^2 = 10^4 \text{ USI}$$

$$nit = 10^{-4} \text{ stilb} = 1 \text{ USI}$$

14.81.6. Constantes y valores concretos

El ojo humano funciona de distinta manera se gún la luminancia q ue recibe. Si la luminancia es suficientemente grande ($L \approx 1$ cd/m^2, como mínimo), los conos de la retina jue gan el papel fundamental en la recepción de la luz («visión fotópica»), mientras que para luminancias pequeñas, son los basto nes los que funcionan («visión escotópica», con la que no se perciben los co lores, en la oscuridad).

14.82. ILUMINANCIA (EN UN PUNTO DE UNA SUPERFICIE QUE RECIBE LUZ), E, (E_v)

14.82.1. Observaciones y definición

Se trata del flujo recibido por unidad de superficie.

Esta magnitud se llamaba anteriormente *iluminación.* Para la luz recibida en un punto de una superf icie, se define la *iluminancia* como «el cociente entre el flujo luminoso recibido en un elemento de superf icie y e1 área de dicho elemento».

14.82.2. Fórmulas

Para la luz recibida, la definición de iluminancia es:

$$E = \frac{d\Phi}{dS}$$

Para el caso de un foco puntual o esférico que emite hacia la superficie dada, en ésta la iluminación resulta ser:

$$E = \frac{1}{r^2} \cos \theta$$

(Φ = flujo luminoso; S = superficie; I = intensidad luminosa; r = distancia del foco a la superficie iluminada; θ = ángulo de incidencia, que forma el rayo incidente con la normal a la superficie). Esta última fórmula constituye la primera ley de Lambert. Esta ley indica que la cantidad de luz que recibe una superficie depende de la inclinación de los rayos (para la energía recibida del Sol, esta ley explica las estaciones: en el verano los rayos llegan con menor ángulo de incidencia y producen mayor iluminancia sobre la superficie terrestre).

14.82.3. Dimensiones

$$[E] = \mathrm{L}^{-2}\,\mathrm{J}$$

14.82.4. Unidad SI

$$\mathrm{lm/m^2} = (\mathrm{lux}) \quad \boxed{\mathrm{lx}}$$

14.82.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\mathrm{lm/cm^2} = \mathrm{phot} = 10^4\ \mathrm{lx}$$

14.82.6. Constantes y valores concretos

Iluminancia que produce un foco esférico isótropo de 2 000 lm a 1 m de distancia:

$$E = 160\ \mathrm{lx}$$

Si el foco se instala de manera que toda la luz se dirija hacia la semiesfera inferior, produce una iluminancia doble.

Damos una tabla de iluminancias en casos frecuentes:

Situación	*L* (lx)
Superficie iluminada por el Sol en la vertical	10^5
Día despejado a la sombra	10^4
Día nublado	10^3
Recomendado para lectura y dibujo de precisión	500 a 400
Interiores con iluminación media	300 a 100
Noche; calles, pasillos y locales	50 a 10
Noche con luna llena	0,1
Noche con estrellas	10^{-6}
Umbral del ojo humano	$2{,}6 \cdot 10^{-8}$

Potencia calculada genéricamente en instalaciones eléctricas pa ra iluminación. Potencia instalada por cada metro cuadrado de superficie: $P = 100$ W.

14.83. EXPOSICIÓN LUMINOSA (EN UNA SUPERFICIE QUE RECIBE LUZ), *H*

14.83.1. Observaciones y definición

Esta magnitud se llamaba anteriormente *cantidad de iluminación.* En un punto de una superficie la definición es: «el cociente entre la cantidad de luz recibida en un elemento de superficie y el área de dicho elemento». También es «la integral de la iluminancia con respecto al tiempo».

14.83.2. Fórmulas

Según la definición se tiene:

$$H = \frac{dQ}{dS}$$

$$Q = \int \Phi \, dt$$

$$H = \int E \, dt$$

(Q = cantidad de luz recibida; S = superficie; Φ = flujo luminoso; E = iluminancia; t = tiempo).

14.83.3. Dimensiones

$$[H] = \mathrm{L}^{-2}\,\mathrm{T}\,\mathrm{J}$$

14.83.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{lx} \cdot \mathrm{s}}$ (lux segundo)

14.84. CANTIDAD DE LUZ ESPECTRAL (O CONCENTRACIÓN ESPECTRAL DE CANTIDAD DE LUZ), Q_λ, Q_υ

14.84.1. Observaciones y definición

Se trata de la cantidad de luz de una determinada longitud de onda o frecuencia.

Se define así: «es la cantidad de luz en un interv alo infinitesimal de longitudes de onda, dividida por dicho intervalo». De la misma forma se define para las frecuencias.

14.84.2. Fórmulas

Por la definición:

$$Q_\lambda = \frac{dQ}{d\lambda} \qquad Q = \int Q_\lambda \, d\lambda$$

$$Q_\upsilon = \frac{dQ}{d\upsilon} \qquad Q = \int Q_\upsilon \, d\upsilon$$

(Q = cantidad de luz; λ = longitud de onda; υ = frecuencia).

14.84.3. Dimensiones

Usando λ:

$$[Q_\lambda] = \mathrm{L}^{-1}\,\mathrm{T}\,\mathrm{J}$$

14.84.4. Unidad SI

Usando λ:

$\boxed{\mathrm{lm \cdot s/m}}$ (lumen segundo por metro)

14.84.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Usando λ:

$$\mathrm{lm \cdot s/nm} = 10^9\ \mathrm{USI}$$

14.85. FLUJO LUMINOSO ESPECTRAL (O CONCENTRACIÓN ESPECTRAL DE FLUJO LUMINOSO), Φ_λ, Φ_υ

14.85.1. Observaciones y definición

Se trata del flujo luminoso de una determinada longitud de ondao frecuencia.

Se define como: «el flujo luminoso en un interv alo infinitesimal de longitudes de onda, dividido por dicho interv alo». De la misma forma se define utilizando la frecuencia.

14.85.2. Fórmulas

Por la definición:

$$\Phi_\lambda = \frac{d\Phi}{d\lambda} \qquad \Phi = \int \Phi_\lambda \, d\lambda$$

$$\Phi_\upsilon = \frac{d\Phi}{d\upsilon} \qquad \Phi = \int \Phi_\upsilon \, d\upsilon$$

14.85.3. Dimensiones

Usando λ:

$$[\Phi_\lambda] = L^{-1} J$$

14.85.4. Unidad SI

lm/m	(lumen por metro)

14.85.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Usando λ:

$$lm/nm = 10^9 \text{ USI}$$

14.86. INTENSIDAD LUMINOSA ESPECTRAL (O CONCENTRACIÓN ESPECTRAL DE INTENSIDAD LUMINOSA), I_λ, I_υ

14.86.1. Observaciones y definición

Se trata de la intensidad luminosa en una determinada longitud de onda frecuencia.

La definición es: «la intensidad luminosa en un intervalo infinitesimal de longitudes de onda dividida por dicho intervalo». De la misma forma se define utilizando la frecuencia.

14.86.2. Fórmulas

Por la definición:

$$I_\lambda = \frac{dI}{d\lambda} \qquad I = \int I_\lambda \, d\lambda$$

$$I_\upsilon = \frac{dI}{d\upsilon} \qquad I = \int I_\upsilon \, d\upsilon$$

14.86.3. Dimensiones

Utilizando λ:

$$[I_\lambda] = L^{-1} J$$

14.86.4. Unidad SI

Usando λ:

cd/m (candela por metro)

14.86.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Usando λ:

$$\text{cd/nm} = 10^9 \text{ USI}$$

14.87. EFICACIA LUMINOSA ESPECTRAL (EFICACIA LUMINOSA PARA LONGITUD DE ONDA DADA) $K(\lambda)$, $K(\upsilon)$

14.87.1. Observaciones y definición

Al relacionar el flujo energético con el flujo luminoso se definió la *eficacia luminosa*. Pero resulta que la eficacia es en general diferente para cada longitud de onda (o frecuencia). Surge así la magnitud *eficacia luminosa espectral*.

La definición es: «el cociente entre el flujo luminoso y el flujo energético, para una determinada longitud de onda». De la misma forma puede utilizarse la frecuencia.

(Aquí el adjetivo «espectral» no tiene el mismo significado que en otras ocasiones, ya que en este caso se trata simplemente de una magnitud que es función de la longitud de onda).

14.87.2. Fórmulas

Para una longitud de onda dada, se tiene:

$$K(\lambda) = \frac{\Phi_{v,\lambda}}{\Phi_{e,\lambda}}$$

($\Phi_{v,\lambda}$ = flujo luminoso espectral; $\Phi_{e,\lambda}$ = flujo energético espectral; λ = longitud de onda).

Para calcular el flujo luminoso total se puede usar la integral:

$$\Phi_v \equiv \Phi = \int K(\lambda)\, \Phi_{e,\lambda}\, d\lambda$$

14.87.3. Dimensiones

$$[K(\lambda)] = \mathrm{L}^{-2}\, \mathrm{M}^{-1}\, \mathrm{T}^3\, \mathrm{J}$$

14.87.4. Unidad SI

$\boxed{\text{lm/W}}$ (lumen por vatio)

14.87.5. Constantes y valores concretos

Para un observador de referencia, la eficacia luminosa espectral tiene su máximo valor para la longitud de onda $\lambda = 555$ nm ($\upsilon = 5{,}4 \cdot 10^{14}$ Hz):

(máximo valor) $K(\lambda) = 683$ lm/W

14.88. EFICACIA LUMINOSA ESPECTRAL MÁXIMA K_m

14.88.1. Observaciones y definición

La eficacia luminosa depende de la longitud de onda. La curva que relaciona $K(\lambda)$ con λ presenta un máximo para una determinada longitud de onda. Este máximo es una magnitud física útil. Lo mismo resulta si se utiliza la frecuencia.

La definición es «el valor máximo de la eficacia luminosa espectral».

14.88.2. Fórmulas

K_m es el valor máximo de $K(\lambda)$

14.88.3. Dimensiones

$$[K_m] = L^{-2} M^{-1} T^3 J$$

14.88.4. Unidad SI

$\boxed{\text{lm/W}}$ (lumen por vatio)

14.88.5. Constantes y valores concretos

Eficacia luminosa espectral para una luz monocromática de frecuencia $5{,}4 \cdot 10^{14}$ Hz ($\lambda = 555$ nm).

$$K_m = 683 \text{ lm/W}$$

Es decir: en esta frecuencia, una luz de 1 watt (flujo energético) produce 683 lumen (flujo luminoso). Para esta longitud de onda, un observador normal de referencia presenta la máxima eficacia luminosa espectral, en «visión fotópica» (es decir, con luminancia suficientemente grande, del orden de 1 cd/m^2 como mínimo, para que sean los conos los responsables principales de la visión).

14.89. EFICIENCIA LUMINOSA *V*

14.89.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre la eficacia luminosa y la eficacia luminosa espectral máxima».

(Anteriormente se llamaba esta magnitud *eficacia luminosa relativa*).

14.89.2. Fórmulas

Por definición:

$$V = K/K_m$$

14.89.3. Dimensiones

$$[V] = 1$$

14.89.4. Unidad SI

1

14.90. EFICIENCIA LUMINOSA ESPECTRAL (EFICIENCIA LUMINOSA PARA UNA LONGITUD DE ONDA DADA) $V(\lambda)$, $V(\upsilon)$

14.90.1. Observaciones y definición

Para una determinada longitud de onda es «el cociente entre la eficacia luminosa espectral y el valor máximo de la misma».

Los valores para el ojo humano normal han sido establecidos desde 1972.

14.90.2. Fórmulas

Por definición:

$$V(\lambda) = K(\lambda)/K_m \quad ; \quad K(\lambda) = K_m \cdot V(\lambda)$$

y para calcular el flujo luminoso total, según la fórmula vista en la sección 14.87.2, resulta aquí:

$$\Phi_v \equiv \Phi = \int K(\lambda)\, \Phi_{e,\lambda}\, d\lambda = K_m \int V(\lambda) \Phi_{e,\lambda}\, d\lambda$$

($\Phi_v \equiv \Phi$ = flujo luminoso; $K(\lambda)$ = eficacia luminosa espectral; $\Phi_{e,\lambda}$ = flujo energético espectral; K_m = eficacia luminosa espectral máxima; λ = longitud de onda).

14.90.3. Dimensiones

$$[V(\lambda)] = 1$$

14.90.4. Unidad SI

1

14.90.5. Constantes y valores concretos

El valor máximo es $V(\lambda) = 1$, y se produce para $\lambda = 555$ nm para el ojo humano normal. Damos a continuación una tabla con algunos valores de $V(\lambda)$ para visión fotópica del ojo humano (visión preferente de los conos, que se produce para nivel de luminancia de al menos 1 cd/m^2).

λ (nm)	$V(\lambda)$
390	$\approx 10^{-4}$
450	0,038
500	0,323
550	0,995
600	0,631
650	0,107
700	$4{,}1 \cdot 10^{-3}$
780	$\approx 10^{-5}$

Para luminancias pequeñas son los bastones los principales rece ptores y el máximo tiene lugar a $\lambda = 510$ nm (efecto Purkinje).

14.91. EXITANCIA LUMINOSA ESPECTRAL, M_λ, M_υ

14.91.1. Observaciones y definición

«Es la exitancia luminosa en un intervalo infinitesimal de longitudes de onda, dividida por dicho intervalo». De la misma forma puede utilizarse la frecuencia.

14.91.2. Fórmulas

Por la definición

$$M_\lambda = \frac{dM}{d\lambda} \qquad M = \int M_\lambda \, d\lambda$$

$$M_\upsilon = \frac{dM}{d\upsilon} \qquad M = \int M_\upsilon \, d\upsilon$$

(M = exitancia luminosa).

14.91.3. Dimensiones

Utilizando λ:

$$[M_\lambda] = L^{-3} J$$

14.91.4. Unidad SI

Utilizando λ:

$$(lm/m^2)/m = \boxed{lm/m^3} \quad \text{(lumen por metro cúbico)}$$

14.91.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Utilizando λ:

$$(lm/m^2)/nm = 10^9 \text{ USI}$$
$$\text{lambert/nm} = 10^{13} \text{ USI}$$

14.92. LUMINANCIA ESPECTRAL, L_λ, L_υ

14.92.1. Observaciones y definición

«Es la luminancia en un intervalo infinitesimal de longitudes de onda, dividida por dicho intervalo». De la misma forma puede utilizarse la frecuencia.

14.92.2. Fórmulas

Por la definición:

$$L_\lambda = \frac{dL}{d\lambda} \qquad L = \int L_\lambda \, d\lambda$$

$$L_\upsilon = \frac{dL}{d\upsilon} \qquad L = \int L_\upsilon \, d\upsilon$$

(L = luminancia).

14.92.3. Dimensiones

Utilizando λ:

$$[L_\lambda] = L^{-3} J$$

14.92.4. Unidad SI

Utilizando λ:

$$(\text{cd/m}^2)/\text{m} = \boxed{\text{cd/m}^3} \qquad \text{(candela por metro cúbico)}$$

14.92.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

Utilizando λ:

$$(\text{cd/m}^2)/\text{nm} = 10^9 \text{ USI}$$
$$\text{stilb/nm} = 10^{13} \text{ USI}$$

14.93. ILUMINANCIA ESPECTRAL, E_λ, E_υ

14.93.1. Observaciones y definición

«Es la iluminancia en un interv alo infinitesimal de longitudes de onda, dividida por dicho intervalo». De la misma forma puede utilizarse la frecuencia.

14.93.2. Fórmulas

Por la definición:

$$E_\lambda = \frac{dE}{d\lambda} \qquad E = \int E_\lambda \, d\lambda$$

$$E_\upsilon = \frac{dE}{d\upsilon} \qquad E = \int E_\upsilon \, d\upsilon$$

(E = iluminancia).

14.93.3. Dimensiones

Utilizando λ:

$$[E_\lambda] = \text{L}^{-3}\,\text{J}$$

14.93.4. Unidad SI

$$\boxed{\text{lx/m}} \qquad \text{(lux por metro)}$$

14.93.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$\text{lx/cm} = 10^2 \text{ USI}$$
$$\text{lx/nm} = 10^9 \text{ USI}$$

14.94. EXPOSICIÓN LUMINOSA ESPECTRAL, H_λ, H_υ

14.94.1. Observaciones y definición

«Es la exposición luminosa en un intervalo infinitesimal de longitudes de onda, dividida por dicho intervalo». De la misma forma puede utilizarse la frecuencia.

14.94.2. Fórmulas

Por la definición:

$$H_\lambda = \frac{dH}{d\lambda} \qquad H = \int H_\lambda \, d\lambda$$

$$H_\upsilon = \frac{dH}{d\upsilon} \qquad H = \int H_\upsilon \, d\upsilon$$

(H = exposición luminosa).

14.94.3. Dimensiones

Utilizando λ:

$$[H_\lambda] = L^{-3} \, T \, J$$

14.94.4. Unidad SI

$\boxed{lx \cdot s/m}$ (lux segundo por metro)

14.94.5. Otras unidades y su equivalencia con la Unidad SI (USI)

$$lx \cdot s/nm = 10^9 \text{ USI}$$
$$lx \cdot h/nm = 3{,}6 \cdot 10^{12} \text{ USI}$$

15

QUÍMICA FÍSICA, FÍSICA ATÓMICA, FÍSICA MOLECULAR

15.1. CANTIDAD DE SUSTANCIA, *n*

15.1.1. Observaciones y definición

Se trata de una de las siete magnitudes básicas del SI.

Se llama *cantidad de sustancia* al número de moles, *n*. El mol se define en el Sistema Internacional como «la cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantas entidades elementales como átomos hay en 0,012 kg de Carbono 12». Las «entidades elementales» deben ser especificadas en cada caso. Puede tratarse de moléculas, átomos, iones, radicales y otras partículas, o cualquier grupo especificado de partículas (por ejemplo, un mol de iones H_3O^+). Los átomos de ^{12}C se consideran libres, en reposo y en su estado fundamental. Con esta definición se ha tratado de eliminar toda ambigüedad.

La cantidad de sustancia es una magnitud proporcional al número de moléculas (o entidades elementales), con la misma constante de proporcionalidad para todas las sustancias. Un mol contiene el mismo número de moléculas para cualquier sustancia. Resulta por ello particularmente útil en las reacciones químicas. (No ocurre así cuando se utiliza cualquier unidad de masa; el número de moléculas que contiene 1 kg de masa, por ejemplo, es diferente para cada sustancia).

Como dato concreto, se puede decir, para fijar ideas, que un mol de cualquier sustancia contiene aproximadamente $6{,}022\,136\,736 \cdot 10^{23}$ partículas (que es la *constante de Avogadro*, N_A).

15.1.2. Fórmulas

Así se puede calcular la cantidad de sustancia:

$$n = \frac{m}{M} \qquad n = \frac{N}{N_A}$$

(m = masa; M = masa molar; N = número de moléculas o entidades elementales; N_A= número o constante de Avogadro). (Antiguamente se decía que un mol es una cantidad de sustancia cuya masa en gramos coincide con su peso molecular. Esta afirmación sería ho y tolerable si dijéramos que un mol es la cantidad de sustancia cuya masa en kg coincide con su masa molar).

15.1.3. Dimensiones

$$[n] = N$$

15.1.4. Unidad SI

La unidad es mol

su definición se ha dado arriba, en la Sección 15.1.1. El mol es una de las siete unidades básicas del Sistema Internacional.

15.1.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$$\text{kmol} = 10^3 \text{ mol}$$

15.1.6. Constantes y valores concretos

Cantidad de sustancia en 1 kg de agua

$$n = \frac{m}{M} = \frac{1}{18{,}015\,3 \cdot 10^{-3}} = 55{,}508 \text{ mol}$$

Cantidad de sustancia en 1 kg de Uranio

$$n = \frac{m}{M} = \frac{1}{238{,}05 \cdot 10^{-3}} = 4{,}20 \text{ mol}$$

Cantidad de sustancia en 1 kg de amoniaco

$$n = \frac{1}{17{,}026\,5 \cdot 10^{-3}} = 58{,}732 \text{ mol}$$

15.2. MASA MOLAR (O MASA ATÓMICA; O MASA MOLECULAR), *M*

15.2.1. Observaciones y definición

«Es la masa correspondiente a 1 mol de una sustancia». Se obtie ne como cociente entre la masa y la cantidad de sustancia (La masa molardel Carbono 12 es exactamente $12 \cdot 10^{-3}$ kg/mol; la del agua es $18{,}015\ 3 \cdot 10^{-3}$ kg/mol).

15.2.2. Fórmulas

Por la definición se tiene:

$$M = \frac{m}{n} \qquad\qquad n\ \frac{m}{M}$$

(m = masa; n = cantidad de sustancia).

15.2.3. Dimensiones

$$[M] = \mathrm{M\ N}^{-1}$$

15.2.4. Unidad SI

kg/mol

15.2.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = g/mol = 10^{-3} USI
kg/kmol = g/mol = 10^{-3} USI

15.2.6. Constantes y valores concretos

Masa molar (molecular o atómica) de algunas sustancias.

Sustancia	*M* (USI)
Agua	$18{,}015\ 3 \cdot 10^{-3}$
Hidrógeno atómico	$1{,}007\ 825 \cdot 10^{-3}$
Helio	$4{,}002\ 60 \cdot 10^{-3}$
Carbono 12	$12{,}000 \cdot 10^{-3}$ (exactamente)
Cobalto 60	$59{,}933\ 81 \cdot 10^{-3}$
Amoniaco	$17{,}026\ 5 \cdot 10^{-3}$

15.3. NÚMERO DE MOLÉCULAS (O ENTIDADES ELEMENTALES) *N*

15.3.1. Observaciones y definición

Se trata del «número de moléculas, átomos, iones o cualesquiera otras entidades elementales presentes en una muestra o porción de una sustancia».

15.3.2. Fórmulas

$$N = nN_A \qquad n = \frac{N}{N_A}$$

(n = cantidad de sustancia; N_A = número o constante de Avogadro).

15.3.3. Dimensiones

$$[N] = 1$$

15.3.4. Unidad SI

1

15.3.5. Constantes y valores concretos

Número de moléculas (o entidades elementales) en 1 mol de cualq uier sustancia (es la constante o número de Avogadro) ($n = 1$)

$$N = N_A = 6{,}022\ 136\ 736 \cdot 10^{23} \text{ moléculas}$$

15.4. CONSTANTE DE AVOGADRO (NÚMERO DE AVOGADRO) N_A, (L)

15.4.1. Observaciones y definición

Es el número de moléculas (u otras entidades elementales) que c ontiene 1 mol de sustancia. Se define como «el cociente entre el número de moléculas y la cantidad de sustancia».

El N_A es e xactamente igual al número de átomos que están contenidos e n 0,012 kg de ^{12}C . Con la técnica actual se ha llegado a obtener el valor:

$$N_A = (6,\ 022\ 136\ 736 \pm 0{,}000\ 003\ 6) \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$$

15.4.2. Fórmulas

$$N_A = \frac{N}{n} \qquad = \frac{N}{N_A}$$

(N = número moléculas o entidades elementales; n = cantidad de sustancia).

15.4.3. Dimensiones

$$[N_A] = N^{-1}$$

15.4.4. Unidad SI

$\boxed{\text{mol}^{-1}}$ (moléculas/mol)

15.4.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

15.4.6. Constantes y valores concretos

Constante o número de Avogadro

$$N_A = 6,\,022\,142 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1} \quad \text{(moléculas/mol)}$$

15.5. MASA MOLECULAR RELATIVA, M_r

15.5.1. Observaciones y definición

Es una magnitud sin dimensiones que establece la masa molecular de cualquier sustancia tomando como referencia el átomo neutro de Carb ono 12, al que se asigna una masa molecular relati va igual a 12 e xactamente. Se def ine así: «es el cociente entre la masa media de una molécula o entid ad especificada de una sustancia y 1/12 de la masa de un átomo del nucleido ^{12}C. (Antiguamente se denominaba a esta magnitud «peso molecular»). Por ejem plo, la masa molecular relativa del agua es $M_r = 18{,}015\ 3$, mientras que su masa molar es $M = 18{,}015\ 3 \cdot 10^{-3}\ \text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$.

15.5.2. Fórmulas

$$M_r = \frac{m_1}{\frac{1}{12}m_0} = \frac{m_1}{m_u} \qquad M = M_r \cdot 10^{-3} \qquad n = \frac{m}{M} = \frac{m}{M_r \cdot 10^{-3}}$$

(m_1 = masa de una molécula de la sustancia estudiada; m_0 = masa del átomo del isótopo ^{12}C; M = masa molar; m = masa de la sustancia en la muestra; n = cantidad de sustancia; m_u = constante de masa atómica unificada, equivalente a la doceava parte de la masa del átomo de ^{12}C).

15.5.3. Dimensiones

$$[M_r] = 1$$

15.5.4. Unidad SI

1

15.5.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

La unidad denominada «dalton» puede sustituir, a veces, al número uno. Por ejemplo, la masa molecular relativa del agua es 18,015 3 dalton. Su uso es frecuente, sobre todo para las grandes moléculas estudiadas en Bioquímica.

15.5.6. Constantes y valores concretos

Valores para algunas sustancias:

Sustancia	M_r
Agua	18,015 3
Hidrógeno molecular	2,015 65
Amoniaco	17,026 5
Par de bases en DNA	≈ 650
DNA (molécula)	$\approx 10^{10}$
Aminoácidos	≈ 120
Proteínas (molécula)	$\approx 10^{5}$

15.6. MASA ATÓMICA RELATIVA, A_r

15.6.1. Observaciones y definición

Es una magnitud sin dimensiones que establece la masa atómica de cualquier elemento químico tomando como referencia el átomo de carbono 12 , al que se asigna una masa atómica (o molecular) relativa igual a 12 exactamente. Se define como «el cociente entre la masa media por átomo de un elemento y 1/12 de la masa de un átomo de ^{12}C». (Antiguamente se denominaba a esta magnitud «peso atómico»).

Tanto para la masa atómica relativa como para la masa molecular relativa, se suele considerar el valor medio para la mezcla de isótopos de cada elemento presentes en la naturaleza (en la Tierra en la actualidad). También puede considerarse la masa atómica correspondiente a un determinado isótopo, que habría que especificar.

15.6.2. Fórmulas

$$A_r = \frac{m_1}{\frac{1}{12}m_0} \qquad \frac{m_1}{m_u} \qquad M = A_r \cdot 10^{-3} \qquad n = \frac{m}{M} = \frac{m}{A_r \cdot 10^{-3}}$$

(m_1 = masa de un átomo del elemento químico estudiado; m_0 = masa de un átomo del isótopo ^{12}C; M = masa molar; m = masa del elemento en la muestra; n = cantidad de sustancia o número de moles del elemento en la muestra; m_u =constante de masa atómica unificada, equivalente a un doceavo de la masa del átomo neutro de ^{12}C).

15.6.3. Dimensiones

$$[A_r] = 1$$

15.6.4. Unidad SI

1

15.6.5. Constantes y valores concretos

Masa atómica relativa de algunos elementos o isótopos.

Elemento	A_r
^{1}H	1,007 825
^{4}He	4,002 60
^{12}C	12,000 (exactamente)
^{60}Co	59,933 81

15.7. DENSIDAD DE MOLÉCULAS O DE PARTÍCULAS (O DENSIDAD NUMÉRICA DE PARTÍCULAS) *n*

15.7.1. Observaciones y definición

«Es el número de moléculas (o átomos, electrones, u otras partículas) existentes en la unidad de volumen». Esta magnitud se llamaba antiguamente «número de Loschmidt».

Se recomienda usar la letra v para la cantidad de sustancia cuando en las fórmulas aparece junto a la densidad de partículas n.

15.7.2. Fórmulas

$$n = \frac{N}{V} \qquad \rho = \frac{m}{V} \qquad \frac{Nm_1}{V} = nm_1$$

(N = número de partículas; V = volumen; ρ = densidad; m = masa de la muestra; m_1 = masa de una partícula; n = densidad de partículas).

15.7.3. Dimensiones

$$[n] = \mathrm{L}^{-3}$$

15.7.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{m}^{-3}}$ (moléculas /m^3)

15.7.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = $\mathrm{cm}^{-3} = 10^6$ USI
pie^{-3} (ft^{-3}) = 3,314 67 USI
pulgada^{-3} (in^{-3}) = 6,102 374 · 10^4 USI
yarda^{-3} (yd^{-3}) = 1,307 951 USI

15.7.6. Constantes y valores concretos

Densidad de moléculas para un gas ideal en condiciones normales:

$$n = 2{,}686\,762 \cdot 10^{25}\ \mathrm{m}^{-3} \quad (\text{moléculas}/\mathrm{m}^3)$$

Densidad de portadores (electrones libres) en un metal:

$$n \approx 10^{23}\ \mathrm{m}^{-3} \quad (\text{electrones}/\mathrm{m}^3)$$

Densidad de fotones en la radiación cósmica de fondo en la actualidad:

$$n = 4{,}108\,9 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m}^{-3} \quad (\text{fotones}/\mathrm{m}^3)$$

Relaciones en el Universo:

Densidad de neutrinos / densidad de protones $\approx 10^9$
Densidad de fotones / densidad de protones $\approx 3 \cdot 10^9$

15.8. VOLUMEN MOLAR, V_m

15.8.1. Observaciones y definición

Es el volumen que ocupa un mol de sustancia. Se define como «el cociente entre el volumen y la cantidad de sustancia».

15.8.2. Fórmulas

$$V_m = \frac{V}{n}$$

(V = volumen; n = cantidad de sustancia).

15.8.3. Dimensiones

$$[V_m] = \mathrm{L}^3\,\mathrm{N}^{-3}$$

15.8.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{m}^3 / \mathrm{mol}}$$

15.8.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = $\mathrm{cm}^3 / \mathrm{mol} = 10^{-6}$ USI
pulgada^3 / mol (in^3 / mol) = $1{,}638\,706\,4 \cdot 10^{-5}$ USI
pie^3 /mol (ft^3 / mol) = $2{,}831\,684\,66 \cdot 10^{-2}$ USI
yarda^3 / mol (yd^3 / mol) = 0,764 554 858 USI

15.8.6. Constantes y valores concretos

Volumen molar de un gas perfecto en condiciones normales.

$$V_{m,o} = 22{,}413\,996 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3 / \mathrm{mol}$$

15.9. CONSTANTE DE MASA ATÓMICA (UNIFICADA) m_u

15.9.1. Observaciones y definición

«Es la doceava parte de la masa en reposo de un átomo neutro de ^{12}C en su estado fundamental».

De ella se deduce la unidad u (unidad de masa atómica unificada), cuyo valor resulta ser, con la precisión de la técnica actual:

$$m_u = 1\ \mathrm{u} = 1{,}660\,538\,73 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$$

15.9.2. Fórmulas

$$m_1 = M_r\, m_u \qquad\qquad m_1 = A_r\, m_u$$

(m_1 = masa de una molécula o un átomo; M_r, A_r = masa molecular relati va o masa atómica relativa).

15.9.3. Dimensiones

$$[m_u] = \mathrm{M}$$

15.9.4. Unidad SI

kg

15.9.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$$\mathrm{UCGS} = \mathrm{g} = 10^{-3}\ \mathrm{kg}$$

y todas las de masa.

15.9.6. Constantes y valores concretos

La constante de masa atómica tiene el valor:

$$m_u = 1\ \mathrm{u} = 1{,}660\ 538\ 73 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$$

15.10. NÚMERO ATÓMICO, *Z*. NÚMERO MÁSICO, *A*. NÚMERO NEUTRÓNICO, *N*

15.10.1. Observaciones y definición

Número atómico Z es el número de protones de un elemento químico, lo que determina el puesto que ocupa en el orden del sistema perió dico. Número másico A de un nucleido es el número de nucleones (protones más neutrone s) en su núcleo. Número neutrónico N es el número de neutrones que posee un nucleido.

Isótopos son dos nucleidos con el mismo Z (mismo elemento) y distinto A (y obviamente distinto N). Isóbaros son dos nucleidos con el mismo número másico A (que obviamente pertenecen a dos elementos químicos distintos).

15.10.2. Fórmulas

$$A = Z + N$$

La expresión de un determinado nucleido X se indica de la siguiente forma (por ejemplo, el Oxígeno 18):

$${}^{A}_{Z}\mathrm{X}^{N} \qquad\qquad {}^{18}_{8}\mathrm{O}^{10}$$

aunque muchas veces sólo es necesario especificar el número másico, pues los otros dos números quedan siempre determinados. En este caso se escribe:

$${}^{A}\mathrm{X} \qquad\qquad {}^{18}\mathrm{O}$$

15.10.3. Dimensiones

Son magnitudes adimensionales.

15.10.4. Unidad SI

1

15.10.5. Constantes y valores concretos

Z	Símbolo	Español	Otros idiomas
1 H		Hidrógeno	Hydrogen
2 He		Helio	Helium
3 Li		Litio	Lithium
4 Be		Berilio	Beryllium
5 B		Boro	Boron
6 C		Carbono	Carbon
7	N	Nitrógeno	Nitrogen
8	O	Oxígeno	Oxygen
9	F	Flúor	Fluorine
10	Ne	Neón	Neon
11	Na	Sodio	Sodium
12	Mg Magnesio		Magnesium
13	A	Aluminio	Aluminum
14	Si	Silicio	Silicon
15	P	Fósforo	Phosphorus
16	S	Azufre	Sulfur
17	Cl	Cloro	Chlorine
18	Ar	Argón	Argon
19	K	Potasio	Potassium

continúa…

...continuación

Z	Símbolo	Español	Otros idiomas
20	Ca	Calcio	Calcium
21	Sc	Escandio	Scandium
22	Ti	Titanio	Titanium
23	V	Vanadio	Vanadium
24	Cr	Cromo	Chromium
25	Mn	Manganeso	Manganese
26	Fe	Hierro	Iron
27	Co	Cobalto	Cobalt
28	Ni	Níquel	Nickel
29	Cu	Cobre	Copper
30	Zn	Zinc	Zinc
31	Ga	Galio	Gallium
32	Ge	Germanio	Germanium
33	As	Arsénico	Arsenic
34	Se	Selenio	Selenium
35	Br	Bromo	Bromine
36	Kr	Kriptón	Krypton
37	Rb	Rubidio	Rubidium
38	Sr	Estroncio	Strontium
39	Y	Ytrio	Yttrium
40	Zr	Circonio	Zirconium
41	Nb	Niobio	Niobium
42	Mo	Molibdeno	Molybdenum
43	Tc	Tecnecio	Technetium
44	Ru	Rutenio	Ruthenium
45	Rh	Rodio	Rhodium
46	Pd	Paladio	Palladium
47	Ag	Plata	Silver
48	Cd	Cadmio	Cadmium
49	In	Indio	Indium
50	Sn	Estaño	Tin
51	Sb	Antimonio	Antimony
52	Te	Teluro	Tellurium

continúa...

...continuación

Z	Símbolo	Español	Otros idiomas
53	I	Yodo	Iodine
54	Xe	Xenón	Xenon
55	Cs	Cesio	Cesium
56	Ba	Bario	Barium
57	La	Lantano	Lanthanum
58	Ce	Cerio	Cerium
59	Pr	Praseodimio	Praseodymium
60	Nd	Neodimio	Neodymium
61	Pm	Promecio	Promethium
62	Sm	Samario	Samarium
63	Eu	Europio	Europium
64	Gd	Gadolinio	Gadolinium
65	Tb	Terbio	Terbium
66	Dy	Disprosio	Dysprosium
67	Ho	Holmio	Holmium
68	Er	Erbio	Erbium
69	Tm	Tulio	Thulium
70	Yb	Yterbio	Ytterbium
71	Lu	Lutecio	Lutetium
72	Hf	Hafnio	Hafnium
73	Ta	Tantalio	Tantalum
74	W	Wolframio	Tungsten
75	Re	Renio	Rhenium
76	Os	Osmio	Osmium
77	Ir	Iridio	Iridium
78	Pt	Platino	Platinum
79	Au	Oro	Gold
80	Hg	Mercurio	Mercury
81	Tl	Talio	Thallium
82	Pb	Plomo	Lead
83	Bi	Bismuto	Bismuth
84	Po	Polonio	Polonium
85	At	Astato	Astatine

continúa...

...continuación

Z	Símbolo	Español	Otros idiomas
86	Rn	Radón	Radon
87	Fr	Francio	Francium
88	Ra	Radio	Radium
89	Ac	Actinio	Actinium
90	Th	Torio	Thorium
91	Pa	Protactinio	Protactinium
92	U	Uranio	Uranium
93	Np	Neptunio	Neptunium
94	Pu	Plutonio	Plutonium
95	Am	Americio	Americium
96	Cm	Curio	Curium
97	Bk	Berkelio	Berkelium
98	Cf	Californio	Californium
99	Es	Einstenio	Einsteinium
100	Fm	Fermio	Fermium
101	Md	Mendelevio	Mendelevium
102	No	Nobelio	Nobelium
103	Lr	Laurencio	Lawrencium
104	(Unq)	(Unilquadio)	(Unilquadium)
105	(Unp)	(Unilpentio)	(Unilpentium)
106	(Unh)	(Unilhexio)	(Unilhexium)
107	Nl	Nielsborio	Nielsborium
108	Ha	Hassio	Hassium
109	Me	Meitnerio	Meitnerium
110	Ds	—	Darmstadtium
111	Rg	—	Roentgenium
112	Uub	—	Ununbium
113	Uut	—	Ununtrium
114	Uuq	—	Ununguadium
115	Uup	—	Ununpentium
116	Uuh	—	Ununhexium
117	Uus	—	Ununseptium
118	Uuo	—	Ununoctium

15.11. MASA DE UN ÁTOMO (O DE UN NUCLEIDO *X*; MASA NUCLEíDICA), m_a, m ($^{A}_{Z}X$)

15.11.1. Observaciones y definición

Se trata de la masa de un átomo completo (neutro, en su estado fundamental), o bien de la masa del núcleo exclusivamente. Veamos, por ejemplo, el átomo de Hidrógeno 1:

$$m\,(^{1}\mathrm{H}) = 1{,}007\,825\,048\ \mathrm{u} = 1{,}673\,534\,0 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$$

Se trata aquí de la masa del átomo completo. También puede expresarse, en otros casos, la masa del núcleo exclusivamente (masa nucleídica). Por ejemplo, para el Hidrógeno 1, sería la masa del protón:

$$m_{\mathrm{p}} = 1{,}007\,276\,467\ \mathrm{u} = 1{,}672\,621\,58 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$$

15.11.2. Fórmulas

$$m\,(^{A}_{Z}X) = m_{\text{núcleo}} + Zm_e - \phi$$

($m_{\text{núcleo}}$ = masa del núcleo; Z = número atómico; m_e = masa de un electrón; ϕ = masa correspondiente a la energía de ligadura de los electrones, comparativamente pequeña).

15.11.3. Dimensiones

$$[m_a] = \mathrm{M}$$

15.11.4. Unidad SI

kg

15.11.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$$\mathrm{UCGS} = \mathrm{g} = 10^{-3}\ \mathrm{kg}$$

y todas las de masa.

15.12. CONCENTRACIÓN MOLECULAR (DE LA SUSTANCIA *B*) C_B

15.12.1. Observaciones y definición

Se define para las mezclas o disoluciones. «Es el número de moléculas de la sustancia B por unidad de volumen de la mezcla».

15.12.2. Fórmulas

$$C_B = \frac{N_B}{V}$$

(V = volumen de la mezcla). Si la sustancia B estuviese sola, entonces C_B sería la densidad de moléculas n, vista en la sección 15.7.

15.12.3. Dimensiones

$$[C_B] = L^{-3}$$

15.12.4. Unidad SI

$\boxed{m^{-3}}$ (moléculas/m^3)

15.12.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = moléculas/cm^3 = 10^6 USI
moléculas/litro = 10^3 USI

15.13. CONCENTRACIÓN MÁSICA (DE LA SUSTANCIA *B*) ρ_B

15.13.1 Observaciones y definición

«Es la masa de la sustancia B por unidad de volumen de la mezcla».

15.13.2. Fórmulas

$$\rho_B = \frac{m_B}{V}$$

Si en vez de una mezcla, existiese una única sustancia B, entonces sería simplemente su densidad ρ).

15.13.3. Dimensiones

$$[\rho_B] = L^{-3} M$$

15.13.4. Unidad SI

$\boxed{kg/m^3}$

15.13.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = g/cm^3 = 10^3 USI
g/l = mg/cm^3 = 1 USI

y todas las unidades de densidad.

15.13.6. Constantes y valores concretos

Máxima concentración de alcohol en sangre permitida a los condu ctores de automóvil (2007):

$$\rho = 0{,}3 \text{ kg/m}^3 \text{ (o bien, g/l = mg/cm}^3\text{)}$$

15.14. FRACCIÓN MASICA (DE LA SUSTANCIA *B*) w_B

15.14.1. Observaciones y definición

«Es la masa de la sustancia *B* dividida por la masa de la mezcla».

15.14.2. Fórmulas

$$w_B = \frac{m_B}{m}$$

(m_B = masa de la sustancia *B*; m = masa de la mezcla o disolución).

15.14.3. Dimensiones

$$[w_B] = 1$$

15.14.4. Unidad SI

1

15.15. CONCENTRACIÓN EN CANTIDAD DE SUSTANCIA (de *B*) (CONCENTRACIÓN MOLAR) (MOLARIDAD) c, c_B, c_m, (*B*)

15.15.1. Observaciones y definición

«Es la cantidad de sustancia de la sustancia B por unidad de v olumen de la mezcla o disolución». (Esta magnitud es la que recibía el nombre de *molaridad*, o también *concentración molar*. Actualmente está admitido decir simplemente «*concentración* de la sustancia B».

15.15.2. Fórmulas

$$c_B = \frac{n_B}{V}$$

(n_B = cantidad de sustancia de la sustancia B; V = volumen de mezcla).

15.15.3. Dimensiones

$$c_B = \mathrm{L}^{-3}\,\mathrm{N}$$

15.15.4. Unidad SI

$$\boxed{\text{mol/m}^3}$$

15.15.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$$\text{UCGS} = \text{mol/cm}^3 = 10^6 \text{ USI}$$
$$\text{mol/l} = 10^3 \text{ USI}$$

15.15.6. Constantes y valores concretos

Concentración de cloruros en la sangre humana: $c = 70$ mol/m^3 = 0,07 mol/l.

15.16. FRACCIÓN MOLAR (DE LA SUSTANCIA *B*) x, x_B

15.16.1. Observaciones y definición

«Es la cantidad de sustancia de B di vidida por la cantidad de s ustancia de la mezcla o disolución».

15.16.2. Fórmulas

$$x_B = \frac{n_B}{n} \qquad n_B = x_B\, n$$

(n = cantidad de sustancia de la mezcla; n_B = cantidad de sustancia de la sustancia B). La composición de la atmósfera terrestre se suele dar e n *fracción molar*; por ejemplo, para el Oxígeno es $x = 0{,}20$; para el CO_2 es $x = 0{,}35 \cdot 10^{-3}$.

15.16.3. Dimensiones

$$[x_B] = 1$$

15.16.4. Unidad SI

$$\boxed{1}$$

15.17. NÚMERO DE EQUIVALENTES QUÍMICOS n_e

15.17.1. Observaciones y definición

En las reacciones químicas, cada sustancia interviene con un número de moléculas (y de moles) que depende de la valencia con la que actúa.

Se define un equivalente químico Eq de una sustancia como el producto de un mol de sustancia por la valencia con la que actúa.

En una muestra se considera así una magnitud que se puede denom inar *número de equivalentes químicos* n_e, de una determinada sustancia, que se obtiene multiplicando el número de moles (cantidad de sustancia) por la valencia.

15.17.2. Fórmulas

$$\text{Eq} = \text{mol} \cdot \upsilon \qquad n_e = n\upsilon \qquad n_e = \frac{m\upsilon}{M} \qquad \frac{m}{M/\upsilon}$$

(υ = valencia con la que actúa la sustancia estudiada, n_e = número de equivalentes químicos; m = masa; M = masa molar) (Podría decirse que un equi valente químico de una sustancia es una masa (kg) cuyo v alor coincide c on el cociente entre su masa molar M y su valencia υ).

15.17.3. Dimensiones

$$[n_e] = \text{N}$$

15.17.4. Unidad SI

Eq (equivalentes químicos)

15.17.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$$\text{kEq} = 10^3 \text{ USI}$$

15.18. CONCENTRACIÓN EN EQUIVALENTES QUÍMICOS (de la sustancia *B*), (NORMALIDAD), c_{nB}

15.18.1. Observaciones y definición

«Es el número de equi valentes químicos de la sustancia B por un idad de volumen de la mezcla o disolución». Recibe el nombre de *normalidad*. Una disolución 1 normal contiene un equivalente químico de la sustancia B por cada metro cúbico de volumen de la disolución.

15.18.2. Fórmulas

$$c_{nB} = \frac{n_{eB}}{V}$$

(n_{eB} = número de equivalentes químicos de la sustancia B; V = volumen de la disolución).

15.18.3. Dimensiones

$$[c_{nB}] = \text{L}^{-3} \text{ N}$$

15.18.4. Unidad SI

Eq/m^3	(equivalentes químicos/m^3)

15.18.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = Eq /cm^3 = 10^6 USI
Eq/l = 10^3 USI
kEq /m^3 = 10^3 USI

15.19. FRACCIÓN VOLUMÉTRICA (de la sustancia *B*), φ_B

15.19.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre el volumen que ocuparía la sustancia *B* si estuviese sola, con la cantidad que tiene en la mezcla, y el volumen total de la mezcla» (todo en las mismas condiciones de presión y temperatura).

15.19.2. Fórmulas

$$\varphi_B = \frac{x_B V_{m,B}}{\sum x_i V_{m,i}}$$

(x_B = fracción molar de la sustancia B; $V_{m,B}$ = volumen molar de la sustancia B; x_i = = fracción molar del componente i; V_m = volumen molar del componente i; la suma se realiza para todas las sustancias componentes. En una mezcla de gases ideales, la fracción volumétrica coincide con la fracción molar.

15.19.3. Dimensiones

$$[\varphi_B] = 1$$

15.19.4. Unidad SI

1

15.20. RELACIÓN MOLAR DEL SOLUTO *B*, *r*, r_B

15.20.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre la cantidad de sustancia del soluto B y la cantidad de sustancia del disolvente».

15.20.2. Fórmulas

$$r_B = \frac{n_B}{n_d}$$

(n_d = cantidad de sustancia del disolv ente). Si fuese un soluto úni co, con una fracción molar x, resulta para la relación molar

$$r = \frac{xn}{(1-x)n} = \frac{x}{1-x}$$

(n = cantidad de sustancia de la disolución).

15.20.3. Dimensiones

$$[r] = 1$$

15.20.4. Unidad SI

1

15.21. MOLALIDAD DEL SOLUTO *B*, b_B, m_B

15.21.1. Observaciones y definición

«Es la cantidad de sustancia del soluto B di vidida por la masa del disolvente».

15.21.2. Fórmulas

$$b_B = \frac{n_B}{m_d}$$

(n_B = cantidad de sustancia del soluto B) (m = masa del disolvente).

15.21.3. Dimensiones

$$[b_B] = \mathrm{M}^{-1}\,\mathrm{N}$$

15.21.4. Unidad SI

mol/kg

15.21.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = mol/g = 10^3 USI
kmol/kg = 10^3 USI
kmol/g = 10^6 USI

15.22. PRESIÓN PARCIAL (DEL GAS *B* EN MEZCLA GASEOSA) p_B

15.22.1. Observaciones y definición

Se define como «el producto de la fracción molar x_B por la presión p (total de la mezcla)».

Para gases ideales es la presión que ocuparía el gas B si estuviese solo ocupando todo el volumen a la misma temperatura.

La suma de las presiones parciales de todos los gases de la mezcla es la presión (total).

15.22.2. Fórmulas

$$p_B = x_B p \qquad \sum p_i = p$$

(p_B, p_i = presión parcial de cada gas; x_B = fracción molar del gas B; p = presión total de la mezcla de gases).

Evidentemente, para gases ideales, la fracción molar es igual a la fracción volumétrica y a la relación p_B/p:

(gases ideales) $$x_B = \varphi_B = \frac{n_B}{n} \qquad \frac{p_B}{p}$$

Todo esto está contenido en las leyes de Dalton de las mezclas de gases.

15.22.3. Dimensiones

$$[p_B] = \mathrm{L}^{-1}\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-2}$$

15.22.4. Unidad SI

$$\mathrm{kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}} = \mathrm{N/m^2} = \boxed{\mathrm{Pa}} \text{ (pascal)}$$

15.22.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$$\mathrm{UCGS = baria = dyn/cm^2} = 10^{-1}\ \mathrm{Pa}$$

y todas las unidades de presión.

15.22.6. Constantes y valores concretos

Presión parcial del vapor de agua en la mezcla de gases que constituye la atmósfera terrestre a temperatura de 20° C y humedad relativa del 50%:

$$e = 17{,}4 \cdot 0{,}5 = 8{,}7\ \mathrm{mm\ Hg} = 1{,}157 \cdot 10^3\ \mathrm{Pa}$$

(se suele emplear la letra e como símbolo de la presión parcial del vapor de agua).

15.23. POTENCIAL QUÍMICO (de la sustancia *B*), μ_B

15.23.1. Observaciones y definición

«El potencial químico de una sustancia pura es la entalpía libr e molar» En una mezcla, el potencial químico de la sustancia B se introduce como el concepto de entalpía libre de la mezcla que corresponde a cada mol de la sustancia *B*. La definición rigurosa se da por medio de la deri vada parcial, tal como se ve en el apartado siguiente.

15.23.2. Fórmulas

El potencial químico de la sustancia B en la mezcla cuyos compo nentes son *B*, *i*, ... se define así:

$$\mu_B = \left(\frac{\partial G}{\partial n_B} \right)_{T,\, p,\, n_i \ldots}$$

(G = entalpía libre, de Gibbs; n_B = cantidad de sustancia de B; T = temperatura; p = presión; n_i = cantidades de sustancia de todas las sustancias que componen la mezcla excepto B).

Para una sustancia pura, el potencial químico es:

$$\mu = G/n = G_m$$

(G = entalpía libre; G_m = entalpía libre molar ; n = cantidad de sustancia).

15.23.3. Dimensiones

$$[\mu] = \mathrm{L}^2\ \mathrm{M}\ \mathrm{T}^{-2}\ \mathrm{N}^{-1}$$

15.23.4. Unidad SI

J/mol (Joule/mol) (julios/mol)

15.23.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$$\mathrm{UCGS} = \mathrm{erg/mol} = 10^{-7}\ \mathrm{USI}$$

15.24. ACTIVIDAD ABSOLUTA (de la sustancia *B* en una mezcla), λ_B

15.24.1. Observaciones y definición

Se trata de un concepto relacionado con el potencial químico de una sustancia en una mezcla. Se define por la fórmula.

15.24.2. Fórmulas

$$\lambda_B = e^{\frac{\mu_B}{RT}}$$

(μ_B = potencial químico de la sustancia B; R = constante de los gases perfectos; T= temperatura).

15.24.3. Dimensiones

$$[\lambda_B] = 1$$

15.24.4. Unidad SI

$$\boxed{1}$$

15.25. FUGACIDAD (del gas *B* en una mezcla gaseosa) $\tilde{p}_B$ (f_B)

15.25.1. Observaciones y definición

En una mezcla de gases, se introduce el concepto de *fugacidad* de uno de los gases componentes como una magnitud proporcional a su actividad absoluta λ_B, pero de tal manera que si se produce una expansión ilimitada manteniendo constante la composición de la mezcla y la temperatura, entonces la fugacidad del gas *B* tiende a coincidir con su presión parcial en la mezcla. La definición se da por la fórmula.

15.25.2. Fórmulas

La definición es:

$$\tilde{p}_B = \lambda_B \lim_{p \to 0} \frac{x_B\, p}{\lambda_B}$$

(λ_B = actividad absoluta de la sustancia B en la mezcla de gases; x_B = fracción molar; p = presión; $x_B\, p = p_B$ = presión parcial del gas B).

15.25.3. Dimensiones

$$[\tilde{p}_B] = [p] = \mathrm{L}^{-1}\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-2}$$

15.25.4. Unidad SI

$$\mathrm{N/m^2} = \boxed{\mathrm{Pa}} \quad \text{(pascal)}$$

15.25.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$$\mathrm{UCGS} = \mathrm{dyn/cm^2} = \text{baria} = 10^{-1}\ \mathrm{Pa}$$

y todas las de presión.

15.26. ACTIVIDAD ABSOLUTA ESTÁNDAR DEL GAS *B* (en una mezcla gaseosa), λ_B^θ

15.26.1. Observaciones y definición

Es una magnitud que hace referencia a la acti vidad absoluta que tendría el gas *B* en la mezcla considerando la presión estándar de referencia p^θ (usualmente la presión normal, es decir 1, 013 25 · 10^5 Pa) a la temperatura dada y considerando una e xpansión indefinida. La def inición se da por la fó rmula. Es función de la temperatura.

15.26.2. Fórmulas

La definición es:

$$\lambda_B^\theta = \frac{p^\theta}{x_B} \lim_{p \to 0} \frac{\lambda_B}{p}$$

(p^θ = presión estándar de referencia; x_B = fracción molar; λ_B = actividad absoluta de B; p = presión).

15.26.3. Dimensiones

$$[\lambda_B^\theta] = 1$$

15.26.4. Unidad SI

1

15.27. COEFICIENTE (O FACTOR) DE ACTIVIDAD DE LA SUSTANCIA *B* (en una mezcla líquida o sólida), f_B

15.27.1. Observaciones y definición

Esta magnitud hace intervenir la actividad absoluta que tendría la sustancia *B* si estuviese pura a la misma presión y temperatura. La definición se da por la fórmula.

15.27.2. Fórmulas

La definición es:

$$f_B = \frac{\lambda_B}{\lambda_B^* x_B}$$

(λ_B = actividad absoluta de la sustancia *B*, x_B = fracción molar; λ_B^* = actividad absoluta que tendría la sustancia B si estuviese pura a la misma temperatura).

15.27.3. Dimensiones

$$[f_B] = 1$$

15.27.4. Unidad SI

1

15.28. ACTIVIDAD ABSOLUTA ESTÁNDAR DE LA SUSTANCIA *B* (en una mezcla líquida o sólida) λ_B^θ

15.28.1. Observaciones y definición

Este concepto se refiere a la actividad de la sustancia B si estuviese pura a la presión estándar de referencia. Es función de la temperatura.

15.28.2. Fórmulas

La definición es:

$$\lambda_B^\theta = \lambda_B^* (p^\theta)$$

(λ_B^* = actividad absoluta de la sustancia B si estuviese pura a la misma temperatura y considerando la presión estándar de referencia p^θ).

15.28.3. Dimensiones

$$[\lambda_B^\theta] = 1$$

15.28.4. Unidad SI

1

15.29. ACTIVIDAD RELATIVA DE LA SUSTANCIA SOLUTO *B* (en disolución líquida diluida), a_B, $a_{m.B}$

15.29.1. Observaciones y definición

Es una magnitud proporcional a la actividad absoluta de la sustancia disuelta B, con un factor de proporcionalidad tal que para una dilución indefinida, el valor de a_B tienda a ser igual a la relación de molalidades m_B/m^θ (siendo m^θ una

molalidad estándar de referencia). La def inición se da por la f órmula. Depende de la temperatura y la presión.

15.29.2. Fórmulas

Para el soluto B es:

$$a_B = \lambda_B \lim_{\Sigma m_i \to 0} \frac{m_B / m^\theta}{\lambda_B}$$

(λ_B = actividad absoluta de B; m_B = molalidad de B; m^θ = molalidad estándar de referencia, usualmente 1 mol/kg; $\sum m_i$ = suma de molalidades para todos los solutos).

15.29.3. Dimensiones

$$[a_B] = 1$$

15.29.4. Unidad SI

1

15.30. ACTIVIDAD RELATIVA (PARA CONCENTRACIÓN) DE LA SUSTANCIA SOLUTO *B* (en disolución líquida diluida), $a_{C,B}$

15.30.1. Observaciones y definición

Es una magnitud proporcional a la actividad absoluta de la sustancia disuelta B, con un factor de proporcionalidad tal que, para una dilución indefinida, el valor de la actividad relativa $a_{C,B}$ tienda a ser igual a la relación de concentraciones c_B/c^θ (siendo c^θ la concentración estándar de referencia). La definición se da por la fórmula. Depende de la temperatura y la presión.

15.30.2. Fórmulas

Por definición es:

$$a_{c,B} = \lambda_B \lim_{\Sigma c_i \to 0} \frac{c_B / c^\theta}{\lambda_B}$$

(λ_B = actividad absoluta de B; c_B = concentración de B; c^θ= concentración estándar de referencia; $\sum c_i$ = suma de las concentraciones de todos los solutos).

15.30.3. Dimensiones

$$[a_{c,B}] = 1$$

15.30.4. Unidad SI

1

15.31. COEFICIENTE DE ACTIVIDAD DE LA SUSTANCIA SOLUTO *B* (en disolución líquida diluida) γ_B

15.31.1. Observaciones y definición

Esta magnitud es el cociente entre la acti vidad del soluto B y la relación de molalidades, tal como se expresa en la definición por la fórmula.

15.31.2. Fórmulas

La definición es:

$$\gamma_B = \frac{a_B}{m_B / m^\theta}$$

(a_B = actividad del soluto B; m_B = molalidad de B; m^θ = molalidad estándar de referencia, usualmente 1 mol/kg).

15.31.3. Dimensiones

$$[\gamma_B] = 1$$

15.31.4. Unidad SI

1

15.32. COEFICIENTE DE ACTIVIDAD (PARA CONCENTRACIÓN) DE LA SUSTANCIA SOLUTO *B* (en disolución líquida diluida) γ'_B

15.32.1. Observaciones y definición

Es el cociente entre la actividad relativa (para concentración) del soluto B y la relación de concentraciones, tal como se expresa en la fórmula. Es función de la temperatura.

15.32.2. Fórmulas

La definición es:

$$\gamma_B' = \frac{a_{c,B}}{c_B / c^\theta}$$

($a_{c,B}$ = actividad relativa para concentraciones del soluto B; c_B = concentración de B; c^θ = concentración estándar de referencia).

15.32.3. Dimensiones

$$[\gamma_B'] = 1$$

15.32.4. Unidad SI

1

15.33. ACTIVIDAD ABSOLUTA ESTÁNDAR DE LA SUSTANCIA SOLUTO *B* (en disolución líquida diluida), λ_B^θ

15.33.1. Observaciones y definición

Esta magnitud que hace referencia a la acti vidad absoluta corre spondiente a la sustancia disuelta B, considerando la presión estándar y la molalidad estándar de referencia para una dilución indefinida.

15.33.2. Fórmulas

Según la definición:

$$\lambda_B^\theta = \lim_{\Sigma m_B \to 0} \frac{\lambda_B (p^\theta)}{m_B / m^\theta}$$

(λ_B = actividad absoluta de B; p^θ = presión estándar de referencia; m^θ = molalidad de referencia; m_B = molalidad de la sustancia B; $\sum m_B$ = suma de molalidades de todos los solutos).

15.33.3. Dimensiones

$$[\lambda_B^\theta] = 1$$

15.33.4. Unidad SI

1

15.34. ACTIVIDAD (RELATIVA) DEL DISOLVENTE (para una disolución líquida diluida) a_A

15.34.1. Observaciones y definición

Se define la actividad del disolvente *A* (también denominada *actividad relativa* del disolvente *A*) como «el cociente entre la actividad absoluta que presenta y la que tendría si estuviese puro a la misma presión y temperatura».

15.34.2. Fórmulas

$$a_A = \frac{\lambda_A}{\lambda_A^*}$$

(λ_A = actividad absoluta del disolvente *A*; λ_A^* = actividad absoluta del disolvente puro a la misma presión y temperatura).

15.34.3. Dimensiones

$$[a_A] = 1$$

15.34.4. Unidad SI

1

15.35. PRESIÓN OSMÓTICA, Π

15.35.1. Observaciones y definición

Es el exceso de presión necesario para mantener el equilibrio entre ambos lados de una membrana semipermeable (permeable sólo al disolv ente), estando a un lado la disolución y al otro lado el disolvente puro.

15.35.2. Fórmulas

$$\Pi = p_1 - p_2$$

(p_1, p_2 = presiones a ambos lados de la membrana).

15.35.3. Dimensiones

$$[\Pi] = \mathrm{L}^{-1}\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-2}$$

15.35.4. Unidad SI

$\mathrm{N/m^2}$ = Pa (pascal)

15.35.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$$\text{UCGS} = \text{dyn/cm}^2 = \text{baria} = 10^{-1}\ \text{Pa}$$

y todas las de presión.

15.35.6. Constantes y valores concretos

Presión osmótica del agua del mar respecto al agua dulce $\Pi \approx 25$ atm = 2,5 MPa.

15.36. COEFICIENTE OSMÓTICO (DE LA SUSTANCIA DISOLVENTE *A*), φ

15.36.1. Observaciones y definición

Es útil en disoluciones diluidas. Es un factor que depende de la actividad del disolvente y de las cantidades de los solutos.

15.36.2. Fórmulas

$$\varphi = -\frac{\ln a_A}{M_A \sum m_i}$$

(a_A = actividad del disolvente; M_A= masa molar del disolvente; $\sum m_i$ = suma de las molalidades de todos los solutos).

15.36.3. Dimensiones

$$[\varphi] = 1$$

15.36.4. Unidad SI

1

15.37. ACTIVIDAD ABSOLUTA ESTÁNDAR DEL DISOLVENTE (para una disolución líquida diluida), λ_A^θ

15.37.1. Observaciones y definición

Es una magnitud que indica la actividad absoluta de la sustancia disolvente (en una disolución líquida diluida) considerando la presión estándar de referencia.

15.37.2. Fórmulas

Se define de esta manera

$$\lambda_A^\theta = \lambda_A^* (p^\theta)$$

(λ_A^θ = actividad absoluta del disolvente puro; p^θ = presión estándar de referencia).

15.37.3. Dimensiones

$$[\lambda_A^\theta] = 1$$

15.37.4. Unidad SI

1

15.38. NÚMERO ESTEQUIOMÉTRICO (DE LA SUSTANCIA *B*, EN UNA REACCIÓN QUÍMICA), υ_B

15.38.1. Observaciones y definición

En una reacción química intervienen sustancias reaccionantes (« reactantes») y productos de la reacción. Todas estas sustancias aparecen en la expresión de la reacción mediante números enteros o fracciones sencillas, llamados *números estequimétricos*, υ_B, de cada sustancia B. Estos números se escriben como subíndices a la derecha.

15.38.2. Fórmulas

Se cumple la expresión

$$\sum \upsilon_B B = 0$$

(υ_B = números estequiométricos de las sustancias; B = números de los átomos o moléculas que intervienen). En esta fórmula, los números estequiométricos son negativos para la sustancias reactantes y positivos para los productos de reacción.

15.38.3. Dimensiones

$$[\upsilon_B] = 1$$

15.38.4. Unidad SI

1

15.39. AFINIDAD (DE UNA REACCIÓN QUÍMICA), *A*

15.39.1. Observaciones y definición

«Es, cambiando el signo, la suma de los productos de los números estequiométricos por los potenciales químicos de todas las sustancias que intervienen en la reacción química».

15.39.2. Fórmulas

$$A = -\sum \upsilon_B \mu_B$$

(υ_B = número estequiométrico de la sustancia B; μ_B = potencial químico de la sustancia B; $\sum$ = suma para todas las sustancias que intervienen en la reacción química).

(También se puede definir la afinidad utilizando la energía libre de Helmholtz en vez de los potenciales químicos).

15.39.3. Dimensiones

$$[A] = L^2\ M\ T^{-2}\ N^{-1}$$

15.39.4. Unidad SI

J/mol (julio/mol) (joule/mol)

15.39.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$$UCGS = erg/mol = 10^{-7}\ USI$$

y cualquier unidad de energía dividida por un mol.

15.40. AVANCE DE REACCIÓN (grado de avance de la reacción química), ξ

15.40.1. Observaciones y definición

Se define como «la medida del progreso de una reacción química». Se selecciona una sustancia reactante A como referencia, o bien una sustancia producto B. Para el valor inicial de A es $\xi = 0$. Cuando se ha destruido un mol de A, si su número estequiométrico fuese uno, sería $\xi = 1$ mol.

15.40.2. Fórmulas

Para una reacción, las cantidades de sustancia dependen de los números estequiométricos:

Variación de cantidad de sustancia B:

$$dn_B = \upsilon_B d\xi$$

(υ_B = número estequiométrico de la sustancia B).

15.40.3. Dimensiones

$$[\xi] = \mathrm{N}$$

15.40.4. Unidad SI

mol

15.41. VELOCIDAD DE REACCIÓN, $\dot{\xi}$

15.41.1. Observaciones y definición

Se trata de cuantificar la rapidez con que tiene lugar una reacción química. Es «la derivada del grado de avance respecto al tiempo».

15.41.2. Fórmulas

$$\dot{\xi} = \frac{d\xi}{dt}$$

(ξ = grado de avance de la reacción; t = tiempo).

15.41.3. Dimensiones

$$\left[\dot{\xi}\right] = \mathrm{T}^{-1}\,\mathrm{N}$$

15.41.4. Unidad SI

mol/s	(mol por segundo)

15.42. ACTIVIDAD CATALÍTICA *a*

15.42.1. Observaciones y definición

La actividad catalítica de una sustancia indica la velocidad de la reacción catalizada.

15.42.2. Fórmulas

Tomando como referencia una de las sustancias que intervienen e n la reacción, la actividad catalítica es:

$$a = \frac{dn}{dt}$$

(n = cantidad de sustancia; t = tiempo).

15.42.3. Dimensiones

$$[a] = \mathrm{T}^{-1}\,\mathrm{N}$$

15.42.4. Unidad SI

mol/s = kat katal (o mol por segundo)

15.43. CONSTANTE DE EQUILIBRIO ESTÁNDAR DE UNA REACCIÓN QUÍMICA K^{θ} (y otras constantes de equilibrio)

15.43.1. Observaciones y definición

Las reacciones químicas se producen hasta que se alcanza el equ ilibrio. Ello viene determinado por la *constante de equilibrio*, que es función de la temperatura.

La constante de equilibrio estándar se def ine como el v alor de equilibrio del producto de magnitudes que se da a continuación en las fórmulas.

15.43.2. Fórmulas

Veamos la expresión:

$$K^{\theta} = \Pi_B\,(\lambda_B^{\theta})^{\upsilon_B}$$

La constante K^{θ} es el v alor de equilibrio del citado producto en la reacción química (λ_B^{θ} = act ividades absolutas estándar de todas las sustancias que in tervienen en la reacción; υ_B = números estequiométricos que, como es sabido, son negativos para los reactantes y positivos para los productos de reacción; Π_B indica la operación producto para todas las sustancias de la reacción). Puesto que algunos exponentes son negativos, el producto que se indica es en realidad un cociente de dos productos.

Otras constantes de equilibrio son:

Para concentraciones molares c_B en disoluciones	$K_c = \Pi_B (c_B)^{\upsilon_B}$
Para las molalidades m_B en disoluciones	$K_m = \Pi_B (m_B)^{\upsilon_B}$
Para las presiones parciales p_B en gases	$K_p = \Pi_B (p_B)^{\upsilon_B}$
Para las fracciones molares x_B en mezclas	$K_x = \Pi_B (x_B)^{\upsilon_B}$

15.43.3. Dimensiones

$$[K^{\theta}] = 1$$

15.43.4. Unidad SI

1

15.44. GRADO DE DISOCIACIÓN (de la sustancia *B*), α_B

15.44.1. Observaciones y definición

Se trata de expresar cuantitativamente la mayor o menor cantidad de moléculas de un soluto que experimentan disociación en la disolución.

Grado de disociación es el cociente entre el número de moléculas disociadas y el número total de moléculas del soluto *B*.

15.44.2. Fórmulas

$$\alpha_B = \frac{N_{d,B}}{N_B}$$

($N_{d,B}$ = número de moléculas disociadas; N_B = número total de moléculas de la sustancia *B* en la disolución).

15.44.3. Dimensiones

$$[\alpha_B] = 1$$

15.44.4. Unidad SI

1

15.45. GRADO DE POLIMERIZACIÓN (de la sustancia *B*), π_B

15.45.1. Observaciones y definición

Una sustancia se polimeriza al agruparse sus moléculas, formándose micelas de un número determinado de moléculas.

Se llama *grado de polimerización* al cociente entre el número total de moléculas de la sustancia B y el número de micelas formadas. Depend e de la temperatura.

15.45.2. Fórmulas

$$\pi_B = \frac{N_B}{N_{m,B}}$$

(N_B =número total de moléculas de la sustancia; $N_{m,B}$ = número de micelas formadas).

15.45.3. Dimensiones

$$[\pi_B] = 1$$

15.45.4. Unidad SI

1

15.46. CONSTANTES CRIOSCÓPICA Y EBULLOSCÓPICA, K_c, K_e

15.46.1. Observaciones y definición

La temperatura de congelación de un líquido desciende si contie ne una sustancia disuelta. Este fenómeno es la crioscopía.

De la misma manera, la temperatura de eb ullición de un líquido a umenta si contiene una sustancia disuelta (ebulloscopía).

«Las constantes que relacionan la v ariación de la temperatura d e cambio de fase con la molalidad del soluto son las constantes crioscópica y ebulloscópica, respectivamente».

15.46.2. Fórmulas

Crioscopía:
$$-\Delta T = K_c b_B = K_c \frac{n_B}{m_A}$$

Ebulloscopía:
$$\Delta T = K_e b_B = K_e \frac{n_B}{m_A}$$

(ΔT = variación de la temperatura de congelación o ebullición, b_B = molalidad del soluto B; n_B = cantidad de sustancia del soluto B; m_A = masa del disolvente).

15.46.3. Dimensiones

$$[K_c] = [K_e] = \mathrm{M\Theta N^{-1}}$$

15.46.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{kg \cdot K \cdot mol^{-1}}}$ (kilogramo kelvin por mol)

15.46.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$$\mathrm{UCGS = g \cdot K \cdot mol^{-1} = 10^{-3}\,USI}$$

15.47. CONSTANTE DE FARADAY *F*

15.47.1. Observaciones y definición

Representa la carga eléctrica necesaria para que se deposite sobre un electrodo (o en cualquier reacción de electrólisis) un equivalente químico de una sustancia.

La constante de Faraday equivale a la carga eléctrica contenida en 1 mol de electrones.

Se define como producto de la constante de Avogadro por la carga elemental e.

15.47.2. Fórmulas

$$F = N_A e \qquad F = \frac{q}{n_e} = \frac{It}{n_e}$$

(N_A = constante de Avogrado; e = carga elemental o carga de un protón; q = carga eléctrica; I = intensidad de corriente; t = tiempo; n_e = número de equivalentes químicos). Tiene el valor $F = 9{,}648\,534 \cdot 10^4$ C/mol. (Realmente debería utilizarse el C/Eq, en donde la unidad Eq indica un equivalente químico; el cual es igual a un mol multiplicado por la valencia con la que interviene la sustancia; sección 15.17).

15.47.3. Dimensiones

$$[F] = \mathrm{T\,I\,N^{-1}}$$

15.47.4. Unidad SI

$$s \cdot A \cdot mol^{-1} = \boxed{C/mol} \quad \text{(coulombios/equivalente químico)}$$

15.47.5. Constantes y valores concretos

$$F = 9{,}648\,534 \cdot 10^{4}\ C/mol \text{ (o bien C/Eq)}$$

15.48. RECORRIDO LIBRE MEDIO, ℓ, λ

15.48.1. Observaciones y definición

Es la distancia media que recorre una partícula entre dos colisiones sucesivas.

15.48.2. Fórmulas

Es una longitud.

15.48.3. Dimensiones

$$[l] = L$$

15.48.4. Unidad SI

$$\boxed{m}$$

15.48.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$$UCGS = cm = 10^{-2}\,m$$

y todas las unidades de longitud (sección 9.1.5).

15.49. COEFICIENTE DE DIFUSIÓN, *D*

15.49.1. Observaciones y definición

La difusión es un desplazamiento de partículas debido al gradiente de su concentración o densidad. Se trata de un proceso esencialmente estadístico.

Un coeficiente de difusión grande indica que las moléculas se difunden rápidamente para valores dados del gradiente.

15.49.2. Fórmulas

En un punto dado se considera la igualdad:

$$C_B \langle \vec{v}_B \rangle = - D \overrightarrow{grad}\, C_B$$

(C_B = concentración molecular, $\langle \vec{v}_B \rangle$ = velocidad media de las moléculas en la región de la difusión). El signo negativo indica que las moléculas se desplazan en sentido contrario al gradiente, es decir, hacia donde la concentración es menor.

15.49.3. Dimensiones

$$[D] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{T}^{-1}$$

15.49.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{m}^2\,\mathrm{s}^{-1}}$ (metro cuadrado por segundo).

15.49.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$$\mathrm{UCGS} = \mathrm{cm}^2/\mathrm{s} = 10^{-4}\ \mathrm{USI}$$

y cualquier unidad de superficie dividida por cualquier unidad de tiempo.

15.50. RELACIÓN DE DIFUSIÓN TÉRMICA k_T

15.50.1. Observaciones y definición

En una mezcla de dos sustancias de fracciones molares x_A, x_B (siendo $M_A < M_B$), si existe difusión térmica se alcanza el equilibrio en cada punto para una relación entre el gradiente concentración y el gradiente de temperatura, que depende de la temperatura y de la *relación de difusión térmica* k_T. La definición se da mediante la fórmula.

15.50.2. Fórmulas

En equilibrio, en un punto:

$$\frac{\mathrm{grad}\, x_B}{\mathrm{grad}\, T} = \frac{k_T}{T}$$

en donde figuran los módulos de los vectores gradiente (ambos gradientes son vectores de la misma dirección, pues la mezcla se considera isótropa; de no ser así la magnitud k_T sería un tensor de segundo orden).

(x_B = fracción molar de la sustancia más pesada B; T = temperatura; M_A, M_B = masas molares). Los gradientes que f iguran en la fórmula tienen l a misma dirección (en el equilibrio) y sentidos contrarios. Si el v alor de k_T es grande indica que pequeños gradientes térmicos corresponden a grandes gradientes de concentración.

15.50.3. Dimensiones

$$[k_T] = 1$$

15.50.4. Unidad SI

1

15.51. COEFICIENTE DE DIFUSIÓN TÉRMICA D_T

15.51.1. Observaciones y definición

Es el producto del coeficiente de difusión por la relación de difusión térmica.

15.51.2. Fórmulas

$$D_T = D \; k_T$$

(D = coeficiente de difusión; k_T = relación de difusión térmica).

15.51.3. Dimensiones

$$[D_T] = \mathrm{L}^2\mathrm{T}^{-1}$$

15.51.4. Unidad SI

$\mathrm{m}^2\ \mathrm{s}^{-1}$ (metro cuadrado/segundo)

15.51.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$$\mathrm{UCGS} = \mathrm{cm}^2/\mathrm{s} = 10^{-4}\ \mathrm{USI}$$

y cualquier unidad de superficie dividida por cualquier unidad de tiempo.

15.52. MOMENTO DIPOLAR ELÉCTRICO DE UNA MOLÉCULA, $\vec{p}$, $\vec{\mu}$

15.52.1. Observaciones y definición

Es el valor del momento dipolar de la molécula (puede verse la definición de momento dipolar en la sección correspondiente).

Se define como un vector tal que su producto vectorial por el campo eléctrico es igual al par (momento del par de fuerzas).

15.52.2. Fórmulas

$$\vec{M} = \vec{p} \wedge \vec{E}$$

($\vec{M}$ = momento del par; $\vec{E}$ = campo eléctrico). La acción del campo eléctrico es orientar la molécula tendiendo a que $\vec{p}$ y $\vec{E}$ sean paralelos.

15.52.3. Dimensiones

$$[p] = \mathrm{L\ T\ I}$$

15.52.4. Unidad SI

C m (culombios metro)

15.52.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$$\mathrm{UCGS} = \mathrm{uee} \cdot \mathrm{cm} = 3{,}335\ 64 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{USI} = (1/3) \cdot 10^{-11}\ \mathrm{USI}$$

15.53. POLARIZABILIDAD (de un átomo o de una molécula) α

15.53.1. Observaciones y definición

Al aplicar un campo eléctrico a un átomo (o a una molécula), se produce un desplazamiento o distorsión de la nube electrónica debido a su carga negativa, de manera que el átomo se transforma en un dipolo. (Si ya se trataba de una molécula polar, el efecto del campo aplicado sería la orientación y el aumento del momento dipolar molecular).

Se puede considerar comportamiento lineal: el momento dipolar adquirido por el átomo es proporcional al campo aplicado (véase la fórmula). Resulta, además, proporcional al volumen del átomo, y es mayor en los metales alcalinos, que tienen un solo electrón en la capa externa (puede comprobarse en la tabla adjunta).

15.53.2. Fórmulas

$$\vec{p} = \varepsilon_0 \alpha \vec{E}$$

($\vec{p}$ = momento dipolar del átomo o molécula; $\vec{E}$ = campo eléctrico aplicado; ε_0 = permitividad del vacío).

Para átomos, α es escalar, pero para moléculas, puede considerarse que es un tensor simétrico de segundo orden.

La susceptibilidad χ de un material se relaciona con la polarizabilidad de sus átomos o moléculas):

$$\chi = N\,\alpha \qquad \vec{P} = N\vec{p} = N\varepsilon_0\alpha\vec{E} = \varepsilon_0\chi\vec{E}$$

(N = número de átomos polarizados por unidad de v olumen; P = polarización del material lineal).

15.53.3. Dimensiones

$$[a] = \mathrm{L}^3$$

15.53.4. Unidad SI

$$\mathrm{m}^3$$

15.53.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$$\text{UCGS de Gauss} = \mathrm{cm}^3 = 10^{-6}\ \text{USI}$$

15.53.6. Constantes y valores concretos

Átomo o molécula	α (USI)
H	$0{,}66 \cdot 10^{-30}$
He	$0{,}21 \cdot 10^{-30}$
C	$1{,}5 \cdot 10^{-30}$
Na	$27{,}0 \cdot 10^{-30}$
Ne	$0{,}4 \cdot 10^{-30}$
Ar	$1{,}6 \cdot 10^{-30}$
K	$34{,}0 \cdot 10^{-30}$
CH_4	$2{,}6 \cdot 10^{-30}$
CO_2	$4{,}05 \cdot 10^{-30}$

15.53.7. Nota para el sistema CGS de Gauss

Esta magnitud es diferente en las fórmulas del CGS de Gauss y en las del SI. Al transformar las fórmulas del SI al sistema gaussiano, la magnitud α debe sustituirse por $4\pi\alpha$.

15.54. NÚMERO DE CARGA DE UN IÓN. ELECTROVALENCIA, *z*

15.54.1. Observaciones y definición

Es el número de car gas (positi vas o ne gativas) de un ión medida s con relación a la carga e del electrón.

Se define como cociente entre la carga del ión y la carga elemental.

15.54.2. Fórmulas

$$z = q/e$$

(q = carga del ión; e = carga elemental); z será negativo para iones negativos.

15.54.3. Dimensiones

$$[z] = 1$$

15.54.4. Unidad SI

1

15.55. FUERZA IÓNICA DE UNA DISOLUCIÓN, I

15.55.1. Observaciones y definición

Es una magnitud que crece con la carga iónica en la disolución. Su definición se da en la fórmula a continuación.

15.55.2. Fórmulas

$$I = \frac{1}{2} \sum m_i z_i^2$$

(m = molalidades de todos los iones; z_i = números de carga).

15.55.3. Dimensiones

$$[I] = \mathrm{M}^{-1}\,\mathrm{N}$$

15.55.4. Unidad SI

mol/kg

15.55.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$$\text{UCGS} = \text{mol/g} = 10^3\ \text{USI}$$

15.56. POTENCIAL NORMAL (ABSOLUTO) V_0

15.56.1. Observaciones y definición

La tendencia a pasar a la disolución de los diferentes elemento s químicos cuando un electrodo está sumer gido en una disolución de sus ion es puede esta-

blecerse por su *potencial normal*. De la misma manera, puede describirse la acción disolvente de un ácido fuerte sobre un metal por simple desplazamiento del hidrógeno sin que se produzcan reacciones secundarias.

La tabla de valores del potencial normal de los diferentes elementos constituye la «serie electroquímica». Los elementos que tienen valores menores del potencial normal son los de mayor tendencia a disolv erse en forma de ione s. Así por ejemplo, el Zn desplaza al Cu en una disolución (el Zn metal pasa a Zn^{++} mientras que el Cu^{++} se deposita en forma neutra; véanse sus lugares en la tabla adjunta).

15.56.2. Fórmulas

Se conocen los potenciales normales de reducción y se dan en tablas para diferentes elementos (véase tabla adjunta).

15.56.3. Dimensiones

$$[V_0] = L^2\ M\ T^{-3}\ I^{-1}$$

15.56.4. Unidad SI

V (voltio)

15.56.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de potencial eléctrico.

15.56.6. Constantes y valores concretos

Damos la serie (de mayor a menor) de los potenciales normales de reducción (tomando valor cero para el hidrógeno):

Elemento	Potencial normal V_0 (voltios)
Cs	–3,02
Li	–3,02
K	–2,92
Ba	–2,90
Sr	–2,89
Ca	–2,87
Na	–2,71
La	–2,37
Mg	–2,34
Al	–1,67
Mn	–1,05
Zn	–0,76
Cr	–0,71
Fe	–0,44
Cd	–0,40
Co	–0,277

Elemento	Potencial normal V_0 (voltios)
Ni	–0,250
Sn	–0,136
Pb	–0,126
H	0,000
Sb	0,212
Sr	0,247
Cu	0,344
I	0,530
Ag	0,799
Hg	0,85
Pd	0,83
Br	1,06
Pt	1,20
Cl	1,36
Au	1,68
F	3,03

15.57. ACIDEZ Y BASICIDAD (O ALCALINIDAD), *pH*

15.57.1. Observaciones y definición

El agua pura presenta una pequeña ionización en forma de iones H^+ y OH^-, que a temperatura de 25° C se encuentran a una concentración aproximada de 10^{-7} mol/dm^3 (realmente no se encuentra el ión H^+, sino el H_3O^+).

Un ácido tiene una concentración de H^+ mayor que 10^{-7}. Una base la tiene menor. El exponente cambiado de signo es la magnitud que se definió como *pH*. Por ejemplo, una disolución cuya concentración del ión H_3O^+ es 10^{-4} mol/dm^3 es ácida, siendo $pH = 4$; el agua pura tiene $pH = 7$.

Actualmente se define el *pH* en forma estrictamente operacional, midiéndose directamente en las disoluciones en forma experimental. La IUPAC da como referencia los valores de *pH* de algunas disoluciones patrón.

15.57.2. Fórmulas

En el equilibrio (a 25° C) se tiene para la concentraciones (en mol/dm^3):

$$c_{H^+} \cdot c_{OH^-} = 10^{-14}$$

Disolución neutra ($pH = 7$) $\quad c_{H^+} = 10^{-7}$

$$c_{OH^-} = 10^{-7}$$

Disolución moderadamente ácida (por ejemplo $pH = 3$)

$$c_{H^+} = 10^{-3}$$
$$c_{OH^-} = 10^{-11}$$

Disolución moderadamente alcalina (por ejemplo $pH = 11$)

$$c_{H^+} = 10^{-11}$$
$$c_{OH^-} = 10^{-3}$$

Los resultados de estas fórmulas coinciden con la definición operacional del *pH* (es decir, con las medidas experimentales) entre los valores de $pH = 2$ y de $pH = 12$. Para valores de gran acidez o basicidad debe recurrirse a las medidas prácticas.

15.57.3. Dimensiones

$$[pH] = 1$$

15.57.4. Unidad SI

1

15.57.5. Constantes y valores concretos

Algunos valores del *pH* en el cuerpo humano (valores medios):

Líquido	*pH*	
Sangre	7,4	(débilmente básico)
Orina	5,8	(débilmente ácido)
Jugo gástrico	2	(fuertemente ácido)
Saliva en niños	7,3	(débilmente básico)
Saliva en adultos	6,4	(débilmente ácido)
Sudor	6	(débilmente ácido)

15.58. RADIO DE BOHR, a_0

15.58.1. Observaciones y definición

En el átomo de Hidrógeno ideal, propuesto por Bohr, se consideran en principio órbitas circulares para el electrón, de acuerdo con la Mecán ica clásica, pero considerando que las únicas órbitas posibles son aquellas cuya longitud es múltiplo entero de la longitud de onda asociada al electrón. Así se obtienen las órbitas posibles, asignando al número cuántico principal, n, valores 1,2,3...

Se llama *radio de Bohr* al «radio de la primera órbita del electrón en el átomo de Hidrógeno según el modelo de Bohr (dando el valor $n = 1$)».

15.58.2. Fórmulas

Un cálculo sencillo permite obtener el radio de las órbitas de Bohr:

$$r = \frac{\varepsilon_o h^2}{\pi m_e e^2} n^2$$

y para la primera órbita ($n = 1$) se obtiene el llamado *radio de Bohr*:

$$r_1 = a_o = \frac{\varepsilon_o h^2}{\pi m_e e^2}$$

(ε_o = permitividad del vacío; h = constante de Plank; m_e = masa del electrón; e = = carga elemental) (se toma la masa del núcleo muy grande en com paración con m_e).

15.58.3. Dimensiones

$$[a_o] = \mathrm{L}$$

15.58.4. Unidad SI

m	(metro)

15.58.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de longitud (sección 9.1.5).

15.58.6. Constantes y valores concretos

$$a_0 = 5,\, 291\ 772\ 08 \cdot 10^{-11}\ \text{m}$$

15.59. ENERGÍA Y CONSTANTE DE RYDBERG, R_y, R_∞

15.59.1. Observaciones y definición

Al calcular la energía del electrón en las diversas órbitas del átomo de Bohr, se obtienen valores que dependen del número cuántico n (prescindiendo de los demás números cuánticos).

Las constantes que aparecen en los cálculos pueden agruparse en dos, que reciben los nombres de *energía de Rydberg* y *constante de Rydberg*, como vamos a ver en las fórmulas.

15.59.2. Fórmulas

La energía del electrón en el átomo de Hidrógeno, según el modelo de Bohr, en cada una de las órbitas resulta ser:

$$W = -\frac{e^2}{8\pi\,\varepsilon_o\,r}$$

(e = carga elemental; ε_o = permitividad del vacío; r = radio de la órbita). El valor de r de cada órbita, según vimos en la sección 15.57, es:

$$r = \frac{\varepsilon_o\,h^2}{\pi\,m_e\,e^2}\,n^2$$

(h = constante de Plank; m_e = masa del electrón; n = número cuántico principal) y resulta para la energía (en cada órbita, dada por n = 1,2,3,):

$$W = -\frac{e^4\,m_e}{8\varepsilon_o^2\,h^2}\,\frac{1}{n^2}$$

que puede escribirse:

$$W = - R_y \frac{1}{n^2}$$

y la *energía de Rydberg* queda definida así:

$$R_y = \frac{e^4 m_e}{8\varepsilon_o^2 h^2}$$

Para calcular la longitud de onda de los fotones emitidos y absorbidos cuando un electrón pasa de una órbita a otra, interviene el factor *hc*. La magnitud R_y/hc se llama *constante de Rydberg* R_∞ (siendo *c* la velocidad de la luz en el v acío):

$$R_\infty = R_y / hc = \frac{e^4 m_e}{8\varepsilon_o^2 h^3 c}$$

(La magnitud $E_h = 2 R_y$ se denomina *energía de Hartree*).

15.59.3. Dimensiones

Para la energía de Rydberg resulta

$$[R_y] = [W] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-2}$$

y para la constante de Rydberg

$$[R_\infty] = \mathrm{L}^{-1}$$

15.59.4. Unidad SI

Para la energía de Rydberg $\boxed{\mathrm{J}}$ (julio o joule)

Para la constante de Ryberg $\boxed{\mathrm{m}^{-1}}$ (metro recíproco)

15.59.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Para la energía de Ryderg:

$$\mathrm{UCGS} = \mathrm{erg} = 10^{-7}\ \mathrm{J}$$

y cualquier unidad de energía.

Para la constante de Rydberg

$$\mathrm{UCGS\ de\ Gauss} = \mathrm{cm}^{-1} = 10^2\ \mathrm{m}^{-1}$$

y cualquier unidad de longitud con exponente –1.

15.59.6. Constantes y valores concretos

Constante de Rydberg: $R_\infty = 1{,}097\ 373\ 157 \cdot 10^7\ \mathrm{m}^{-1}$
Energía de Rydberg: $R_y = 2{,}179\ 871\ 7 \cdot 10^{-18}\ \mathrm{J}$
Energía de Hartree: $E_h = 4{,}359\ 744 \cdot 10^{-18}\ \mathrm{J}$

Si la masa del electrón no se considera despreciable frente a l a del núcleo atómico, se ha de tomar un v alor de la constante de Rydber g algo distinto del dado, que además es diferente para cada número másico.

Para el Hidrógeno 1 es:

$$R_H = R_\infty \left(1 + \frac{m_e}{m_p}\right)^{-1} = 1{,}096\ 775\ 83 \cdot 10^7\ m^{-1}$$

15.60. MOMENTO MAGNÉTICO (DE UNA PARTÍCULA, DE UN NÚCLEO, DE UN ÁTOMO) μ, m

15.60.1. Observaciones y definición

En la sección correspondiente se definió el momento magnético m de un sistema cualquiera, como la magnitud v ectorial cuyo producto v ectorial por la inducción magnética $\vec{B}$ es igual al par $\vec{M}$ que actúa sobre el sistema. Si el sistema es una partícula, su momento magnético sería definido de la misma manera. Sin embargo, al intervenir la Mecánica cuántica se ha con venido en adoptar una definición más general, que es la siguiente:

«El momento magnético de la partícula, núcleo o átomo es el valor esperado de la componente del momento electromagnético según la dirección del campo magnético para el estado de número cuántico magnético máximo».

15.60.2. Fórmulas

$$\vec{M} = \vec{m} \wedge \vec{B}$$

(m = momento magnético; M = momento del par de fuerzas; B = inducción magnética).

15.60.3. Dimensiones

$$[m] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{I}$$

15.60.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{A\ m^2}} = \boxed{\mathrm{J\ /\ T}}$ (julios por tesla = amperio m^2)

15.60.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS de Gauss = statampere · cm^2 = 3,335 64 · 10^{-14} USI ≈ (1/3) · 10^{-13} USI

y todas las de monento magnético (sección 13.47.5).

15.60.6. Constantes y valores concretos

Véase sección 13.47.6.

15.61. MAGNETÓN DE BOHR μ_B

15.61.1. Observaciones y definición

Al estudiar los momentos magnéticos atómicos sur ge como v alor n atural el *magnetón de Bohr*, que se introduce a continuación en las fórmulas.

15.61.2. Fórmulas

$$\mu_B = \frac{e\,\hbar}{2m_e} \qquad {}_z = \mu_B\, m_i$$

($\hbar$ = constante barrada de Plank; m_e = masa del electrón; e = carga elemental; m_z = componente del momento magnético orbital del electrón en la d irección del campo magnético aplicado; m_i = número cuántico magnético).

15.61.3. Dimensiones

$$[\mu_B] = L^2\,I$$

15.61.4. Unidad SI

$$\boxed{A\ m^2} = \boxed{J / T}$$

15.61.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de momento magnético (sección anterior; y también sección 13.47.5).

15.61.6. Constantes y valores concretos

$$\mu_B = 9{,}274\,009 \cdot 10^{-24}\ \text{USI}$$

15.62. MAGNETÓN NUCLEAR μ_N

15.62.1. Observaciones y definición

Al estudiar el momento magnético del núcleo sur ge el v alor del magnetón nuclear que es menor que el magnetón de Bohr, con un factor m_e / m_p.

15.62.2. Fórmulas

$$\mu_N = \mu_B \frac{m_e}{m_p} = \frac{e\hbar}{2\, m_p}$$

($\hbar$ = constante barrada de Plank; m_e = masa del electrón; m_p = masa del protón).

15.62.3. Dimensiones

$$[\mu_N] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{I}$$

15.62.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{A\ m^2}}$$

15.62.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de momento magnético (sección anterior; y también sección 13.47.5).

15.62.6. Constantes y valores concretos

$$\mu_N = 5{,}050\,783 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{USI}$$

15.63. NÚMERO CUÁNTICO PRINCIPAL, *n*

15.63.1. Observaciones y definición

Desde la primitiva elaboración de la teoría de Bohr, para estudiar el átomo de Hidrógeno se introdujo el número cuántico *n* que determina las órbitas posibles o «capas» en las que puede encontrarse el electrón. Cada capa c onstituye un nivel energético, que viene determinado por los valores enteros de *n* (1,2,3 ...).

A continuación se introdujeron otros números cuánticos, se elaboró la teoría de Bohr-Sommerfeld, y posteriormente se fue adecuando la teoría a los sucesivos avances de la Física cuántica (Schrödinger, Dirac, etc.).

El número cuántico principal *n* determina las capas electrónicas o ni veles energéticos en todos los átomos con sus respectivos isótopos.

15.63.2. Fórmulas

En la teoría elemental de Bohr para átomos de cualquier número atómico, la energía de un electrón depende del valor de *n:*

$$W = -Z^2 R_y \frac{1}{n^2}$$

(Z = número atómico; R_y = energía de Rydberg).

15.63.3. Dimensiones

$$[n] = 1$$

15.63.4. Unidad SI

1

15.63.5. Constantes y valores concretos

Las capas electrónicas se designan con letras según la tabla.

n	capa
1	K
2	L
3	M
4	N
5	O
6	P
7	Q

15.64. NÚMERO CUÁNTICO DEL MOMENTO CINÉTICO ORBITAL (NÚMERO CUÁNTICO ACIMUTAL O SECUNDARIO), ℓ_i, (ℓ), *L*

15.64.1. Observaciones y definición

Dado el número cuántico principal n que caracteriza la capa en que se encuentra un electrón, la excentricidad de la órbita puede considerarse también como una magnitud cuantizada. Surge así un segundo número cuántico ℓ, cuyo valor determina el momento cinético orbital del electrón según las fórmulas que damos a continuación.

(Este número cuántico puede referirse a una partícula o a un sistema de partículas; en este último caso se designa por L).

15.64.2. Fórmulas

Momento cinético orbital del electrón:

$$L = \sqrt{\ell\ (\ell + 1)}\ \hbar$$

(L = momento cinético o angular; $\hbar$ = constante barrada de Planck).

15.64.3. Dimensiones

$$[\ell] = 1$$

15.64.4. Unidad SI

1

15.64.5. Constantes y valores concretos

Los valores posibles del ℓ de un electrón en el átomo dependen de su número cuántico principal n. El valor de ℓ puede ser nulo o ser un número entero inferior a n, es decir:

$$\ell = 0,1,2, \ldots\ldots (n - 1)$$

Por costumbre se dice que los valores de ℓ determinan subcapas o subniveles dados por las letras minúsculas de la tabla siguiente:

ℓ	Subcapa
0	s
1	p
2	d
3	f
4	g
5	h
6	i

En una transición electrónica en un átomo, sólo son posibles los saltos entre dos niveles cuyo número cuántico ℓ varía en una unidad: $\Delta\ell = \pm 1$ (regla de selección).

15.65. NÚMERO CUÁNTICO MAGNÉTICO m_i, (m_t), M

15.65.1. Observaciones y definición

Al aplicar un campo magnético se vió que sólo son posibles algu nas orientaciones del momento magnético orbital del electrón (y por tanto, de su momento cinético) respecto a la dirección del campo magnético. Estas or ientaciones vie-

nen determinadas por el número cuántico magnético m_i; de acuerdo con las fórmulas que damos a continuación (Este número cuántico puede refe rirse a una partícula o a un sistema de partículas; en este último caso se designa por M).

15.65.2. Fórmulas

El momento magnético orbital del electrón $\vec{m}$ depende de su momento cinético $\vec{L}$.

$$\vec{m} = -\frac{e}{2m_e}\vec{L}$$

Al aplicar el campo de inducción magnética $\vec{B}$ en la dirección del eje Z, la componente en dicha dirección del momento cinético orbital es:

$$L_z = m_i \hbar$$

y la componente del momento magnético orbital es:

$$m_z = -\frac{e}{2m_e} L_z = -\frac{e}{2m_e} m_i \hbar = -m_i \mu_B$$

(e = carga elemental; m_e = masa del electrón; L_z = componente del momento cinético orbital del electrón en la dirección del campo aplicado $\vec{B}$; m_z = componente del momento magnético orbital en dicha dirección; $\hbar$ = constante barrada de Planck; μ_B= magnetón de Bohr). (Las mismas consideraciones cabe hacer para el momento cinético de espín y total, secciones 15.66 y 15.67).

15.65.3. Dimensiones

$$[m_i] = 1$$

15.65.4. Unidad SI

1

15.65.5. Constantes y valores concretos

Los valores posibles de m_i para un electrón dependen del v alor que tenga su número cuántico orbital ℓ_i. Los valores de m_i han de ser enteros, positivos o negativos o valor nulo, teniendo su valor absoluto máximo igual al valor de ℓ_i, es decir:

$$m_i = -\ell, -(\ell - 1), \ldots 0, \ldots \ell - 1, \ell$$

15.66. NÚMERO CUÁNTICO DE ESPÍN s_i, (s), S (NÚMERO CUÁNTICO MAGNÉTICO DE ESPÍN m_s)

15.66.1. Observaciones y definición

Un electrón posee un momento cinético de spin relacionado con s u momento magnético de espín. De manera elemental, puede considerarse como que la partícula se encuentra en mo vimiento de rotación en torno a su propi o eje. Pero la orientación del momento cinético de espín respecto a un campo m agnético sólo admite dos posibilidades, que son determinadas por el valor positivo o negativo del número cuántico de espín. (Este número cuántico puede referirse a una partícula o a un sistema de partículas o un átomo; en estos últimos casos s e designa por S).

15.66.2. Fórmulas

El momento cinético de espín viene dado por la fórmula

$$L = \sqrt{s\,(s+1)}\,\hbar$$

en donde s es el número cuántico de espín del electrón, o simplemente «el e spín», cuyo valor es $s = 1/2$.

Las dos orientaciones posibles del momento cinético de espín re specto a un campo magnético vienen dadas por la expresión:

$$L_z = m_s \hbar$$

(m_s = número cuántico magnético de espín, que puede valer $\frac{1}{2}$ o bien $-\frac{1}{2}$; $\hbar$ = constante barrada de Planck; L_z = componente del momento cinético de espín en la dirección del campo magnético de referencia).

15.66.3. Dimensiones

$$[s] = 1$$

15.66.4. Unidad SI

$$\boxed{1}$$

15.66.5. Constantes y valores concretos

El espín del electrón es $s = {}^1/_2$ y los valores de m_s pueden ser $\pm s$, es decir

$$m_s = \pm \frac{1}{2}$$

Las partículas elementales materiales (leptones y quarks) tiene n espín 1/2. Los bosones tienen espín entero o nulo; por ejemplo, el fotón tiene espín 1.

15.67.	**NÚMERO CUÁNTICO DEL MOMENTO CINÉTICO TOTAL (NÚMERO CUÁNTICO ESPÍN-ORBITAL, *j*, *J* (Y NÚMERO CUÁNTICO MAGNÉTICO ESPÍN-ORBITAL m_j) (de un electrón o un átomo, sin considerar el momento magnético nuclear)**

15.67.1. Observaciones y definición

El momento cinético total de un electrón es la suma del momento cinético orbital y el momento cinético de espín (lo mismo ocurre con su momento magnético). Así resulta que el momento cinético total está cuantizado, y su valor queda determinado por el número cuántico j de acuerdo con las fórmulas que damos a continuación.

(Este número cuántico puede referirse a una partícula o a un sistema de partículas o un átomo; en estos últimos casos se designa por J).

15.67.2. Fórmulas

Momento cinético total del electrón (suma de los momentos cinéticos orbital y de espín).

$$\vec{L} = \vec{L}_{orb} + \vec{L}_{spin}$$

$$L = \sqrt{j\,(j+1)}\,\hbar$$

($\hbar$ = constante barrada de Planck). El número cuántico espín-orbital es:

$$j = \ell \pm s \qquad\qquad (j > 0)$$

(ℓ = número cuántico del momento cinético orbital; s = número cuántico de espín); por tanto, para un valor dado de ℓ, sólo hay dos valores posibles de j, que son $\ell + \frac{1}{2}$ y $\ell - \frac{1}{2}$ (siempre siendo j > 0).

Al aplicar un campo de inducción magnética $\vec{B}$ en la dirección del eje Z, la componente en dicha dirección del momento cinético total es:

$$L_z = m_j \hbar$$

en donde m_j es el número cuántico magnético espin orbital.

15.67.3. Dimensiones

$$[j] = 1$$

15.67.4. Unidad SI

1

15.67.5. Constantes y valores concretos

Los valores posibles de j son, como vimos

$$j = \ell + \frac{1}{2} \qquad (j > 0)$$
$$j = \ell - \frac{1}{2}$$

Los valores posibles de m_j son los siguientes:

$$m_j = -j, -(j-1), ...,0, ... j-1, j$$

Como el fotón tiene espín $s = 1$, la conservación del momento angular total (electrón + fotón) impone que en una transición electrónica en un átomo tenga que ser siempre $\Delta j = 0, \pm 1$ (regla de selección).

15.68. COEFICIENTE GIROMAGNÉTICO (O RAZÓN GIROMAGNÉTICA) γ (Y FACTOR *g*, de una partícula, átomo o núcleo)

15.68.1. Observaciones y definición

Existe una relación entre el momento cinético total de una partícula (o de un átomo o un sistema de partículas) y el momento magnético. Esta relación lleva a considerar dos magnitudes: *el coeficiente giromagnético* y el denominado *factor g* (del electrón, del átomo, de la partícula nuclear o del núcleo) cuyas fórmulas de definición se dan a continuación.

15.68.2. Fórmulas

Coeficiente giromagnético

$$\gamma = \frac{m}{j\hbar}$$

(m = momento magnético; j = número cuántico del momento angular; $j\hbar$ = momento cinético, en la dirección dada).

Cuando el momento magnético se expresa con relación al magnetón de Bohr μ_B (se puede decir «en unidades μ_B») y el momento angular se expresa con relación a la constante barrada de Planck (se puede decir «en unidades $\hbar$»), surge la definición del *factor g*:

$$g = -\frac{m/\mu_B}{j\hbar/\hbar} = -\gamma\frac{\hbar}{\mu_B} \qquad \frac{\hbar}{\mu_B} = \frac{2m_e}{e}$$

válido para un electrón o un átomo (el signo negativo se debe a la carga negativa de los electrones).

Para un núcleo o una partícula nuclear , se emplea el magnetón nu clear y el factor g es:

$$g = -\frac{m/\mu_N}{j\hbar/\hbar} = -\gamma\frac{\hbar}{\mu_N} \qquad \frac{\hbar}{\mu_N} = \frac{2m_p}{e}$$

(m = momento magnético; μ_B = magnetón de Bohr; μ_N = magnetón nuclear; m_e = masa del electrón; m_p = masa del protón; e = carga elemental).

15.68.3. Dimensiones

Coeficiente giromagnético: $[\gamma] = M^{-1}\,T\,I$

Factor g: $[g] = 1$

15.68.4. Unidad SI

Coeficiente giromagnético $\boxed{C/kg} = A \cdot m^2/(J \cdot s)$

Factor g: $\boxed{1}$

15.68.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

uee = UCGS de Gauss del coeficiente giromagnético =

$= 3{,}335\,64 \cdot 10^{-7}$ USI $\approx (1/3) \cdot 10^{-6}$ USI

15.68.6. Constantes y valores concretos

Coeficiente giromagnético del protón:

$$\gamma_p = 2{,}675\,221\,3 \cdot 10^8\ A\,m^2/(J\,s)$$

Factor giromagnético del electrón (libre):

$$g_e = 2{,}002\,319\,304\,4$$

15.69. FRECUENCIA ANGULAR DE LARMOR ω_L

15.69.1. Observaciones y definición

Al aplicar un campo magnético al electrón en el átomo, se produce una precesión, cuya frecuencia angular se denomina «de Larmor». La def inición se da mediante la fórmula.

15.69.2. Fórmulas

La *frecuencia angular* o *frecuencia circular de Larmor* es:

$$\omega_L = B\frac{e}{2m_e}$$

(e = carga elemental; m_e = masa del electrón; B = campo de inducción magnética).

La correspondiente frecuencia es

$$\upsilon_L = \frac{\omega_L}{2\pi} \qquad \frac{e}{4\pi m_e} B$$

que recibe el nombre de *frecuencia de precesión de Larmor*. (También se produce de forma análoga la frecuencia angular de precesión de un núcleo).

15.69.3. Dimensiones

$$[\omega_L] = \mathrm{T}^{-1}$$

15.69.4. Unidad SI

rad/s

15.69.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de velocidad angular.

15.70. FRECUENCIA CICLOTRÓNICA Y FRECUENCIA ANGULAR CICLOTRÓNICA, υ_c, ω_c

15.70.1. Observaciones y definición

Una partícula cargada en un campo magnético uniforme describe e n general una trayectoria helicoidal. Si la velocidad es normal al campo magnético, describe una circunferencia (fundamento del ciclotrón). La frecuencia angular o velocidad angular de este movimiento circular uniforme es la *frecuencia angular ciclotrónica* y la correspondiente frecuencia es la *frecuencia ciclotrónica*.

15.70.2. Fórmulas

Velocidad angular o frecuencia angular ciclotrónica:

$$\omega_c = \frac{qB}{m}$$

Frecuencia ciclotrónica

$$\upsilon_c = \frac{\omega_c}{2\pi} \equiv \frac{qB}{2\pi m}$$

(q = carga de la partícula; m = masa de la partícula; B = campo de inducción magnética).

15.70.3. Dimensiones

$$[\omega_c] = \mathrm{T}^{-1}$$

$$[\upsilon_c] = \mathrm{T}^{-1}$$

15.70.4. Unidad SI

Para ω_c rad/s

Para υ_c $\mathrm{s}^{-1} = \mathrm{Hz}$

15.70.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de velocidad angular para ω_c.
Todas las de frecuencia para υ_c.

15.71. CONSTANTE DE ESTRUCTURA FINA

15.71.1. Observaciones y definición

Es una magnitud sin dimensiones que representa la intensidad con que interaccionan (intercambiando fotones virtuales) las partículas cargadas. Desempeña un papel fundamental en la Naturaleza; es una forma de expresar la intensidad de la fuerza electromagnética. El hecho de que su valor numérico sea pequeño indica que la fuerza electromagnética es relativamente poco intensa (mucho más débil es la fuerza gravitatoria, y mucho más intensa es la fuerza «fuerte» o «de color»).

15.71.2. Fórmulas

La fórmula por la que se obtiene es:

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c}$$

(e = carga elmental; ε_0 = permitividad del vacío; c = velocidad de la luz; $\hbar$ = constante barrada de Planck).

15.71.3. Dimensiones

$$[\alpha] = 1$$

15.71.4. Unidad SI

1

15.71.5. Constantes y valores concretos

El valor es:

$$\alpha = \frac{1}{137{,}036} = 7{,}297\ 352\ 5 \cdot 10^{-3}$$

16

FÍSICA NUCLEAR. RADIACIONES

16.1. ACTIVIDAD. RADIACTIVIDAD (de una muestra), *A*

16.1.1. Observaciones y definición

En una muestra dada de una sustancia radiacti va se producen desintegraciones (transiciones nucleares) espontáneas.

Se define la *actividad* (o *radiactividad*) como «el número de transiciones nucleares que ocurren por término medio en un pequeño intervalo de tiempo, dividido por dicho intervalo». Si llamamos N al número de núcleos que existen en la muestra susceptibles de experimentar la desintegración, la actividad será la disminución de este número por unidad de tiempo (cociente de diferenciales).

16.1.2. Fórmulas

Por la definición es:

$$A = -\frac{dN}{dT} \qquad A = \lambda N \qquad A = A_0 e^{-\lambda t}$$

(N = número de núcleos en la muestra que no se han desinte grado todavía; λ = constante de desintegración; t = tiempo; A_o = actividad inicial).

16.1.3. Dimensiones

$$[A] = \mathrm{T}^{-1}$$

16.1.4. Unidad SI

Se toma como unidad una desintegración por segundo. Bastaría considerar el segundo con exponente –1. Pero se ha acordado la denominación « becquerel»:

$$s^{-1} = \boxed{\text{Bq}} \quad \text{(becquerel)}$$

Un Bq indica una desintegración cada segundo.

16.1.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Curie o curio (Ci) = $3{,}7 \cdot 10^{10}$ Bq (exactamente)

16.1.6. Constantes y valores concretos

Actividad de 1 kg de Uranio 238: $A = 1{,}232 \cdot 10^{7}$ Bq
Actividad de 1 mol de Uranio 238: $A = 2{,}933 \cdot 10^{6}$ Bq
Actividad de 1 mol de Radio 226: $A = 8{,}165 \cdot 10^{10}$ Bq

16.2 ACTIVIDAD MÁSICA, *a*

16.2.1. Observaciones y definición

«Es la actividad que presenta la unidad de masa». Se obtiene como cociente entre la actividad y la masa de la muestra. Anteriormente se denominaba «concentración radiactiva».

16.2.2. Fórmulas

$$a = \frac{dA}{dm}$$

(A = actividad; m = masa).

16.2.3. Dimensiones

$$[a] = \mathrm{M}^{-1}\ \mathrm{T}^{-1}$$

16.2.4. Unidad SI

$\boxed{\text{Bq/kg}}$ (becquerel por kilogramo)

16.2.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Bq/g = 10^3 USI
Ci/kg = 3,7 $\cdot 10^{10}$ USI (exactamente)
Ci/g = 3,7 $\cdot 10^{13}$ USI (exactamente)
Bq/ libra = Bq/lb = 2,204 623 USI
Ci/libra = Ci/lb = 8,157 104 $\cdot 10^{10}$ USI

16.2.6. Constantes y valores concretos

Actividad másica del ^{238}U : $a = 1{,}232 \cdot 10^7$ Bq/kg
Actividad másica del ^{226}Ra: $a = 3{,}612 \cdot 10^{11}$ Bq/kg

16.3. CONSTANTE DE DESINTEGRACIÓN (de un nucleido para una determinada transición nuclear), λ

16.3.1. Observaciones y definición

Representa «la probabilidad de que (para una determinada transición nuclear) un núcleo decaiga (se desintegre) por unidad de tiempo».

Es imposible saber cuándo se desintegrará un núcleo concreto, pero en una muestra (en la que hay un número enormemente grande de núcleos, N, sí se puede afirmar que el número de desintegraciones que se producen por unidad de tiempo (actividad) es proporcional al número de núcleos presentes. La constante de proporcionalidad es la magnitud λ.

16.3.2. Fórmulas

$$-\frac{dN}{dt} \quad \lambda N \qquad N \quad {}_0 e^{-\lambda t} = N \qquad A = A_0 e^{-\lambda t}$$

(N = número de núcleos en la muestra en el instante t, que no se han desintegrado todavía; la derivada, con signo negativo, representa la actividad, indicando la disminución de núcleos presentes por unidad de tiempo; N_0 = número de núcleos en el instante inicial; A_0 = actividad inicial; A = actividad en el instante t).

16.3.3. Dimensiones

$$[\lambda] = \mathrm{T}^{-1}$$

16.3.4. Unidad SI

s^{-1}

16.3.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de tiempo con exponente –1.

16.3.6. Constantes y valores concretos

Para el ^{238}U : $\lambda = 4{,}870 \cdot 10^{-18}\ s^{-1}$

16.4. PERIODO DE SEMIDESINTEGRACIÓN (de un nucleido para una determinada transición nuclear), $T_{1/2}$, T

16.4.1. Observaciones y definición

«Es el tiempo necesario para que el número de núcleos presentes en la muestra se reduzca a la mitad» (para una determinada forma de desintegración espontánea). A veces de denomina *semivida.*

16.4.2. Fórmulas

$$N = N_0\, e^{-\lambda t} \qquad \frac{1}{2} N_0 = N_0\, e^{-\lambda T} \qquad T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

(N_o = número de núcleos inicialmente; N = número de núcleos en el instante t; λ = constante de desintegración). Si λ es grande, T es pequeño y la sustancia se desintegra rápidamente.

16.4.3. Dimensiones

$$[T] = \mathrm{T}$$

16.4.4. Unidad SI

s

16.4.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de tiempo (sección 9.6.5). Las más usadas para esta magnitud son:

minuto (min) = 60 s (exactamente)
hora (h) = 3 600 s (exactamente)
día (d) = $8{,}64 \cdot 10^{4}$ s (exactamente)
año (a) = $3{,}155\,692\,52 \cdot 10^{7}$ s

16.4.6. Constantes y valores concretos

Periodo de semidesintegración de algunos nucleidos

NUCLEIDO	$T_{1/2}$
^{232} Th	$1{,}3 \cdot 10^{10}$ a = $4{,}103 \cdot 10^{17}$ s
^{238} U	$4{,}51 \cdot 10^{9}$ a = $1{,}423 \cdot 10^{17}$ s
^{14} C	5 730 a = $1{,}808\,21 \cdot 10^{11}$ s
^{60} Co	5,26 a = $1{,}660 \cdot 10^{8}$ s
^{32} P	14,3 d = $1{,}236 \cdot 10^{6}$ s
^{13} N	10 min = $6 \cdot 10^{2}$ s
^{212} Po	$3{,}0 \cdot 10^{-7}$ s
neutrón libre	650 s
^{3}H	12,26 a = $3{,}869 \cdot 10^{8}$ s

16.5. VIDA MEDIA (de un nucleido para una determinada transición nuclear), τ

16.5.1. Observaciones y definición

En la desintegración radiactiva, de tipo exponencial, se define la vida media como «el tiempo necesario para que se reduzca en un factor 1/e (es decir, un factor 0,3679; por tanto, es una reducción del 63,21%) el número de núcleos presentes en la muestra (se entiende, núcleos que no se han desintegrado todavía).

Esta magnitud está relacionada, obviamente, con el periodo de semidesintegración y con la constante de desintegración (la vida media es la magnitud inversa de la constante de desintegración).

16.5.2. Fórmulas

$$N = N_0\, e^{-\lambda t} = N_0\, e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad \tau = \frac{1}{\lambda} \quad \frac{1}{\ln 2}\, T_{1/2}$$

(N_o = número de núcleos incialmente; N = número de núcleos en el instante t; λ = constante de desintegración; $T_{1/2}$= periodo de semidesintegración).

16.5.3. Dimensiones

$$[\tau] = \mathrm{T}$$

16.5.4. Unidad SI

s

16.5.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de tiempo (véase sección anterior; 16.4.5)

16.5.6. Constantes y valores concretos

Vida media del ^{238}U: $\tau = 6{,}507 \cdot 10^9$ a $= 2{,}053 \cdot 10^{17}$ s

16.6. ANCHURA DE UN NIVEL, Γ

16.6.1. Observaciones y definición

Se define así: «es el cociente entre la constante barrada de Pla nck y la vida media». Se trata de una ener gía. Según el principio de indeterm inación, cuanto más ancho es un intervalo energético menor será el correspondiente intervalo de tiempo . Por ejemplo, un nivel nuclear muy estrecho corresponde a una vida media τ y un periodo de semidesinte gración $T_{1/2}$ grandes (pequeña probabilidad de desintegración).

16.6.2. Fórmulas

De acuerdo con el principio de indeterminación; se tiene

$$\Gamma \tau = \hbar \qquad \Gamma = \frac{\hbar}{\tau} \qquad \hbar \lambda = \frac{\hbar \ln 2}{T_{1/2}}$$

(τ = vida media; $\hbar$ = constante barrada de Planck; λ = constante de desinte gración; $T_{1/2}$ = = periodo de semidesintegración).

16.6.3. Dimensiones

$$[\Gamma] = L^2 M T^{-2}$$

16.6.4. Unidad SI

J	(joule, julio)

16.6.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de energía (sección 9.15.5)

16.6.6. Constantes y valores concretos

Anchura de nivel para la desintegración de algunos nucleidos (compárese con el periodo de semidesintegración).

Nucleido	Γ (J)	$T_{1/2}$ (s)
^{238}U	$5{,}136 \cdot 10^{-52}$	$1{,}423 \cdot 10^{17}$
^{14}C	$4{,}313 \cdot 10^{-46}$	$1{,}695 \cdot 10^{11}$
^{212}Po	$2{,}437 \cdot 10^{-28}$	$3 \cdot 10^{-7}$

16.7. DEFECTO DE MASA (Y EXCESO DE MASA) (de un nucleido), B, Δ

16.7.1. Observaciones y definición

La masa de un núcleo estable (o radiacti vo, en general) es menor que la suma de las masas de los nucleones que lo forman. Precisamenteesta diferencia o *defecto de masa* es la que da cuenta de la *energía de enlace* que mantiene unidos los nucleones formando el núcleo. Si en v ez de defecto hubi ese *exceso de masa* el núcleo tendería de desinte grarse dejando libres los nucleone s que lo constituyen.

Por tanto, se define el *defecto de masa* de un núcleo como «la diferencia entre la suma de las masas de los nucleones que lo constituyen y la m asa del núcleo» (*exceso de masa* es lo contrario).

16.7.2. Fórmulas

El defecto de masa es:

$$B = Z\, m_p + N\, m_n - m_N$$

(Z = número de protones o número atómico; N = número de neutrones; m_p = masa del protón; m_n = masa del neutrón; m_N = masa del núcleo).

En forma aproximada, se suele despreciar la energía de enlace de los electrones corticales y entonces se sustituyen las masas de los núcleos por las de los átomos:

$$B \cong Z\, m_H + N\, m_n - m_a$$

(m_H = masa del átomo de hidrógeno; m_a = masa del átomo estudiado).

El exceso de masa Δ se define análogamente restando la masa del núcleo de las masas de sus nucleones constituyentes.

16.7.3. Dimensiones

$$[B] = [\Delta] = \mathrm{M}$$

16.7.4. Unidad SI

kg

16.7.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = g = 10^{-3} kg

y todas las de masa (9.12.5) Hay que advertir que como el defecto de masa indica la energía de enlace, además de las unidades de masa se acostumbra a emplear unidades de energía ($E = mc^2$), y en particular el MeV, teniendo en cuenta la equivalencia:

$$1\ \mathrm{MeV} = 1{,}602\ 177 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{J} = 1{,}782\ \ 662 \cdot 10^{-30}\ \mathrm{kg}$$

16.7.6. Constantes y valores concretos

Defecto de masa de algunos nucleidos expresado en kg (unidad SI) y en MeV (energía en reposo, $E = mc^2$) (valores aproximados).

Nucleido	*B* (MeV)	*B* (kg)
^{2}H	2,2	$0{,}4 \cdot 10^{-29}$
^{3}He	7,7	$1{,}4 \cdot 10^{-29}$
^{4}He	28,4	$5{,}0 \cdot 10^{-29}$
^{12}C	91,7	$16{,}3 \cdot 10^{-29}$
^{16}O	127,0	$22{,}6 \cdot 10^{-29}$
^{18}O	139,0	$24{,}8 \cdot 10^{-29}$
^{56}Fe	480,5	$85{,}7 \cdot 10^{-29}$
^{238}U	1763,0	$314{,}3 \cdot 10^{-29}$

16.8. DEFECTO DE MASA POR NUCLEÓN (ENERGÍA DE ENLACE OR NUCLEÓN), $\bar{B}$, B_A

16.8.1. Observaciones y definición

El *defecto de masa* corresponde a la energía de enlace de todos los nucleones en el núcleo. Si se divide el defecto de masa de un nucleido por el número de nucleones que contiene (es decir, por el número másico A) se obtiene el defecto de masa que corresponde por término medio a cada nucleón, que indica la energía

de enlace de cada nucleón. La definición es, por tanto: «el cociente entre el defecto de masa y el número másico».

Actualmente se recomienda dejar de utilizar esta magnitud, y usar en cambio la *fracción de enlace* o energía de enlace relativa por nucleón, b (sección 16.11), que es adimensional.

16.8.2. Fórmulas

Por definición:

$$B_A = \frac{B}{A}$$

(B = defecto de masa; A = número másico).

16.8.3. Dimensiones

$$[B_A] = \mathrm{M}$$

16.8.4. Unidad SI

kg	(kg/nucléon)

16.8.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS $= \mathrm{g} = 10^{-3}$ kg

o en unidades de energía:

$\mathrm{MeV} = 1{,}602\,177 \cdot 10^{-13}$ $\qquad$ $\mathrm{J} = 1{,}782\,662 \cdot 10^{-30}$ kg

y todas las unidades de masa o de energía (por nucleón).

16.8.6. Constantes y valores concretos

Defecto de masa por nucléon de algunos nucleidos (valores aproximados).

Nucleido	B_A (MeV/nucleón)	B_A (J/nucleón)	B_A (kg/nucleón)
^{2}H	1,1	$1{,}8 \cdot 10^{-13}$	$2{,}0 \cdot 10^{-30}$
^{3}He	2,5	$4{,}0 \cdot 10^{-13}$	$4{,}5 \cdot 10^{-30}$
^{4}He	7,1	$11{,}3 \cdot 10^{-13}$	$12{,}7 \cdot 10^{-30}$
^{12}C	7,6	$12{,}2 \cdot 10^{-13}$	$13{,}5 \cdot 10^{-30}$
^{56}Fe	8,6	$13{,}8 \cdot 10^{-13}$	$15{,}3 \cdot 10^{-30}$
^{238}U	7,4	$11{,}8 \cdot 10^{-13}$	$13{,}2 \cdot 10^{-30}$

16.9. CONSTANTE DE MASA ATÓMICA (UNIFICADA), m_u

16.9.1. Observaciones y definición

«Es la doceava parte de la masa en reposo de un átomo neutro de ^{12}C en su estado fundamental». Resulta un poco menor que la masa de un protón (como es obvio, debido al defecto de masa del ^{12}C).

16.9.2. Fórmulas

$$m_u = \frac{1}{12} \quad (\text{átomo } ^{12}C)$$

16.9.3. Dimensiones

$$[\, m_u \,] = \mathrm{M}$$

16.9.4. Unidad SI

kg

16.9.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de masa.

16.9.6. Constantes y valores concretos

$m_u = 1\ \mathrm{u} = 1{,}660\ 538\ 73 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$

(u es una unidad de masa, que se denomina «unidad de masa atómica unificada, y que equivale a $1{,}660\ 538\ 73 \cdot 10^{-27}$ kg).

16.10. DEFECTO DE MASA RELATIVO (Y EXCESO DE MASA RELATIVO), B_r, Δ_r

16.10.1. Observaciones y definición

Para un nucleido, el defecto de masa relativo «es el cociente entre el defecto (o exceso) de masa y la constante de masa atómica m_a».

16.10.2. Fórmulas

$$B_r = \frac{B}{m_u} \qquad \Delta_r = \frac{\Delta}{m_u}$$

(B = defecto de masa; Δ = exceso de masa).

16.10.3. Dimensiones

$$[B_r] = [\Delta_r] = 1$$

16.10.4. Unidad SI

1

16.10.5. Constantes y valores concretos

Defecto de masa relativo de algunos nucleidos (valores aproximados):

Nucleido	B_r
^{2}H	$2{,}3 \cdot 10^{-3}$
^{3}He	$8{,}2 \cdot 10^{-3}$
^{4}He	$30{,}5 \cdot 10^{-3}$
^{12}C	$98{,}4 \cdot 10^{-3}$
^{16}O	$136{,}3 \cdot 10^{-3}$
^{18}O	$149{,}2 \cdot 10^{-3}$
^{56}Fe	$515{,}8 \cdot 10^{-3}$
^{238}U	$1892{,}4 \cdot 10^{-3}$

16.11. FRACCIÓN DE ENLACE (ENERGÍA DE ENLACE RELATIVA POR NUCLEÓN), *b* (Y FRACCIÓN DE EMPAQUETAMIENTO, *f*)

16.11.1. Observaciones y definición

El defecto de masa da cuenta de la energía de enlace que mantiene unidos los nucleones formando el núcleo. Es interesante considerar la ener gía de enlace que corresponde a un nucleón. Surge así la magnitud *fracción de enlace b*, definida mediante las fórmulas que siguen (y análog amente se define la fracción de empaquetamiento *f* para exceso de masa).

16.11.2. Fórmulas

Fracción de enlace (para defecto de masa):

$$b = \frac{B_r}{A} = \frac{B}{A\, m_u}$$

Fracción de empaquetamiento (para exceso de masa):

$$f = \frac{\Delta_r}{A} = \frac{\Delta}{A\, m_u}$$

(B_r = defecto de masa relati vo; B = defecto de masa; A = número másico o número de nucleones; m_u = constante de masa atómica unif icada; Δ_r = exceso de masa relativo; Δ = exceso de masa).

16.11.3. Dimensiones

$$[b] = [f] = 1$$

16.11.4. Unidad SI

1

16.11.5. Constantes y valores concretos

Nucleido	*b* (aproximado)
^{2}H	$1{,}15 \cdot 10^{-3}$
^{3}He	$2{,}72 \cdot 10^{-3}$
^{4}He	$7{,}62 \cdot 10^{-3}$
^{12}C	$8{,}20 \cdot 10^{-3}$
^{16}O	$8{,}52 \cdot 10^{-3}$
^{18}O	$8{,}29 \cdot 10^{-3}$
^{56}Fe	$9{,}21 \cdot 10^{-3}$
^{238}U	$7{,}95 \cdot 10^{-3}$

Los valores mayores (que indican la mayor estabilidad del núcle o) se dan en la región del Hierro.

16.12. ENERGÍA DE DESINTEGRACIÓN ALFA, Q_α (y ENERGÍA DE DESINTEGRACIÓN ALFA DEL ESTADO FUNDAMENTAL, $Q_{\alpha,o}$)

16.12.1. Observaciones y definición

En la emisión espontánea de una partícula por un núcleo se libera una energía que, obviamente, es igual a la diferencia entre la ener gía en rep oso ($m_o c^2$) que posee el núcleo primitivo antes de la desintegración y la suma de las energías en reposo que poseen los productos del proceso nuclear (productos que han de ser: una partícula α y el núcleo residual, considerando además la posibilidad de que dicho núcleo pueda quedar excitado y emita posteriormente una o varias partículas gamma). Esta energía se reparte en forma de ener gía cinética entre los productos de reacción.

Según esto, se define *la energía de desinte gración alfa*, Q_α, como «la suma de la ener gía cinética de la partícula emitida y la del átomo d e retroceso, en el

sistema de referencia en el que el núcleo emisor estaba en reposo antes de desintegrarse».

La *energía de desintegración alfa del estado fundamental* se define como la anterior, pero incluyendo la energía de los fotones emitidos por el núcleo residual, si quedó excitado, al pasar al estado fundamental.

16.12.2. Fórmulas

$$Q_\alpha = E_\alpha + E_N \qquad Q_{\alpha,o} = E_\alpha + E^*_N + E_\gamma$$

(E_α = energía cinética de la partícula alfa; E_N = energía cinética del átomo de retroceso; E^*_N = id., quedando el núcleo excitado; E_γ = energía del fotón o fotones emitidos al pasar el núcleo residual del estado excitado al estado fundamental).

16.12.3. Dimensiones

$$[Q_\alpha] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-2}$$

16.12.4. Unidad SI

J	(Joule, julio)

16.12.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = erg = 10^{-7} J
eV = 1,602 177 · 10^{-19} J
MeV = 1,602 177 ·10^{-13} J
cal = 1,184 J

16.12.6. Constantes y valores concretos

Energía de desintegración y periodo del semidesintegración (a mayor Q_α, menor periodo: ley de Geiger–Nuttall):

Nucleido	Q_α (MeV)	T
^{232}Th	4,05	1,3 ·10^{10} a = 4,1· 10^{17} s
^{212}Po	8,95	3,0 ·10^{-7}s

16.13. ENERGÍA DE DESINTEGRACIÓN BETA, Q_β (Y ENERGÍA DE DESINTEGRACIÓN BETA DEL ESTADO FUNDAMENTAL, $Q_{\beta,o}$)

16.13.1. Observaciones y definición

En la desintegración beta (emisión espontánea de un electrón, negativo o positivo, por un núcleo) se libera una energía que, obviamente, es igual a la dife-

rencia entre la energía en reposo ($m_o c^2$) que posee el núcleo primitivo antes de la desintegración y
la suma de las energías en reposo que poseen los productos del proceso nuclear (productos que han de ser: un electrón, un núcleo residual y un neutrino, este último sin masa apreciable, considerando además la posibilidad de que el núcleo pueda quedar excitado y emita, posteriormente, una o varias partículas gamma). Esta energía se reparte, en forma de energía cinética, entre todos los productos del proceso nuclear.

Según esto, se define la *energía de desintegración beta*, Q_β, como «la suma de la energía cinética máxima de la partícula beta, E_β, y la energía cinética del átomo de retroceso, en el sistema de referencia en el que el núcleo emisor estaba en reposo antes de desintegrarse». (En esta definición se considera la máxima energía cinética de la partícula beta emitida, y por tanto la emisión de un neutrino de energía nula o despreciable.) Si se emite un electrón positivo, hay que añadir a la suma mencionada en la anterior definición, la energía de producción de un par de electrones.

La *energía de desintegración beta del estado fundamental*, $Q_{\beta,o}$, incluye también la energía de los fotones emitidos después de la desintegración, si se emiten.

16.13.2. Fórmulas

$$Q_\beta = E_\beta + E_N \qquad Q_{\beta,o} = E_\beta + E^*_N + E_\gamma$$

$$Q_\beta = E'_\beta + E_\nu + E_N$$

(E_β = energía cinética máxima de la partícula; E'_β = energía cinética de la partícula beta en una desintegración, en general; E_N = energía cinética del átomo de retroceso; E^*_N = id cuando el núcleo queda excitado; E_υ = energía del neutrino; E_γ = energía de los fotones emitidos).

16.13.3. Dimensiones

$$[Q_\beta] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}\;\;\mathrm{T}^{-2}$$

16.13.4. Unidad SI

J	(Joule, julio)

16.13.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = erg = 10^{-7} J
eV = 1,602 177 · 10^{-19} J
MeV = 1,602 177 ·10^{-13} J = 1,782 662 · 10^{-30} kg
cal = 4,184 J

16.13.6. Constantes y valores concretos

Energía de desintegración beta del nucleido ^{13}N:

$$Q_\beta \cong 1{,}2 \quad \text{MeV} = 1{,}9 \cdot 10^{-13}\ \text{J}$$

16.14. ENERGÍA (CINÉTICA) MÁXIMA DE LA PARTÍCULA BETA, E_β

16.14.1. Observaciones y definición

«Es el extremo superior del espectro energético de un proceso de desintegración beta». Se entiende que es la ener gía cinética que posee el electrón (o positrón) emitido en el caso más favorable, es decir, cuando la energía que se lleva el antineutrino (o el neutrino) es nula o despreciable.

16.14.2. Fórmulas

(electrón no relativista) $\quad E_\beta = \dfrac{1}{2}\, m_o\, v^2$

(electrón relativista) $\quad E_\beta = (m - m_o)\, c^2$

(m_o = masa del electrón en reposo; v = velocidad máxima del electrón emitido; m = masa relativista del electrón que se mueve con velocidad v; c = velocidad de la luz en el vacío).

16.14.3. Dimensiones

$$[E_\beta] = \text{L}^2\ \text{M}\ \text{T}^{-2}$$

16.14.4. Unidad SI

J	(Joule, julio)

16.14.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = erg = 10^{-7} J
eV = 1,602 177 $\cdot$ 10^{-19} J
MeV = 1,602 177 $\cdot$ 10^{-13} J
cal = 4,184 J

y todas las unidades de energía.

16.14.6. Constantes y valores concretos

Energía máxima del positrón en la desintegración del nitrógeno 13:

$$^{13}\mathrm{N} = {}^{13}\mathrm{C} + \mathrm{e}^{+} + \nu_{\mathrm{e}}$$

$$E_{\beta} \cong 1{,}2 \text{ MeV} = 1{,}9 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

16.15. RAZÓN DE CONVERSIÓN INTERNA, α (Y FRACCIÓN DE CONVERSIÓN INTERNA, $\alpha/(\alpha + 1)$)

16.15.1. Observaciones y definición

Cuando un átomo experimenta el proceso de conversión interna, una partícula (un fotón) procedente del núcleo interacciona con un electrón cortical de la capa K (o de las otras capas, L, M...) de manera que el fotón desaparece y su energía se emplea en arrancar del átomo el electrón y comunicarle energía cinética.

Se define la *razón de conversión interna*, para una transición entre dos determinados estados energéticos, como «el cociente entre el número de electrones de conversión interna y el de fotones emitidos».

Análogamente, se define la *fracción de conversión interna* como el cociente entre la razón α y el binomio $\alpha + 1$.

16.15.2. Fórmulas

(Razón) $$\alpha = \frac{N_e}{N_\gamma}$$

(fracción) $$\alpha/(\alpha + 1)$$

(N_e = número de electrones emitidos en procesos de conversión interna; N_γ = número de partículas γ emitidas (fotones) en procesos de transición entre los mismos estados energéticos del núcleo).

Puede estudiarse la conversión interna para cada capa, K, L, M,... y se definen respectivamente α_K, α_L, α_M, ... y también las relaciones entre ellas, α_K/α_L, α_K/α_M ...

16.15.3. Dimensiones

$$[\alpha] = 1$$

16.15.4. Unidad SI

1

16.16. NÚMERO CUÁNTICO DE ESPÍN NUCLEAR, *I, J*

16.16.1. Observaciones y definición

El núcleo posee un momento cinético de espín (y también cada una de sus partículas), que depende de un número cuántico I, de la misma forma que los electrones en la corteza atómica.

16.16.2. Fórmulas

El momento cinético del núcleo (o de una de sus partículas) viene dado por

$$L = \sqrt{I\,(I+1)}\,\hbar$$

donde I es el número cuántico de espín nuclear (o simplemente el espín nuclear) ($\hbar$ = constante barrada de Planck).

El momento cinético total de un átomo completo es la suma vectorial de los momentos cinéticos orbitales y de espín de los electrones corticales y del núcleo, que resultan ser del mismo orden de magnitud. Sin embargo, los momentos magnéticos nucleares son de un orden muy inferior a los momentos magnéticos de los electrones corticales.

16.16.3. Dimensiones

$$[I] = 1$$

16.16.4. Unidad SI

1

16.17. ENERGÍA DE REACCIÓN (NUCLEAR), *Q*

16.17.1. Observaciones y definición

En una reacción nuclear, la suma de las masas en reposo de las partículas reaccionantes y de los productos de reacción es diferente. Esta diferencia es la que determina la energía que se pone en juego en el proceso. Si es mayor la masa de las partículas reaccionantes que la de los productos, habrá desprendimiento de energía, y si es al contrario habrá absorción (energía de reacción positiva y negativa, respectivamente). Esta energía se manifiesta como energía cinética de las partículas o energía de los fotones («energía fotónica», $E_\gamma = h\,\upsilon$).

Se define la *energía de reacción Q* como «la diferencia entre la suma de las energías cinética y fotónica de los productos de reacción y la suma de las energías cinética y fotónica de las partículas reaccionantes»:

16.17.2. Fórmulas

$$Q = \sum E_2 - \sum E_1$$

Reacción exotérmica: $Q > 0$; (se desprende energía)
Reacción endotérmica: $Q < 0$; (se absorbe energía)

($\sum E_2$ = suma de las ener gías cinética y fotónica de los productos de reacción; $\sum E_1$ = suma de las ener gías cinética y fotónica de las partículas re accionantes).

16.17.3. Dimensiones

$$[Q] = \mathrm{L}^2\ \mathrm{M}\ \mathrm{T}^{-2}$$

16.17.4. Unidad SI

J (joule o julio)

16.17.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = erg $= 10^{-7}$ J
eV = 1,602 177 $\cdot 10^{-19}$ J
MeV = 1,602 177 $\cdot 10^{-13}$ J
cal = 4,184 J

y todas las de energía.

16.17.6. Constantes y valores concretos

Energía de la reacción $^{12}\mathrm{C} + {}^{3}\mathrm{He} = {}^{11}\mathrm{C} + {}^{4}\mathrm{He}$

$$Q = 1{,}856\ \mathrm{MeV} = 2{,}974 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{J}$$

Energía que se produce en la fisión completa de 1 kg de ^{235}U:

$$Q \cong 10^{14}\ \mathrm{J}$$

(esta ener gía equi vale al calor de comb ustión de 3 000 tonelada s de carbón medio).

16.18. ENERGÍA DE RESONANCIA (en una reacción nuclear), E_r, E_{res}

16.18.1. Observaciones y definición

Es «la energía cinética de la partícula incidente que, expresada en el sistema de referencia de la partícula-blanco, corresponde a una resonancia de la reacción nuclear entre ambas».

16.18.2. Fórmulas

$$E_r,\ E_{res}$$

16.18.3. Dimensiones

$$[E_r] = \mathrm{L}^2\ \mathrm{M}\ \mathrm{T}^{-2}$$

16.18.4. Unidad SI

J (joule o julio)

16.18.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = erg $= 10^{-7}$ J
eV = 1,602 177 $\cdot 10^{-19}$ J
MeV = 1,602 177 $\cdot 10^{-13}$ J
cal = 4,184 J

y todas las de energía.

16.19. FLUENCIA DE PARTÍCULAS (FLUENCIA DE UNA CLASE DE PARTÍCULAS), Φ

16.19.1. Observaciones y definición

Cuando se considera un haz de partículas determinadas (protones , electrones, partículas ^{4}He, ^{3}He, etc.) interesa muchas veces considerar el número de partículas del haz que atraviesan la unidad de superficie (sin hacer intervenir el tiempo).

Así se define la *fluencia de partículas* en un punto del espacio como «el número de partículas que entran en una pequeña esfera centrada en el punto dado (en un intervalo de tiempo dado cualquiera) dividido por el área del círculo máximo de dicha esfera».

16.19.2. Fórmulas

$$\Phi = \frac{N}{\Delta S}$$

(N = número de partículas; ΔS = área del pequeño círculo).

16.19.3. Dimensiones

$$[\Phi] = L^{-2}$$

16.19.4. Unidad SI

$\boxed{m^{-2}}$ (partículas / metro cuadrado)

16.19.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = $cm^{-2} = 10^4$ USI

y todas las de longitud con exponente –2.

16.20. FLUJO DE PARTÍCULAS (FLUJO DE UNA CLASE DE PARTÍCULAS), *F (Φ)*

16.20.1. Observaciones y definición

En un haz de partículas interesa a menudo estudiar el número de partículas que pasan por una sección del haz en la unidad de tiempo. Se puede definir el flujo como «el número de partículas que atraviesan la sección del haz en la unidad de tiempo». Para una fuente de neutrones el *flujo neutrónico* es «el número de neutrones que salen de la fuente en la unidad de tiempo (sin hacer referencia a la sección, en este caso)».

(Actualmente se recomienda usar la fluencia y tasa de fluencia de partículas, mejor que el flujo).

16.20.2. Fórmulas

Por definición es:

$$F = \frac{dN}{dt}$$

(N = número de partículas; t = tiempo).

16.20.3. Dimensiones

$$[F] = T^{-1}$$

16.20.4. Unidad SI

s^{-1} (partículas por segundo)

16.20.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de tiempo con exponente –1.

16.21. TASA DE FLUENCIA DE PARTÍCULAS (O DENSIDAD DE FLUJO DE PARTÍCULAS) (Y SUS FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN), φ

16.21.1. Observaciones y definición

La palabra «tasa» se emplea en esta y otras ocasiones como concepto de rapidez, es decir, de derivada respecto al tiempo. De manera que la t asa de fluencia representa la fluencia por unidad de tiempo.

La definición de *tasa de fluencia* es así: «número de partículas (en un haz de protones, o de electrones, o de α, ...) que entran en una pequeña esfera centrada en un punto dado, en un pequeño intervalo de tiempo dado, dividido por el área de un círculo máximo de dicha esfera y por el citado intervalo de tiempo».

También se designa a v eces como «densidad de flujo de partícula s» (siendo entonces el flujo de partículas, el número de ellas por unidad de tiempo).

Mediante las fórmulas se definen las funciones de distribución.

16.21.2. Fórmulas

$$\varphi = \frac{d\Phi}{dt} \qquad \varphi = \frac{1}{\Delta S}\ \frac{dN}{dt}$$

(Φ = fluencia de las partículas dadas; t = tiempo; ΔS = área de un pequeño círculo; N = número de partículas).

Las funciones de distribución se definen así:

$$\varphi = \int \varphi_v\, dv \qquad \varphi = \int \varphi_E\, dE$$

$$\varphi_v = \frac{d\varphi}{dv} \qquad \varphi_E = \frac{d\varphi}{dE}$$

(φ_v = tasa de fluencia para partículas de v elocidad v; φ_E = tasa de fluencia para partículas de energía E) (más rigurosamente, para intervalos dados infinitesimales dv, y dE).

16.21.3. Dimensiones

$$[\varphi] = L^{-2}\,T^{-1}$$

16.21.4. Unidad SI

$\boxed{m^{-2}\ s^{-1}}$ (partículas/ $(m^2 \cdot s)$)

16.21.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$UCGS = cm^{-2}\,s^{-1} = 10^4$ USI

y todos los productos de unidades de superf icie y tiempo con lo s exponentes dados.

16.21.6. Constantes y valores concretos

Tasa de fluencia de partículas car gadas que inciden sobre la su perficie de la Tierra al nivel del mar (por los rayos cósmicos):

$\varphi = 200\ m^{-2}\ s^{-1}$ (partículas cargadas por metro cuadrado y segundo)

Id. para los neutrinos (procedentes del Sol principalmente):

$\varphi_\nu = 6 \cdot 10^{14}\ m^{-2}\ s^{-1}$ (neutrinos por metro cuadrado y segundo)

16.22. FLUENCIA ENERGÉTICA, Ψ

16.22.1. Observaciones y definición

Es una magnitud útil en el estudio de la energía de haces de partículas. Se define así: «en un punto del espacio, es la suma de todas las ener gías, excepto las de masa en reposo, de todas las partículas que entran en una pequeña esfera centrada en ese punto (en un intervalo de tiempo dado), dividida por el área del círculo máximo de dicha esfera».

16.22.2. Fórmulas

$$\Psi = \frac{\sum E_i}{\Delta S}$$

($\sum E_i$ = energía total de las partículas, excepto la de masa en reposo; ΔS = área del pequeño círculo máximo).

16.22.3. Dimensiones

$$[\Psi] = \mathrm{M\,T^{-2}}$$

16.22.4. Unidad SI

$\mathrm{kg \cdot s^{-2}} =$ $\boxed{\mathrm{J/m^2}}$ (julios por metro cuadrado)

16.22.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = $\mathrm{erg/cm^2} = 10^{-3}$ USI

y cualquier cociente entre una unidad de energía y una de superficie.

16.23. FLUJO DE ENERGÍA (O FLUJO ENERGÉTICO O POTENCIA) (de un haz de partículas), *P*

16.23.1. Observaciones y definición

Es útil, especialmente, en el estudio de la ener gía que transport an los haces de partículas. Se puede definir como «la energía total (excepto la de masa en reposo) que transportan las partículas que atraviesan una sección del haz en la unidad de tiempo», o bien «la potencia transportada por las partícu las a tra vés de una sección».

16.23.2. Fórmulas

El flujo de energía es:

$$P = \frac{dE}{dt}$$

(E = energía de las partículas; t = tiempo).

16.23.3. Dimensiones

$$[P] = \mathrm{L^2\,M\,T^{-3}}$$

16.23.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{W}}$ (watt, vatio)

16.23.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = $\mathrm{erg/s} = 10^{-7}$ W

y todas las de potencia.

16.24. TASA DE FLUENCIA ENERGÉTICA (O DENSIDAD DE FLUJO DE ENERGÍA), ψ

16.24.1. Observaciones y definición

«Tasa» representa la rapidez, es decir, la derivada respecto al tiempo. Por tanto, la definición de *tasa de fluencia energética* es: «fluencia energética dividida por el intervalo de tiempo» (cociente de diferenciales).

También se puede designar como *densidad de flujo de energía* (flujo de energía por unidad de superficie).

16.24.2. Fórmulas

$$\psi = \frac{d\Psi}{dt} \qquad\qquad \psi = \frac{dP}{dS}$$

(Ψ = fluencia energética; t = tiempo; P = potencia o flujo de energía; S = superficie).

16.24.3. Dimensiones

$$[\psi] = \mathrm{M\,T^{-3}}$$

16.24.4. Unidad SI

$$\mathrm{kg\ s^{-3}} = \mathrm{J/(s\ m^2)} = \boxed{\mathrm{W/m^2}}$$ (watt/metro cuadrado)

16.24.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$\mathrm{UCGS} = \mathrm{erg/(s{\cdot}cm^2)} = 10^{-3}$ USI

y cualquier cociente entre una unidad de potencia y una de superficie.

16.25. SECCIÓN EFICAZ, σ

16.25.1. Observaciones y definición

Es una magnitud útil para indicar la probabilidad de una reacción nuclear.

La denominación *sección eficaz* fue dada inicialmente al imaginar que la probabilidad de interacción se relaciona con el tamaño de la sección de los núcleos-blanco.

La definición aceptada es: «Para un blanco y reacción dados o para un proceso producido por partículas incidentes, cargadas o no, de tipo y energía especifi-

cados, la sección eficaz es el cociente entre la probabilidad de la reacción o el proceso y la fluencia de partículas incidentes».

Para cada proceso se puede emplear un subíndice; σ_a, σ_b, ...

16.25.2. Fórmulas

$$\sigma = \frac{P}{\Phi} = \sigma\,\Phi = \sigma\,\frac{N_p}{\Delta S}$$

(P = probabilidad; Φ = fluencia de partículas; N_p = número de partículas incidentes; ΔS = área de un pequeño círculo).

16.25.3. Dimensiones

$$[\sigma] = L^2$$

16.25.4. Unidad SI

$$\boxed{m^2}$$

16.25.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = $cm^2 = 10^{-4}\ m^2$
barn = $10^{-28}\ m^2$

y cualquier unidad de superficie.

16.25.6. Constantes y valores concretos

Al bombardear ^{12}C con partículas ^{3}He de 29 MeV, se produce, entre otras, la reacción:

$$^{12}C + {}^{3}He = {}^{11}C + {}^{4}He$$

con una sección eficaz:

$$\sigma \approx 0{,}015 \text{ barn} = 1{,}5 \cdot 10^{-30}\,m^2$$

16.26. DENSIDAD DE CORRIENTE DE PARTÍCULAS, *J (S)*

16.26.1. Observaciones y definición

En un haz de partículas (protones, neutrones, etc.) se introduce la *densidad de corriente de partículas* como una magnitud vectorial que tiene la dirección y sentido del movimiento de las partículas y que tiene por módulo el número de partículas que atraviesan la unidad de superficie por unidad de tiempo.

La definición es: «magnitud vectorial definida de modo que la integral de su componente normal, extendida a cualquier superficie, es igual al número neto de partículas que atraviesan dicha superficie por unidad de tiempo».

16.26.2. Fórmulas

$$\frac{dN_p}{dt} = \iint_s \vec{J} \cdot d\vec{S} \qquad\qquad J = \frac{d^2N_p}{dt \cdot dS}$$

(N_p = número de partículas; t = tiempo; S = superficie). (En fórmulas en que figure la densidad de corriente eléctrica J, conviene usar el símbolo S para la densidad de corriente de partículas).

La magnitud J está relacionada con sus funciones de distribución. Para un intervalo infinitesimal de velocidad o de energía se tiene (módulos):

$$J = \int J_v \, dv \qquad\qquad J = \int J_E \, dE$$

(J_v = densidad de corriente de partículas dividido por el intervalo de velocidades dado; J_E = densidad de corriente de partículas dividido por el intervalo de energías dado).

16.26.3. Dimensiones

$$[J] = \mathrm{L}^2 \, \mathrm{T}^{-1}$$

16.26.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{m}^{-2} \ \mathrm{s}^{-1}}$ (partículas / ($\mathrm{s} \cdot \mathrm{m}^2$))

16.26.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS $= \mathrm{cm}^{-2} \, \mathrm{s}^{-1} = 10^4$ USI

y todas las de longitud y tiempo con los exponentes dados.

16.27. SECCIÓN EFICAZ TOTAL, σ_T, σ_{tot}

16.27.1. Observaciones y definición

Si se pueden producir diversos procesos de interacción con diversas probabilidades, puede ser interesante considerar el concepto de sección eficaz total. Se suman todas las secciones eficaces.

La definición es: «para una partícula inciente y una partícula blanco, es la suma de las secciones eficaces de todas las reacciones o procesos que ocurren entre ellas».

En el caso de un haz colimado de partículas,la sección eficaz total corresponde a la sección eficaz de extracción de una partícula del haz.

16.27.2. Fórmulas

$$\sigma_T = \sigma_a + \sigma_b + \ldots \qquad \sigma_T = \frac{P_T}{\Phi}$$

$$P_T = \sigma_T \Phi = \sigma_T \frac{N_p}{\Delta S}$$

(P_T = probabilidad de que se produzca cualquiera de los procesos; σ_a, $\sigma_{b,\ldots}$ = sección eficaz del proceso a, del proceso b, ...; Φ = fluencia de partículas; N_p = número de partículas incidentes; ΔS = área de un pequeño círculo).

16.27.3. Dimensiones

$$[\sigma_T] = \mathrm{L}^2$$

16.27.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{m}^2}$$

16.27.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = $\mathrm{cm}^2 = 10^{-4}\ \mathrm{m}^2$
barn = $10^{-28}\ \mathrm{m}^2$

y todas las unidades de superficie.

16.28. SECCIÓN EFICAZ ANGULAR, σ_Ω

16.28.1. Observaciones y definición

Se refiere a la dirección en que emergen las partículas después de la reacción o proceso nuclear (se llamó inicialmente *sección eficaz elemental* y *sección eficaz diferencial*).

La definición es: «Es la sección eficaz por unidad de ángulo sólido en un proceso con emisión o dispersión de una partícula se gún una direcc ión determinada».

16.28.2. Fórmulas

$$\sigma = \int \sigma_\Omega \, d\Omega \qquad \sigma_\Omega = \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

(σ = sección eficaz; Ω = ángulo sólido).

16.28.3. Dimensiones

$$[\sigma_\Omega] = L^2$$

16.28.4. Unidad SI

$\boxed{m^2 / sr}$ (metro cuadrado/estereorradián)

16.28.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = cm^2 /sr = 10^{-4} USI

barn /sr = 10^{-28} USI

y el cociente, entre cualquier unidad de superficie y el estereorradián.

16.28.6. Constantes y valores concretos

En la reacción $^{12}C + {}^3He = {}^{11}C + {}^4He$, para las partículas α que emergen en dirección $\varphi = 50°$, la sección eficaz angular es:

$$\sigma_\Omega = 0{,}01 \text{ barn/sr} = 10^{-30} \text{ m}^2/\text{sr}$$

16.29. SECCIÓN EFICAZ ESPECTRAL, σ_E

16.29.1. Observaciones y definición

«Es la sección ef icaz por unidad de interv alo de ener gía en un proceso con emisión o dispersión de una partícula con una energía determinada».

16.29.2. Fórmulas

$$\sigma_E = \frac{d\sigma}{dE}$$

(σ = sección eficaz; E = energía).

16.29.3. Dimensiones

$$[\sigma_E] = M^{-1} T^2$$

16.29.4. Unidad SI

$kg^{-1}\ s^2 = \boxed{m^2 / J}$ (metro cuadrado / julio)

16.29.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = cm^2/ erg = 10^3 USI
barn/J = 10^{-28} USI
barn/erg = 10^{-21} USI
barn/eV = 6,241 460 10^{-10} USI
barn/MeV = 6,241 460 10^{-16} USI

y cualquier cociente entre una unidad de superficie y otra de energía.

16.30. SECCIÓN EFICAZ ANGULAR ESPECTRAL, $\sigma_{\Omega,E}$

16.30.1. Observaciones y definición

«Es la sección eficaz por unidad de ángulo sólido y de intervalo de energía, en un proceso con emisión o dispersión de una partícula según una dirección y con una energía determinada».

16.30.2. Fórmulas

$$\sigma = \iint \sigma_{\Omega,E}\, d\Omega\, dE \qquad\qquad \sigma_{\Omega,E} = \frac{d^2\sigma}{d\Omega \cdot dE}$$

16.30.3. Dimensiones

$$[\sigma_{\Omega,E}] = M^{-1}\, T^2$$

16.30.4. Unidad SI

$kg^{-1} \cdot s^2 \cdot sr^{-1} = \boxed{m^2 / (J \cdot sr)}$ (m^2 / julio·estereorradián)

16.30.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = cm^2/ (erg·sr) = 10^3 USI
barn/(J · sr) = 10^{-28} USI
barn/(erg · sr) = 10^{-21} USI
barn/(eV · sr) = 6,241 460 ·10^{-10} USI
barn/(MeV · sr) = 6,241 460 ·10^{-16} USI

16.31. SECCIÓN EFICAZ MACROSCÓPICA, Σ

16.31.1. Observaciones y definición

Se trata de evaluar la probabilidad de interacción con cualquiera de los átomos que están contenidos en la unidad de volumen de un material blanco (para un cierto tipo de interacción).

La definición es: «para un material dado y un cierto tipo de interacción, es la suma de las secciones eficaces de todos los átomos presentes en una unidad de volumen». (Se trata, pues, de una sección eficaz por unidad de volumen).

16.31.2. Fórmulas

$$\Sigma = n_1\sigma_1 + n_2\sigma_2 + \ldots$$

(n_1, n_2 = densidad de partículas blanco de tipos 1, 2 .....; σ_1, σ_2 = sección eficaz de los átomos de tipos 1, 2 ..... para la interacción dada).

Cuando las partículas del material blanco están en reposo, caso muy frecuente, entonces Σ es igual al inverso del recorrido libre medio, l:

$$\Sigma = \frac{1}{l}$$

(l = recorrido libre medio de la partícula incidente en el material blanco).

16.31.3. Dimensiones

$$[\Sigma] = L^{-1}$$

16.31.4. Unidad SI

$$\boxed{m^{-1}}$$

16.31.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = $cm^{-1} = 10^2$ USI
barn/m^3 = 10^{-28} USI
barn/cm^3 = 10^{-22} USI

16.32. SECCIÓN EFICAZ TOTAL MACROSCÓPICA, Σ_T, Σ_{tot}

16.32.1. Observaciones y definición

«Es la suma de las secciones eficaces totales de todos los átomos presentes en una unidad de volumen».

Corresponde al concepto de probabilidad de extracción de una partícula del haz por cualquiera de los procesos posibles al incidir sobre el blanco.

16.32.2. Fórmulas

$$\Sigma = n_1\sigma_{T,1} + n_2\sigma_{T,2} + \ldots$$

(n_1, n_2,... = densidad de partículas blanco de tipo 1, 2....; $\sigma_{T,1}$, $\sigma_{T,2}$,... = sección eficaz total de los átomos de tipo 1, 2 ...).

16.32.3. Dimensiones

$$[\Sigma_T] = L^{-1}$$

16.32.4. Unidad SI

$$\boxed{m^{-1}}$$

16.32.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = $cm^{-1} = 10^2$ USI
barn/m^3 = 10^{-28} USI
barn/cm^3 = 10^{-22} USI

16.33. RECORRIDO LIBRE MEDIO, *l*, λ

16.33.1. Observaciones y definición

Si un haz de partículas incide sobre las partículas de un blanco que se encuentran en reposo, se introduce el concepto de *recorrido libre medio* (distancia media entre dos interacciones). La definición es: «el valor medio de la distancia que recorren las partículas incidentes (de energía dada) entre dos interacciones consecutivas con las partículas del blanco».

Según se deduce de esta definición, el recorrido libre medio resulta el recíproco de la sección eficaz macroscópica (ya que ésta es la suma de las secciones eficaces de todas las partículas blanco presentes por unidad de volumen, para una determinada interacción) (sección 16.31).

16.33.2. Fórmulas

$$\Sigma = \frac{1}{l}$$

(Σ = sección eficaz macroscópica).

16.33.3. Dimensiones

$$[l] = L$$

16.33.4. Unidad SI

$$\boxed{m}$$ (metro)

16.33.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = cm = 10^{-2} m

y cualquier unidad de longitud.

16.34. COEFICIENTE LINEAL DE ATENUACIÓN (de un haz de partículas o de una radiación electromagnética), μ, μ_l

16.34.1. Observaciones y definición

Muchas radiaciones experimentan, al atravesar la materia, atenuación exponencial.

Las radiaciones pueden ser haces de partículas que se desplazan en una dirección dada (partículas alfa, protones, neutrones, electrones, etc.) y también ondas electromagnéticas (que pueden considerarse como «haces de fotones», tales como partículas γ).

Para un haz de partículas, la expresión del coeficiente lineal de atenuación toma como referencia la densidad de corriente de partículas, J (número de partículas que atraviesan la unidad de superficie normal en la unidad de tiempo). Para una onda electromagnética de una determinada frecuencia, la magnitud equivalente a J es la intensidad de la radiación I (energía que atraviesa la unidad de superficie normal en la unidad de tiempo que, obviamente, se relaciona con el número de fotones monocromáticos que atraviesan la unidad de superficie en la unidad de tiempo).

La definición del coeficiente de atenuación μ se da mediante las fórmulas siguientes.

16.34.2. Fórmulas

Sea un haz de partículas que se mueve en la dirección del eje X:

$$-\frac{dJ}{dx} = \mu J \qquad\qquad J = J_0\, e^{-\mu x}$$

o bien una onda o haz de fotones:

$$-\frac{dI}{dx} = \mu I \qquad\qquad I = I_0\, e^{-\mu x}$$

(J = densidad de corriente de partículas; J_0 = id. en el punto origen $x = 0$; I = intensidad de la onda electromagnética; I_0 = id. en el origen $x = 0$).

Puede decirse que se trata de la proporción de fotones o partículas incidentes que desaparecen del haz por unidad de longitud:

$$\mu = \frac{-\Delta N / N}{\Delta x}$$

y desde este punto de vista, el coeficiente μ es igual a la sección eficaz total macroscópica Σ_T (sección 16.32). (N = número de fotones o partículas; ΔN = variación del número de fotones o partículas del haz; Δx = longitud recorrida).

16.34.3. Dimensiones

$$[\mu] = L^{-1}$$

16.34.4. Unidad SI

$$\boxed{m^{-1}}$$

16.34.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = $cm^{-1} = 10^2$ USI

y cualquier unidad de longitud con exponente –1.

16.35. COEFICIENTES DE ATENUACIÓN PARA EFECTO FOTOELÉCTRICO, EFECTO COMPTON Y PRODUCCIÓN DE PARES, μ_{pe}, μ_{co}, μ_{pa}

16.35.1. Observaciones y definición

En una radiación electromagnética, los fotones pueden desaparece r del haz por tres procesos diferentes: el efecto fotoeléctrico (el fotón agota su energía íntegramente al arrancar el electrón del átomo), el efecto Compton (el fotón interacciona con el electrón comunicándole parte de su ener gía como en un choque elástico entre partículas), y la producción de pares (la energía del fotón se agota íntegramente al aparecer dos partículas, de materia y antimateri a, tales como electrón-positrón, protón-antiprotón, neutrón-antineutrón, etc.).

Cada uno de estos procesos presenta una probabilidad que depend e de la energía del fotón (es decir, de la frecuencia de la radiación), y por lo tanto el coeficiente de atenuación μ definido en la sección anterior, presenta tres valores diferentes, funciones de la energía del fotón.

16.35.2. Fórmulas

Para efecto fotoeléctrico

$$I = I_0 \, e^{-\mu_{pe} x}$$

Para efecto Compton

$$I = I_0 \, e^{-\mu_{co} x}$$

Para producción de pares

$$I = I_0 \, e^{-\mu_{pa} x}$$

Total

$$I = I_0 \, e^{-\mu x}$$

$$\mu = \mu_{pe} + \mu_{co} + \mu_{pa}$$

(I = intensidad de la radiación; I_0 = id. en el punto origen $x = 0$; x = coordenada o distancia recorrida por la radiación a partir del origen).

16.35.3. Dimensiones

$$[\mu] = L^{-1}$$

16.35.4. Unidad SI

$$\boxed{m^{-1}}$$

16.35.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$UCGS = cm^{-1} = 10^2$ USI

y cualquier unidad de longitud con exponente –1.

16.36. CAPA DE HEMIRREDUCCIÓN (O LONGITUD DE SEMIATENUACIÓN), $d_{1/2}$, $x_{1/2}$

16.36.1. Observaciones y definición

Para haces de partículas (o radiaciones) que se atenúan exponencialmente, puede considerarse la longitud necesaria para que la densidad de corriente de partículas (o intensidad de la radiación) se reduzca a la mitad. Obviamente es una constante in versamente proporcional al coef iciente de atenu ación (sección 16.34).

La definición general que se adopta es: «capa de hemirredución es el espesor de una sustancia dada que, cuando se interpone en la trayectoria de un haz colimado de una radiación, reduce su densidad de corriente a la mitad».

16.36.2. Fórmulas

Para una atenuación exponencial (en la dirección del eje X):

$$J = J_0\, e^{-\mu x} \qquad \frac{1}{2} J_0 = J_0 e^{-\mu d_{1/2}}$$

$$I = I_0\, e^{-\mu x} \qquad \frac{1}{2} I_0 = I_0 e^{-\mu d_{1/2}}$$

$$d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}$$

(J, I = densidad de corriente de partículas o intensidad de la radiación I_0, J_0 = id en el punto tomado como origen; μ = coeficiente de atenuación).

16.36.3. Dimensiones

$$[d_{1/2}] = \mathrm{L}$$

16.36.4. Unidad SI

m

16.36.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = cm = 10^{-2} USI

y cualquier unidad de longitud.

16.37. COEFICIENTE MÁSICO DE ATENUACIÓN, μ_m

16.37.1. Observaciones y definición

La atenuación de una radiación en un material puede depender , entre otras cosas, de la densidad del mismo, de su densidad atómica, de la concentración de cantidad de sustancia, de la densidad electrónica, de la energía de las partículas, etc. Y es útil en muchos casos definir otros tantos coeficientes de atenuación.

La definición del coeficiente másico de atenuación es: «el coeficiente de atenuación lineal di vidido por la densidad del material». P ara un haz de fotones puede decirse que μ_m representa la proporción de fotones que desaparecen por unidad de longitud y por unidad de densidad del material absorbente.

16.37.2. Fórmulas

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho} \qquad\qquad \mu_m = \frac{-\Delta N / N}{\Delta m / \Delta S}$$

(μ = coeficiente de atenuación lineal; ρ = densidad; N = número de fotones; ΔN = variación del número de fotones; m = masa; ΔS = área).

16.37.3. Dimensiones

$$[\mu_m] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}^{-1}$$

16.37.4. Unidad SI

$\mathrm{m}^2 / \mathrm{kg}$

16.37.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = cm^2 / g = 0,1 USI

y cualquier cociente entre una unidad de superficie y una unidad de masa.

16.38. COEFICIENTE MOLAR DE ATENUACIÓN, μ_c

16.38.1. Observaciones y definición

«Es el coeficiente de atenuación lineal dividido por la concentración de la cantidad de sustancia».

16.38.2. Fórmulas

$$\mu_c = \frac{\mu}{c}$$

(μ = coeficiente de atenuación lineal; c = concentración de la cantidad de sustancia o número de moles por unidad de volumen).

Para un haz de fotones, puede decirse que μ_c representa la proporción de fotones incidentes que desaparecen del haz por unidad de longitud y por unidad de concentración de la cantidad de sustancia del material absorbente:

$$\mu_c = \frac{-\Delta N / N}{\Delta n / \Delta S}$$

(N = número de fotones; ΔN = variación del número de fotones; Δn = cantidad de sustancia; ΔS = área).

16.38.3. Dimensiones

$$[\mu_c] = \mathrm{L}^2 \mathrm{N}^{-1}$$

16.38.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{m}^2/\mathrm{mol}}$$

16.38.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = $\mathrm{cm}^2/\mathrm{mol} = 10^{-4}$ USI

y cualquier unidad de superficie dividida por un mol.

16.39. COEFICIENTE ATÓMICO DE ATENUACIÓN, μ_a, μ_{at}

16.39.1. Observaciones y definición

Se trata de la atenuación que se produce por cada átomo de sust ancia. La definición es: «el coeficiente de atenuación lineal dividido por la densidad atómica de la sustancia absorbente».

16.39.2. Fórmulas

$$\mu_a = \frac{\mu}{n}$$

(μ = coeficiente de atenuación lineal; n = densidad atómica o número de átomos por unidad de volumen).

Para un haz de fotones, μ_a representa la proporción de fotones incidentes que desaparecen del haz por unidad de longitud y por unidad de densidad atómica:

$$\mu_a = \frac{-\Delta N / N}{N_a / \Delta S}$$

(N = número de fotones; ΔN = variación del número de fotones; N_a = número de átomos del material absorbente; ΔS = área).

16.39.3. Dimensiones

$$[\mu_a] = \mathrm{L}^2$$

16.39.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{m}^2}$$

(podría decirse metro cuadrado por átomo de la sustancia).

16.39.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$\mathrm{UCGS} = \mathrm{cm}^2 = 10^{-4}\,\mathrm{m}^2$

y cualquier otra unidad de superficie.

16.40. COEFICIENTE ELECTRÓNICO DE ATENUACIÓN, μ_e

16.40.1. Observaciones y definición

«Es el coeficiente de atenuación lineal dividido por la densidad electrónica de la sustancia». Se trata de la atenuación que se produce por cad a electrón de la sustancia absorbente.

16.40.2. Fórmulas

$$\mu_e = \frac{\mu}{n_e}$$

(μ = coef iciente de atenuación lineal; n_e = densidad electrónica o número de electrones por unidad de volumen de la sustancia).

Para un haz de fotones, μ_e representa la proporción de fotones incidentes que desaparecen por unidad de longitud y por unidad de densidad electrónica:

$$\mu_e = \frac{-\Delta N / N}{N_e / \Delta S}$$

(N = número de fotones; ΔN = variación del número de fotones; N_e = número de electrones; ΔS = área).

16.40.3. Dimensiones

$$[\mu_e] = \mathrm{L}^2$$

16.40.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{m}^2}$$

(podría decirse, metro cuadrado por electrón de la sustancia).

16.40.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$\mathrm{UCGS} = \mathrm{cm}^2 = 10^{-4}\,\mathrm{m}^2$

y cualquier otra unidad de superficie.

16.41. PODER DE FRENADO LINEAL TOTAL (PODER DE FRENADO, PODER FRENANTE), S, S_l

16.41.1. Observaciones y definición

Cuando una partícula cargada atraviesa la materia, va perdiendo energía por las colisiones con los átomos y núcleos, y por radiación. Estas pérdidas dependen de la naturaleza de la partícula y del material atravesado, y también de la energía de la partícula.

La definición del *poder de frenado lineal total* para una partícula cargada de energía dada es: «la energía media perdida por unidad de longitud».

16.41.2. Fórmulas

$$S = -\frac{dE}{dx}$$

(E = energía; x = distancia recorrida).

16.41.3. Dimensiones

$$[S] = \mathrm{L\ M\ T^{-2}}$$

16.41.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{J / m}}$ (julios /metro)

16.41.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = erg/cm = 10^{-5} USI
eV/m = 1,602 177 · 10^{-19} USI
MeV/m = 1,602 177 · 10^{-13} USI
eV/cm = 1,602 177 · 10^{-17} USI
MeV/cm = 1,602 177 · 10^{-11} USI

y cualquier cociente entre una unidad de energía y una unidad de longitud (nótese que son las mismas unidades y dimensiones que las de fuerza).

16.42. PODER DE FRENADO ATÓMICO TOTAL, S_a

16.42.1. Observaciones y definición

Se trata de relacionar el poder de frenado con el número de áto mos existente por unidad de volumen (densidad de átomos, n).

La definición es «el cociente entre el poder de frenado lineal total y la densidad de átomos del material blanco».

16.42.2. Fórmulas

$$S_a = \frac{S}{n}$$

(S = poder de frenado lineal total; n = densidad de átomos o número de átomos por unidad de volumen).

16.42.3. Dimensiones

$$[S_a] = \mathrm{L^4\ M\ \ T^{-2}}$$

16.42.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{J \cdot m^2}}$ (julios metro cuadrado)

(podría decirse julios metro cuadrado/átomo).

16.42.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = erg · cm^2 = 10^{-11} USI
eV m^2 = 1,602 177 10^{-19} USI
eV · cm^2 = 1,602 177 · 10^{-23} USI
MeV · m^2 = 1,602 177 · 10^{-13} USI
MeV · cm^2 = 1,602 177 · 10^{-11} USI

16.43. PODER DE FRENADO MÁSICO TOTAL, S_m

16.43.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre el poder de frenado lineal total y la densidad del material».

También puede usarse el valor relativo o cociente entre el S_m de una sustancia dada y el S_m de una sustancia de referencia.

16.43.2. Fórmulas

$$S_m = \frac{S}{\rho}$$

(S = poder de frenado lineal total; ρ = densidad).

16.43.3. Dimensiones

$$[S_m] = L^4\ T^{-2}$$

16.43.4. Unidad SI

m^4s^{-2} = $\boxed{J{\cdot}m^2/\,kg}$ (julios metro cuadrado por kilogramo)

16.43.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = erg · cm^2 /g = 10^{-8} USI
eV ·m^2 /kg = 1,602 177 · 10^{-19} USI
MeV · m^2 /kg = 1,602 177 · 10^{-13} USI
eV · cm^2 /g = 1,602 177 · 10^{-20} USI
MeV · cm^2 /g = 1,602 177 · 10^{-14} USI

16.44. ALCANCE LINEAL MEDIO, R, R_l

16.44.1. Observaciones y definición

«Es el valor medio de la distancia que penetra un tipo de partí culas, de naturaleza y energía determinadas, en una sustancia dada».

16.44.2. Fórmulas

R = distancia media recorrida

16.44.3. Dimensiones

$$[R] = \mathrm{L}$$

16.44.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{m}} \quad \text{(metro)}$$

16.44.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$\mathrm{UCGS} = \mathrm{cm} = 10^{-2}\,\mathrm{m}$

y cualquier unidad de longitud.

16.45. ALCANCE MÁSICO MEDIO, R_ρ (R_m)

16.45.1. Observaciones y definición

El alcance, obviamente, depende de la densidad de la sustancia at ravesada. Por ello se introduce el alcance *másico medio*, con la siguiente definición: «es el producto del alcance lineal medio por la densidad de la sustancia».

16.45.2. Fórmulas

$$R_\rho = R \cdot \rho$$

(R = alcance lineal medio; ρ = densidad).

16.45.3. Dimensiones

$$[R_\rho] = \mathrm{L}^{-2}\,\mathrm{M}$$

16.45.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{kg/\,m^2}}$$

16.45.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$\mathrm{UCGS} = \mathrm{g/cm^2} = 10\ \mathrm{USI}$

y cualquier cociente entre una unidad de masa y una unidad de superficie (pueden verse las unidades en la sección de densidad superficial).

16.46. IONIZACIÓN LINEAL (producida por una partícula), N_{il}

16.46.1. Observaciones y definición

Al atravesar un material, las partículas cargadas producen ionización de los átomos y moléculas. Y además, los electrones liberados y los iones formados pueden tener energía suficiente para producir ionizaciones secundarias.

La ionizacion lineal es «el número de cargas elementales del mismo signo producidas por una partícula cargada por unidad de longitud (incluidas las cargas producidas en la ionización secundaria)».

16.46.2. Fórmulas

$$N_{il} = \frac{dN_i}{dl}$$

(l = longitud recorrida; N_i = número de cargas elementales del mismo signo producidas; por ejemplo, número de electrones liberados).

16.46.3. Dimensiones

$$[N_{il}] = \mathrm{L}^{-1}$$

16.46.4. Unidad SI

$$\boxed{\mathrm{m}^{-1}}$$

(podría decirse número de cargas elementales producidas por metro).

16.46.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$\mathrm{UCGS} = \mathrm{cm}^{-1} = 10^2\ \mathrm{USI}$

y el recíproco de cualquier unidad de longitud.

16.47. IONIZACIÓN TOTAL (producida por una partícula), N_i

16.47.1. Observaciones y definición

«Es el número de cargas elementales del mismo signo que produce una partícula cargada a lo largo de toda su trayectoria» (incluidas las de la ionización secundaria)».

16.47.2. Fórmulas

$$N_i = \int N_{il}\, dl$$

(l = longitud recorrida; N_{il} = ionización lineal).

16.47.3. Dimensiones

$$[N_i] = 1$$

16.47.4. Unidad SI

1

16.48. MOVILIDAD, μ

16.48.1. Observaciones y definición

Cuando una partícula cargada atraviesa un medio material bajo la acción de un campo eléctrico, está sometida a la fuerza electrostática y también a la fuerza resistente del medio (que puede considerase como un rozamiento viscoso, proporcional a la velocidad). Por ello se considera que alcanza una velocidad constante.

La movilidad de una partícula en un medio material es: «el cociente entre la velocidad media que adquiere una partícula cargada en la dirección del campo eléctrico y el valor de dicho campo».

16.48.2. Fórmulas

En el movimiento estacionario es

$$q\,E = bv \qquad\qquad v = \frac{q}{b}\,E$$

(q = carga de la partícula; E = campo eléctrico; b = constante de resistencia viscosa; v = velocidad). La última fórmula puede escribirse así:

$$v = \mu\,E \qquad\qquad \mu = \frac{v}{E}$$

siendo esta la definición de la movilidad.

16.48.3. Dimensiones

$$[\mu] = \mathrm{M}^{1}\,\mathrm{T}^{-2}\,\mathrm{I}$$

16.48.4. Unidad SI

$$kg^{-1} \cdot s^{-2} \cdot A = \boxed{m^2 / (V \cdot s)} \qquad \text{(metro cuadrado por volt segundo)}$$

16.48.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS de Gauss = $cm^2 / (statvolt \cdot s) = 3{,}335\ 64 \cdot 10^{-7}$ USI

16.49. DENSIDAD IÓNICA, n^+, n^-

16.49.1. Observaciones y definición

Es un caso particular de densidad de partículas, n. La definición es «el número de iones positivos o negativos contenidos en la unidad de volumen».

16.49.2. Fórmulas

$$n^+ = \frac{dN^+}{dV} \qquad\qquad {}^- = \frac{dN^-}{dV}$$

(N^+, N^- = número de iones positivos o negativos; V = volumen).

16.49.3. Dimensiones

$$[n^+] = L^{-3}$$

16.49.4. Unidad SI

$\boxed{m^{-3}}$ (puede decirse iones por metro cúbico)

16.49.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = $cm^{-3} = 10^6$ USI

y el recíproco de cualquier unidad de volumen.

16.50. COEFICIENTE DE RECOMBINACIÓN, α

16.50.1. Observaciones y definición

En un material que contiene iones positivos y negativos se produce un proceso de recombinación, con una rapidez que resulta proporcional a la densidad iónica existente en el medio.

Se llama *coeficiente de recombinación* al coeficiente de proporcionalidad entre la velocidad de recombinación de iones ($-dn^+/dt = -dn^-/dt$) y la densidad iónica.

16.50.2. Fórmulas

$$-\frac{dn^+}{dt} = \alpha n^+$$

(n^+ = densidad iónica de iones positivos; t = tiempo) (de igual manera se define para iones negativos).

16.50.3. Dimensiones

$$[\alpha] = T^{-1}$$

16.50.4. Unidad SI

$$\boxed{s^{-1}}$$

16.50.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = 1 USI

y cualquier unidad de tiempo con exponente –1.

16.51. ENERGÍA IMPARTIDA (Y ENERGÍA IMPARTIDA MEDIA), ε, $(\bar{\varepsilon})$

16.51.1. Observaciones y definición

Se trata de estudiar la irradiación de un material por partículas cargadas o neutras. El material adquiere energía por varios conceptos: por la propia energía que poseen las partículas al penetrar y por la energía que se puede liberar en las reacciones nucleares; pero también puede perder energía por otros dos conceptos: por la energía que se llevan las partículas que salen del material y por la energía absorbida en las reacciones nucleares endotérmicas.

La definición de la *energía impartida* es, por tanto, para un volumen dado de material irradiado, «la suma de energías de todas las partículas directa o indirectamente ionizantes (cargadas o no) que han penetrado en el volumen considerado, menos la suma de energías de las partículas que lo abandonan, más la energía liberada menos la gastada en las reacciones nucleares que se hayan producido».

16.51.2. Fórmulas

Energía impartida

$$\varepsilon = \Delta E$$

(ΔE = energía total ganada por el material en una determinada irradiación).

Energía impartida media

$$\bar{\varepsilon} = \overline{\Delta E}$$

(a veces se llama a esta magnitud *dosis absorbida integral*).

16.51.3. Dimensiones

$$[\varepsilon] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{M}\,\mathrm{T}^{-2}$$

16.51.4. Unidad SI

J	(julio)

16.51.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = erg = 10^{-7} J

y todas las de energía.

16.52. ENERGÍA IMPARTIDA ESPECÍFICA (O MÁSICA), *z*

16.52.1. Observaciones y definición

Para una determinada radiación ionizante que incide sobre un material es «la energía impartida por unidad de masa».

16.52.2. Fórmulas

$$z = \frac{d\varepsilon}{dm} \qquad\qquad \varepsilon = \int z\, dm$$

(ε = energía impartida; m = masa).

16.52.3. Dimensiones

$$[z] = \mathrm{L}^2\,\mathrm{T}^{-2}$$

16.52.4. Unidad SI

$$m^2\ s^{-2} = J / kg = \boxed{Gy} \qquad \text{(gray)}$$

16.52.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

rad = 10^{-2} Gy
mrad = 10^{-5} Gy
UCGS = erg/g = 10^{-4} Gy

16.53. PÉRDIDA MEDIA DE ENERGÍA POR PAR IÓNICO, W_i

16.53.1. Observaciones y definición

Cada par iónico producido implica una pérdida de energía de la partícula que atraviesa el material. Se introduce así el valor medio de esta energía perdida empleada en la formación de cada par de iones.

La definición es: «energía cinética inicial de una partícula cargada dividida por la ionización total producida por dicha partícula». Se trata pues, de dividir la energía de la partícula por el número de pares de iones formados.

16.53.2. Fórmulas

$$W_i = \frac{E_o}{N_i}$$

(E_0 = energía cinética inicial de la partícula; N_i = ionización total producida por dicha partícula, o número de pares de iones producidos).

Se trata aquí del valor medio, como se ha dicho arriba. Hay que hacer notar que la energía empleada en la formación de un par iónico no es la misma al principio que al final de la trayectoria de la partícula, pues depende de su energía cinética. Por ello a veces se emplea la magnitud dE / dN_i, que evidentemente es igual a S_l / N_{il}, y que representa la energía por par iónico en un punto dado del recorrido de la partícula (E = energía cinética, N = número de cargas elementales del mismo signo producidas en la ionización; S_l = poder de frenado lineal total; N_{il} = ionización lineal).

16.53.3. Dimensiones

$$[W_i] = L^2\ M\ T^{-2}$$

16.53.4. Unidad SI

$\boxed{J}$ (puede decirse julios por par iónico)

16.53.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = erg = 10^{-7} J
eV = 1,602 177 · 10^{-19} J
MeV = 1, 602 177 · 10^{-13} J

y cualquier unidad de energía.

16.54. DOSIS ABSORBIDA, *D*

16.54.1. Observaciones y definición

Para una radiación ionizante que incide sobre un material es «l a energía impartida media por unidad de masa».

16.54.2. Fórmulas

$$D = \frac{d\bar{\varepsilon}}{} \qquad\qquad \bar{\varepsilon} = \int D dm$$

($\bar{\varepsilon}$ = energía impartida media; m = masa).

16.54.3. Dimensiones

$$[D] = L^2 T^{-2}$$

16.54.4. Unidad SI

$$m^2 s^{-2} = J / kg = \boxed{Gy} \qquad \text{(gray)}$$

16.54.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

rad = 10^{-2} Gy
UCGS = erg/g = 10^{-4} Gy
mrad = 10^{-5} Gy

16.55. DOSIS EQUIVALENTE, *H*

16.55.1. Observaciones y definición

También recibía el nombre de *dosis fisiológica*. El hecho es que los efectos biológicos o fisiológicos son diferentes para cada tipo de radi ación y cada tipo de tejido. Por ello se introduce la magnitud *dosis equivalente,* que considera una radiación de referencia y un tejido de referencia.

Definición: «es la energía que tendría que comunicar a la unidad de masa de un tejido, en un punto de interés, una radiación de referencia para producir sobre él, el mismo efecto biológico que la dosis absorbida de la radiación que se estudia».

16.55.2. Fórmulas

Caso general:

$$H = Q\ D$$

Caso en que se produzca un efecto específico:

$$H = Q\ N\ D$$

(D = dosis absorbida; Q = factor de calidad o efecto biológico relativo, asignado a cada tipo de radiación; N = factor específico si se produce algún proceso biológico especial especificado).

16.55.3. Dimensiones

$$[H] = \mathrm{L}^2\ \mathrm{T}^{-2}$$

16.55.4. Unidad SI

$$\mathrm{J/kg} = \boxed{\mathrm{Sv}} \qquad \text{(sievert)}$$

16.55.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$\mathrm{rem} = 10^{-2}\ \mathrm{Sv}$

16.56. TASA DE DOSIS ABSORBIDA, $\dot{D}$

16.56.1. Observaciones y definición

El vocablo «tasa» es aquí expresión de la «rapidez» o «velocidad de un proceso» (derivada respecto al tiempo). Tasa de dosis es, por tanto, «la dosis absorbida en la unidad de tiempo».

16.56.2. Fórmulas

$$\dot{D} = \frac{dD}{dt}$$

(D = dosis absorbida; t = tiempo).

16.56.3. Dimensiones

$$[\dot{D}] = L^2\,T^{-3}$$

16.56.4. Unidad SI

$$m^2\,s^{-3} = J/(kg\ s) = W/kg = \boxed{Gy/s}$$ (gray por segundo)

16.56.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

rad/s = 10^{-2} USI
rad/hora = 2,777 778 · 10^{-6} USI
mrad/h = 2,777 778 · 10^{-9} USI
rad/año = 3,168 754 · 10^{-10} USI
mrad/año = 3,168 754 · 10^{-13} USI

16.57. TRANSFERENCIA LINEAL DE ENERGÍA, *L (LET)*

16.57.1. Observaciones y definición

Las partículas cargadas ceden energía al material que atraviesan, en función de la longitud recorrida.

La definición es: «energía cedida localmente al medio por unidad de trayectoria recorrida».

16.57.2. Fórmulas

$$L = \frac{dE}{dl}$$

(E = energía; l = longitud recorrida).

16.57.3. Dimensiones

$$[L] = L\,M\,T^{-2}$$

16.57.4. Unidad SI

$\boxed{J/m}$ (julios/metro)

16.57.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = erg/cm = 10^{-5} USI
eV/m = 1,602 177 · 10^{-19} USI
eV/cm = 1,602 177 · 10^{-17} USI
MeV/m = 1,602 177 · 10^{-13} USI
MeV/cm = 1,602 177 · 10^{-11} USI

y cualquier cociente entre una unidad de energía y una de longitud (nótese que son las mismas unidades y dimensiones que las de fuerza).

16.58. KERMA *(Kinetic Energy Released in Matter)*, *K*

16.58.1. Observaciones y definición

Se define, para un punto determinado de un material que es irradiado con partículas indirectamente ionizantes (no cargadas), como «la energía por unidad de masa que transf ieren las partículas al medio en forma de ener gía cinética con que aparecen las partículas secundarias cargadas».

16.58.2. Fórmulas

$$K = \frac{dE_c}{dm}$$

(E_c = energía cinética de las partículas secundarias cargadas; m = masa).

16.58.3. Dimensiones

$$[K] = L^2\ T^{-2}$$

16.58.4. Unidad SI

$$J/kg = \boxed{Gy} \qquad \text{(gray)}$$

16.58.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

rad = 10^{-2} Gy
UCGS = er/g 10^{-4} Gy
mrad = 10^{-5} Gy

16.59. TASA DE KERMA, $\dot{K}$

16.59.1. Observaciones y definición

«Es el incremento de kerma en la unidad de tiempo».

16.59.2. Fórmulas

$$\dot{K} = \frac{dK}{dt}$$

(K = kerma; t = tiempo).

16.59.3. Dimensiones

$$[\dot{K}] = L^2\ T^{-3}$$

16.59.4. Unidad SI

$$(J/s) / kg = W/kg = \boxed{Gy/s} \qquad \text{(gray por segundo)}$$

16.59.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

rad/s = 10^{-2} USI
rad/hora = 2,777 778 · 10^{-6} USI
mrad/h = 2,777 778 · 10^{-9} USI
rad/año = 3,168 754 · 10^{-10} USI
mrad/año = 3,168 754 · 10^{-13} USI

16.60. COEFICIENTE MÁSICO DE TRANSFERENCIA DE ENERGÍA, K_ψ

16.60.1. Observaciones y definición

«Es el cociente entre tasa de kerma y tasa de fluencia energética». Representa el concepto del k erma que se produce por unidad de fluencia energética del haz de partículas incidentes no cargadas.

16.60.2. Fórmulas

$$K_\psi = \frac{\dot{K}}{\psi}$$

($\dot{K}$ = tasa de kerma; ψ = tasa de fluencia energética).

16.60.3. Dimensiones

$$[K_\psi] = L^2 M^{-1}$$

16.60.4. Unidad SI

$$\boxed{m^2/kg} = \frac{Gy \cdot m^2}{J}$$

16.60.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = cm^2/g = 0,1 USI

y cualquier cociente entre una unidad de superficie y una de masa.

16.61. EXPOSICIÓN, *X*

16.61.1. Observaciones y definición

Esta magnitud recibía el nombre de *dosis ionizante* en aire.

Se trata de la irradiación por rayos X o g amma. Los fotones lib eran electrones en el medio material debido a di versos procesos (son electr ones positivos o negativos).

Para un punto situado en aire y para una determinada radiación electromagnética, la *exposición* se define como «el valor absoluto de la carga total de los iones del mismo signo producidos cuando los electrones (negativos y positivos) liberados por los fotones en la unidad de masa de aire se detienen completamente en este medio».

16.61.2. Fórmulas

$$X = \sum q_i / m$$

($\sum q_i$ = suma de cargas del mismo signo que quedan libres en el material; m = masa).

16.61.3. Dimensiones

$$[X] = M^{-1}\ T\ I$$

16.61.4. Unidad SI

$$kg^{-1}\ A\ \ s\ \ = \boxed{C/kg} \qquad \text{(culombio/kilogramo)}$$

16.61.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

uee = UCGS de Gauss = uee Q/g = $3{,}335\ 64 \cdot 10^{-7}$ USI
R = Röngen = $2{,}58 \cdot 10^{-4}$USI (exactamente)
mR = $2{,}58 \cdot 10^{-7}$ USI (exactamente)
μR = $2{,}58 \cdot 10^{-10}$ USI (exactamente)

16.62. TASA DE EXPOSICIÓN, $\dot{X}$

16.62.1. Observaciones y definición

Se trata de la rapidez o velocidad con que tiene lugar la exposición (derivada respecto al tiempo). Se def ine como «el incremento de la e xposición en la unidad de tiempo».

Esta magnitud se emplea, entre otras cosas, para expresar los índices de radiación natural en diversas zonas.

16.62.2. Fórmulas

Por la definición:

$$\dot{X} = \frac{dX}{dt}$$

Por la exposición de un material debida a una muestra radiactiva (útil en Medicina), es:

$$\dot{X} = \Gamma \frac{A}{r^2}$$

(X = exposición, para una radiación de fotones de rayos X o gama; A = actividad de la muestra; r = distancia a la muestra; Γ = coeficiente que depende de las condiciones geométricas y físicas del proceso).

16.62.3. Dimensiones

$$[\dot{X}] = \mathrm{M}^{-1}\,\mathrm{I}$$

16.62.4. Unidad SI

A/kg = $\boxed{\mathrm{C/(kg \cdot s)}}$ (culombio por segundo y por kilogramo)

16.62.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

uee = UCGS de Gauss = uee Q/ (g ·s) = $3{,}335\ 64 \cdot 10^{-7}$ USI

Röngen/segundo = R/s = $2{,}58 \cdot 10^{-4}$ USI

Röngen/hora = R/h = $7{,}166\ 667 \cdot 10^{-8}$ USI

mR/h = $7{,}166\ 667 \cdot 10^{-11}$ USI

μR/h = $7{,}166\ 667 \cdot 10^{-14}$ USI

16.62.6. Constantes y valores concretos

Radiación natural en algunos lugares; tasa de exposición:

Madrid: $\dot{X} = 12{,}5\ \mu\mathrm{R/h} = 9\ \ 10^{-13}$ USI

Valencia: $\dot{X} = 4\ \mu\mathrm{R/h} = 2{,}9 \cdot 10^{-13}$ USI

16.63. DENSIDAD NEUTRÓNICA, *n*

16.63.1. Observaciones y definición

«Es el número de neutrones libres por unidad de volumen».

16.63.2. Fórmulas

$$n = \frac{N}{V} \qquad n = \int n_v \, dv \qquad n = \int n_E \, dE$$

(N = número de neutrones libres; V = volumen; n_v = número de neutrones libres de velocidad v por unidad de volumen, o función de distribución de velocidades; n_E = número de neutrones libres de energía cinética E por unidad de volumen, o función de distribución de energía; v = velocidad, E = energía cinética).

16.63.3. Dimensiones

$$[n] = \mathrm{L}^{-3}$$

16.63.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{m}^{-3}}$ (neutrones por metro cúbico)

16.63.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = $\mathrm{cm}^{-3} = 10^6$ USI

16.64. RAPIDEZ DEL NEUTRÓN (Y ENERGÍA CINÉTICA DEL NEUTRÓN, *E*), *v*

16.64.1. Observaciones y definición

«Es la velocidad (módulo) del neutrón». Después de una fisión, los neutrones producidos son «rápidos» (energía cinética del orden del MeV). Una vez moderados son «lentos» o «térmicos» (energía del orden de la agitación térmica; menor del eV). Suele ser útil considerar valores medios.

16.64.2. Fórmulas

Módulo de la velocidad

$$v$$

Energía cinética (no relativista)

$$E = \frac{1}{2} mv^2$$

Energía cinética (relativista)

$$E = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

(m = masa en reposo del neutrón; $c \cong 3 \cdot 10^8$ m/s)

16.64.3. Dimensiones

$$[v] = \mathrm{L\ T^{-1}}$$

$$[E] = \mathrm{L^2\ M\ T^{-2}}$$

16.64.4. Unidad SI

Rapidez o velocidad: m/s

Energía cinética: J

16.64.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS de velocidad = cm/s = 10^{-2} USI
UCGS de energía = erg = 10^{-7} USI
eV = 1, 602 177 33 $\cdot 10^{-19}$ J

y todas las unidades de velocidad y de energía.

16.64.6. Constantes y valores concretos

Energía cinética media de los neutrones térmicos (a $T = 20°$ C) : $E = 0{,}0375$ eV = $6 \cdot 10^{-21}$ J

Velocidad media de los neutrones térmicos: $v = 7{,}17 \cdot 10^6$ m/s

16.65. FLUJO NEUTRÓNICO, *F (Φ)*

16.65.1. Observaciones y definición

Para un haz de neutrones, para una fuente de neutrones o en cual quier otro sistema en que haya desplazamiento de neutrones (en reactores nucleares, en ex-

plosiones de estrellas, etc.) interesa definir el flujo neutrónico como «el número de neutrones que penetran, salen o atraviesan por una determinada superficie en la unidad de tiempo».

16.65.2. Fórmulas

Por la definición:

$$F = \frac{dN}{dt}$$

16.65.3. Dimensiones

$$[F] = \mathrm{T}^{-1}$$

16.65.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{s}^{-1}}$ (neutrones por segundo)

16.65.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Cualquier unidad de tiempo con exponente –1.

16.65.6. Constantes y valores concretos

Flujo neutrónico o número de neutrones que se producen en una f uente de Ra-Be. La fuente está formada por una mezcla del radioisótopo ^{226}Ra y el metal estable ^{9}Be, en donde las partículas α reaccionan con el Berilio y se producen neutrones:

$$^{9}\mathrm{Be} + {}^{4}\mathrm{He} = {}^{12}\mathrm{C} + \mathrm{n}$$

Para una fuente cilíndrica de 1 cm de radio y 10 cm de longitud el flujo es:

$$F \cong 10^{6}\ \mathrm{s}^{-1} \qquad \text{(neutrones/segundo)}$$

16.66. FLUENCIA NEUTRÓNICA, Φ

16.66.1. Observaciones y definición

Se trata de la magnitud ya def inida para la fluencia de cualqui er partícula (sección 16.19) que en este caso se refiere a los neutrones.

Fluencia neutrónica en un punto del espacio es «el número de neutrones que penetran en una pequeña esfera centrada en ese punto (en un int ervalo dado de tiempo) dividido por el área de un círculo máximo de dicha esfera».

16.66.2. Fórmulas

Por la definición se tiene:

$$\Phi = \frac{N}{\Delta S}$$

(N = número de neutrones; ΔS = área del pequeño círculo).

16.66.3. Dimensiones

$$[\Phi] = \mathrm{L}^{-2}$$

16.66.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{m}^{-2}}$ (neutrones por metro cuadrado)

16.66.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = $\mathrm{cm}^{-2} = 10^4\ \mathrm{m}^{-2}$

16.67. TASA DE FLUENCIA NEUTRÓNICA (O DENSIDAD DE FLUJO NEUTRÓNICO) Y SUS FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN, φ, φ_E, φ_v

16.67.1. Observaciones y definición

La palabra tasa se emplea como concepto de rapidez (o deri vada respecto al tiempo). La tasa de fluencia neutrónica en un punto del espacio representa el concepto del número de neutrones que penetran en una región por unidad de superficie y tiempo. Se trata de la fluencia neutrónica por unidad de tiempo. La definición es: «el número de neutrones que penetran en una pequeña esfera centrada en el punto dado en la unidad de tiempo di vidido por el área de un círculo máximo de dicha esfera».

16.67.2. Fórmulas

Por la definición

$$\varphi = \frac{d\Phi}{dt} \qquad \frac{1}{\Delta S}\,\frac{dN}{dt}$$

(Φ = fluencia neutrónica; t = tiempo; ΔS = área; N = número de neutrones).

Las funciones de distribución se definen así:

$$\varphi_v = \frac{d\varphi}{dv} \qquad \varphi = \int \varphi_v \, dv \qquad \varphi_E = \frac{d\varphi}{dE} \qquad \varphi = \int \varphi_E \, dE$$

(φ_v, φ_E = tasa de fluencia neutrónica para neutrones de v elocidad v o de energía E, respectivamente) (más riguroso es indicar interv alos infinitesimales dv, dE).

16.67.3. Dimensiones

$$[\varphi] = L^{-2} T^{-1}$$

16.67.4. Unidad SI

$\boxed{m^{-2} s^{-1}}$ (neutrones por metro cuadrado y segundo)

16.67.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = $cm^{-2}s^{-1} = 10^4$ USI

16.68. COEFICIENTE DE DIFUSIÓN (PARA LA DENSIDAD NEUTRÓNICA) D, D_n

16.68.1. Observaciones y definición

Se trata de la magnitud que rige el fenómeno de la difusión deneutrones en el interior de un medio material. La definición se da mediante la fórmula.

16.68.2. Fórmulas

$$J_x = D \frac{dn}{dx} \qquad \vec{J} = -D \overrightarrow{\text{grad}}\, n$$

(J_x = componente X de la densidad de corriente neutrónica $\vec{J}$; n = densidad neutrónica). El movimiento de las partículas en la difusión aumenta con el gradiente de su densidad, teniendo el sentido contrario, como es sabido (D depende de la energía de los neutrones).

16.68.3. Dimensiones

$$[D] = L^2 T^{-1}$$

16.68.4. Unidad SI

$\boxed{m^2/s}$ (metro cuadrado /segundo)

16.68.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = $cm^2/s = 10^{-4}$ USI

y cualquier unidad de superficie dividida por cualquier unidad de tiempo.

16.69. COEFICIENTE DE DIFUSIÓN PARA LA TASA DE FLUENCIA NEUTRÓNICA (O PARA LA DENSIDAD DE FLUJO NEUTRÓNICO), D_φ (D)

16.69.1. Observaciones y definición

Puede realizarse otra forma de estudio de la difusión neutrónica en la materia utilizando la tasa de fluencia en lugar de la densidad neutrónica. La definición se da por las fórmulas. Su valor es función de la energía o rapidez de los neutrones.

16.69.2. Fórmulas

$$J_x = D_\varphi \frac{d\varphi}{dx} \qquad \vec{J} = D_\varphi \overrightarrow{\text{grad}}\varphi$$

(J_x = componente X de la densidad de corriente neutrónica $\vec{J}$; φ = tasa de fluencia o densidad de flujo neutrónico).

16.69.3. Dimensiones

$$[D_\varphi] = \text{L}$$

16.69.4. Unidad SI

m	(metro)

16.69.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = cm = 10^{-2}m

y cualquier unidad de longitud (sección 9.1.5).

16.70. DENSIDAD TOTAL DE UNA FUENTE DE NEUTRONES, S

16.70.1. Observaciones y definición

Es «el número de neutrones producidos por unidad de tiempo y por unidad de volumen». También es la «tasa de producción de neutrones por un idad de volumen», o bien el «flujo neutrónico por unidad de volumen».

16.70.2. Fórmulas

$$S = \frac{d^2 N}{dt \cdot dV} = \frac{d\Phi_n}{dV}$$

(N = número de neutrones producidos; t = tiempo; V = volumen; Φ_n = flujo neutrónico o flujo de neutrones).

$$S = \int S_v \, dv \qquad\qquad S = \int S_E \, dE$$

(S_v, SE = densidad total de la fuente para neutrones de v elocidad v o energía cinética E respectivamente o funciones de distribución).

16.70.3. Dimensiones

$$[S] = \mathrm{L}^{-3}\,\mathrm{T}^{-1}$$

16.70.4. Unidad SI

$\boxed{\mathrm{m}^{-3}\ \mathrm{s}^{-1}}$ (neutrones por metro cúbico y segundo)

16.70.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

$\mathrm{UCGS} = \mathrm{cm}^{-3}\,\mathrm{s}^{-1} = 10^6\ \mathrm{USI}$

y el recíproco de cualquier unidad de volumen dividido por cualquier unidad de tiempo.

16.71. DENSIDAD DE MODERACIÓN, *q*

16.71.1. Observaciones y definición

La moderación de neutrones consiste en la disminución de su energía cinética media debido a las interacciones con los átomos del material.

Para neutrones de una energía inicial determinada se define la «densidad de moderación» como «el número de neutrones que, por unidad de volumen y de tiempo, pasan de una energía superior a otra inferior dadas, en el proceso de moderación».

16.71.2. Fórmulas

$$q = \frac{d^2 N_{ij}}{dt \cdot dV}$$

(N_{ij} = número de neutrones que pasan de energía E_i a otra inferior E_j; t = tiempo; V = volumen).

16.71.3. Dimensiones

$$[q] = L^{-3}\,T^{-1}$$

16.71.4. Unidad SI

$\boxed{m^{-3}\,s^{-1}}$ (neutrones por metro cúbico y segundo)

16.71.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

UCGS = $cm^{-3}\,s^{-1} = 10^{6}$ USI

y el cociente entre el recíproco de cualquier unidad de volumen y cualquier unidad de tiempo.

16.72. PROBABILIDAD DE ESCAPE A LA RESONANCIA, *p*

16.72.1. Observaciones y definición

«Es la probabilidad de que un neutrón, al moderarse en un medio infinito, en un intervalo energético donde existen resonancias, rebase el intervalo sin ser absorbido».

16.72.2. Fórmulas

Es una simple probabilidad.

16.72.3. Dimensiones

$$[p] = 1$$

16.72.4. Unidad SI

$\boxed{1}$

16.73. LETARGIA, *u*

16.73.1. Observaciones y definición

Se trata de estudiar cómo va disminuyendo la energía de los neutrones en un proceso de moderación.

«*Letargia* es el logaritmo neperiano del cociente entre una energía grande de referencia E_o (que generalmente es la máxima ener gía o ener gía inicial de los neutrones) y la energía del neutrón E».

16.73.2. Fórmulas

$$u = \ln \frac{E_o}{E}$$

(E = energía cinética del neutrón en un instante dado del procesode moderación; E_o = energía cinética de referencia, que suele ser la energía del neutrón al iniciar su moderación).

16.73.3. Dimensiones

$$[u] = 1$$

16.73.4. Unidad SI

1

16.74. DECREMENTO LOGARÍTMICO MEDIO, ξ

16.74.1. Observaciones y definición

Es el concepto de la disminución del logaritmo neperiano de la energía de los neutrones en las colisiones elásticas. La definición es: «el valor medio del incremento de la letargia en las colisiones elásticas de los neutron es con los núcleos (cuya energía cinética es despreciable comparada con la de los neutrones)».

16.74.2. Fórmulas

$$\xi = < \ln E_1 - \ln E_2 > = < \ln \frac{E_1}{E_2} >$$

(E_1, E_2 = energía cinética del neutrón antes y después de la colisión; <> indica valor medio).

16.74.3. Dimensiones

$$[\xi] = 1$$

16.74.4. Unidad SI

1

16.75. RENDIMIENTO NEUTRÓNICO DE FISIÓN, υ

16.75.1. Observaciones y definición

«Es el número medio de neutrones producidos en cada fisión» (incluidos los diferidos).

16.75.2. Fórmulas

Por la definición

$$\nu = < N >$$

(N = número de neutrones producidos; $< >$ indica valor medio).

16.75.3. Dimensiones

$$[\upsilon] = 1$$

16.75.4. Unidad SI

1

16.75.5. Constantes y valores concretos

En la fisión del ^{235}U el valor de υ es del orden de 3.

16.76. RENDIMIENTO NEUTRÓNICO DE LA ABSORCIÓN, η

16.76.1. Observaciones y definición

«Es el número medio de neutrones de fisión producidos por cada neutrón que se absorbe en el material fisionable» (incluidos los neutrones diferidos).

16.76.2. Fórmulas

Por la definición

$$\eta = < \frac{N}{N_a} >$$

(N = número de neutrones producidos; N_a = número de neutrones absorbidos; $<>$ indica valor medio).

16.76.3. Dimensiones

$$[\eta] = 1$$

16.76.4. Unidad SI

1

16.77. FACTOR DE FISIÓN RÁPIDA, ε

16.77.1. Observaciones y definición

La fisión se produce más fácilmente (mayor sección eficaz) para neutrones térmicos. Pero también se produce para energías mayores. Se define el factor ε (para un medio infinito) como el número de neutrones producidos por fisiones debidas a neutrones de todas las energías dividido por el número de neutrones producidos por fisiones térmicas».

16.77.2. Fórmulas

Por definición:

$$\varepsilon = N / N_t$$

(N = número de neutrones de fisión producidos por neutrones de todas las energías; N_t = número de neutrones producidos en fisiones térmicas).

16.77.3. Dimensiones

$$[\varepsilon] = 1$$

16.77.4. Unidad SI

1

16.78. FACTOR DE UTILIZACION, *f*

16.78.1. Observaciones y definición

Al estudiar la absorción de neutrones térmicos interesa considerar los que son absorbidos por el material fisionable (o combustible nuclear). Se define el factor de utilización, para un medio infinito, como «el número de neutrones térmicos absorbidos en el material fisionable dividido por el número total de los que son absorbidos».

16.78.2. Fórmulas

Por definición

$$f = N / N'$$

(N = número de neutrones absorbidos en el material fisionable; N' = número total de neutrones absorbidos).

16.78.3. Dimensiones

$$[f] = 1$$

16.78.4. Unidad SI

1

16.79. PROBABILIDAD DE PERMANENCIA, Λ

16.79.1. Observaciones y definición

«Es la probabilidad de que un neutrón no escape del núcleo del reactor en el proceso de moderación».

16.79.2. Fórmulas

$$\Lambda$$

16.79.3. Dimensiones

$$[\Lambda] = 1$$

16.79.4. Unidad SI

1

16.80. FACTOR DE MULTIPLICACIÓN, *k*

16.80.1. Observaciones y definición

«Es el número de neutrones de fisión producidos dividido por el número de neutrones perdidos por absorción y escape» (en un intervalo de tiempo dado cualquiera).

16.80.2. Fórmulas

$$k = N / N_e$$

(N = número de neutrones producidos en la f ısión; N_e = número de neutrones perdidos por escape o absorción).

16.80.3. Dimensiones

$$[k] = 1$$

16.80.4. Unidad SI

1

16.81. FACTOR DE MULTIPLICACIÓN EFECTIVO, k_{eff}

16.81.1. Observaciones y definición

«Es el factor de multiplicación para un medio finito».

16.81.2. Fórmulas

Por la definición:

$$k_{eff} = k_\infty \Lambda$$

(k_∞ = factor de multiplicación de un medio infinito; Λ = probabilidad de permanencia).

16.81.3. Dimensiones

$$[k_{eff}] = 1$$

16.81.4. Unidad SI

1

16.82. FACTOR DE MULTIPLICACIÓN DE UN MEDIO INFINITO, k_∞

16.82.1. Observaciones y definición

Se considera un «medio infinito» cuando los neutrones no escapan de él. En este caso el factor de multiplicación es el máximo. Se define igual que k (sección 16.80) pero considerando nulo el número de neutrones que escapan.

16.82.2. Fórmulas

$$k_\infty = N / N_a \qquad\qquad k_\infty = \eta\, \varepsilon\, p\, f$$

(N = número de neutrones producidos en la fisión; N_a = número de neutrones absorbidos; η = rendimiento neutrónico de la absorción; ε = factor de fisión rápida; p = probabilidad de escape a la resonancia; f = factor de utilización).

16.82.3. Dimensiones

$$[k_\infty] = 1$$

16.82.4. Unidad SI

1

16.83. REACTIVIDAD (EN UN REACTOR), ρ

16.83.1. Observaciones y definición

Se trata de una forma de expresar la multiplicación de los neutrones en los procesos de fisión. La definición se da en las fórmulas.

16.83.2. Fórmulas

La definición es la siguiente

$$\rho = \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}}$$

(k_{eff} = factor de multiplicación efectivo).

16.83.3. Dimensiones

$$[\rho] = 1$$

16.83.4. Unidad SI

1

16.84. CONSTANTE DE TIEMPO DE UN REACTOR, *T*

16.84.1. Observaciones y definición

En un reactor nuclear se producen variaciones de la fluencia neutrónica y de la tasa de fluencia neutrónica, que pueden ser crecientes o decrecientes (por ejemplo, en los intervalos de puesta en marcha y parada).

Si la tasa de fluencia neutrónica está variando exponencialmente, se define la *constante de tiempo* como «el tiempo que transcurre mientras la tasa queda multiplicada o dividida por el número e».

16.84.2. Fórmulas

La tasa varía, en el intervalo estudiado, según la fórmula:

$$\varphi = \varphi_0 \, e^{\frac{t}{T}} \qquad\qquad \varphi = \varphi_0 \, e^{-\frac{t}{T}}$$

(caso de tasa creciente o decreciente). Si transcurre un tiempo $t = T$ resulta

$$\varphi(T) = \varphi_0 e$$

o bien

$$\varphi(T) = \varphi_0 / e$$

(φ_0 = tasa inicial de fluencia neutrónica; φ = tasa en el instante estudiado).

16.84.3. Dimensiones

$$[T] = \mathrm{T}$$

16.84.4. Unidad SI

s	(segundo)

16.84.5. Otras unidades y su equivalencia con la unidad SI (USI)

Todas las de tiempo.

Apéndice

OBSERVACIONES ACERCA DEL SISTEMA CGS GAUSSIANO DEL ELECTROMAGNETISMO (QUE DEBE ABANDONARSE)

A.1. LOS SISTEMAS DE UNIDADES EN ELECTRICIDAD

El SI es hoy de uso obligatorio y exclusivo por ley en la práctica totalidad de los países del mundo. En el actual desarrollo de la Ciencia y la Ingeniería, así como en la Economía y el Comercio mundiales, se ha impuesto la necesidad de utilizar este único sistema.

En consecuencia, este libro está dedicado a la utilización exclusiva del SI. A pesar de todo, aún se pueden encontrar trabajos que usan otros sistemas diferentes, singularmente el sistema CGS de Gauss en Física teórica. Por ello hemos creído necesario referirnos aquí a este sistema, dando las imprescindibles aclaraciones y relacionando sus fórmulas con las correspondientes del SI, con la finalidad de facilitar el uso exclusivo del SI. Antes de seguir adelante conviene dejar claro lo que ya avanzamos en el Capítulo 3 (sección 3.7 y 3.8): que en Electricidad se elaboraron históricamente varios sistemas (cada uno, no sólo con sus propias unidades, sino también con sus propias fórmulas). Inicialmente existieron tres variantes del cegesimal:

1) el CGS electrostático (cuyas unidades se designaron uee, o bien ues).
2) el CGS electromagnético (unidades designadas uem).
3) el CGS simétrico o sistema gaussiano (unidades CGS de Gauss).

Los dos primeros no se usan ya, de modo que para ellos nos hemos limitado a dar las equivalencias de sus unidades con la correspondiente USI, en las respectivas secciones en que hemos tratado las magnitudes eléctricas. El CGS de Gauss es el objeto del presente capítulo.

El sistema CGS de Gauss no sólo trata de las diferentes unidades, sino que constituye en realidad un sistema de ecuaciones, para los fenómenos eléctricos, distintas de las del SI; por tanto, también resultan diferentes las propias magnitudes físicas. El sistema CGS gaussiano es además tridimensional, mientras el SI es tetradimensional (en Electricidad).

Por todo ello, actualmente se ha acordado usar, tanto las ecuaciones como las unidades, exclusivamente en SI.

A.2. EL SISTEMA CGS DE GAUSS COMPARADO CON EL SI. RESUMEN HISTÓRICO

Partamos de la ley de Coulomb que da cuenta de la fuerza que se ejercen dos cargas eléctricas en el vacío, tal como fue enunciada en su forma primitiva:

$$F = k\frac{Q_1 Q_2}{r_2} \tag{17.1}$$

donde el valor de k depende de las unidades que se empleen.

Consideremos por otra parte la fuerza por unidad de longitud que se ejercen dos conductores rectos paralelos, por los que circulan sendas corrientes, I_1, I_2, separados por una distancia r en el vacío:

$$\frac{F}{l} = k'\frac{2\,I_1 I_2}{r} \tag{17.2}$$

y también el valor de k' depende de las unidades que se elijan.

Históricamente, el Sistema CGS electrostático (unidades uee) se construyó partiendo del valor $k = 1$ (número uno, que además se toma adimensional). Resulta un sistema de únicamente tres dimensiones.

El sistema CGS electromagnético (unidades uem) se construyó partiendo del valor $k' = 1$ (número uno, igualmente sin dimensiones). Resulta también un sistema de tres dimensiones, pero tanto las unidades como las dimensiones y las fórmulas son diferentes en uem y en uee.

Estos dos sistemas resultaron incompatibles entre sí. Experimentos realizados por Weber a mediados del siglo XIX condujeron a la conclusión de que se obtiene un valor muy concreto para el cociente entre las constantes k y k', resultado que, obtenido con más precisión posteriormente, coincide con el cuadrado de la velocidad de la luz:

$$\frac{k}{k'} = c^2 \tag{17.3}$$

Este sorprendente resultado viene impuesto por la Naturaleza, no por definiciones artificiales. Fue ya un indicio de que la luz se relaciona con la electricidad y el magnetismo.

Posteriormente Gauss elaboró un nue vo sistema CGS, con la f inalidad de unificar el uee y el uem, que es el denominado CGS de Gauss o g aussiano, del que nos ocupamos en esta sección.

En aras de la brevedad, podemos decir que el sistema CGS de Gauss se construye partiendo de los valores $k = 1$ y $k' = 1/c^2$, y ello lleva a otras consideraciones que vamos a ver a continuación.

Las fórmulas (17.1) y (17.2) en el sistema gaussiano quedan así:

(CGS de Gauss) $$F = \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \tag{17.4}$$

$$F = \frac{1}{c^2} \frac{2I_1 I_1}{r} \tag{17.5}$$

y al estudiar la fuerza entre dos car gas en el vacío (17.4), se puede suponer que la carga Q_1 crea a su alrededor un campo eléctrico $\vec{E}$, el cual produce una fuerza sobre la carga Q_2:

(CGS de Gauss) $$E = \frac{Q_1}{r^2} \qquad F = Q_2 E = \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \tag{17.6}$$

Por otra parte, al emplear el SI, estas fórmulas quedan como sigue.

Fuerza entre cargas (ley de Coulomb):

(SI) $$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \tag{17.7}$$

Campo creado por Q_1 (módulo):

(SI) $$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_1}{r^2}$$

Fuerza del citado campo E sobre la carga Q_2:

(SI) $$E = Q_2 E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \tag{17.9}$$

que es la ley de Coulomb.

Y análog amente, al considerar la fuerza entre dos corrientes en el v acío (17.5), se puede suponer que la corriente I_1 crea un campo magnético, que a su

vez origina una fuerza sobre el conductor por el que circula I_2, lo cual se expresa así (tomando sólo los módulos de los vectores):

$$\text{(CGS de Gauss)} \qquad B = \frac{1}{c}\frac{2\,I_1}{r} \qquad \frac{F}{l} = I_2 B = \frac{1}{c}\,{}_2 B = \frac{1}{c^2}\frac{2\,I_1 I_2}{r} \qquad (17.10)$$

todo lo cual, al expresarse en SI, queda:

Fuerza entre corrientes:

$$\text{(SI)} \qquad F = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{2\,I_1 I_2}{r} \qquad (17.11)$$

Campo creado por la corriente I_1:

$$\text{(SI)} \qquad B = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{2\,I_1}{r} \qquad (17.12)$$

Fuerza del citado campo sobre la corriente I_2:

$$\text{(SI)} \qquad \frac{F}{l} = I_2 B = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{2\,I_1 I_2}{r} \qquad (17.13)$$

que es la misma (17.11).

Si los fenómenos estudiados se producen en un medio material, la explicación dada es un poco más complicada, pues en el material actúan dos campos eléctricos diferentes ($\vec{E}$ y $\vec{D}$) así como también dos campos magnéticos distintos ($\vec{B}$ y $\vec{H}$) (los actuales nombres acordados para estos cuatro campos son, como es sabido, *campo eléctrico, campo de inducción eléctrica o de desplazamiento, campo de inducción magnética y campo magnético,* respectivamente).

Resumiendo, se puede decir que, al estudiar la fuerza entre dos cargas, todo ocurre como si la carga Q_1 creara a su alrededor un campo $\vec{D}$, el cual, dependiendo de la permitividad del medio, crearía un campo $\vec{E}$, y finalmente este campo es el responsable de ejercer la fuerza sobre la carga Q_2. Ello se indica por las fórmulas siguientes en el CGS gaussiano.

$$\text{(CGS de Gauss)} \qquad D = \frac{Q_1}{r^2} \qquad E = \frac{D}{\varepsilon_r} \qquad F = Q_2 E = \frac{Q_1 Q_2}{\varepsilon_r r^2} \qquad (17.14)$$

Notemos que, para el CGS gaussiano, en el vacío es $E = D$.

Pero las expresiones en SI son:

$$\text{(SI)} \qquad D = \frac{Q_1}{4\pi r^2} \qquad E = \frac{D}{\varepsilon} \qquad F = Q_2 E = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon r^2} \qquad (17.15)$$

Análogamente, al estudiar la fuerza entre corrientes paralelas en un medio material, todo ocurre como si la corriente I_1 creara un campo $\vec{H}$, el cual, dependiendo de la permeabilidad magnética del medio, crearía un campo $\vec{B}$, y finalmente este campo es el responsable de ejercer la fuerza sobre el conductor por el que circula I_2. Todo ello se expresa por las fórmulas CGS, considerando sólo los módulos de los vectores:

$$\text{(CGS de Gauss)} \qquad H = \frac{1}{c}\,\frac{2\,I_1}{r} \qquad\qquad B = \mu_r\, H$$

$$\frac{F}{l} = \frac{1}{c}\; {}_2B = \frac{\mu_r}{c_2}\;\frac{2\,I_1 I_2}{r} \tag{17.16}$$

Notemos que, para el CGS gaussiano, en el vacío es $B = H$.

Pero estas fórmulas deben escribirse en SI:

$$\text{(SI)} \qquad H = \frac{2\,I_1}{4\pi r} \qquad\qquad B = \mu\, H \qquad\qquad \frac{F}{l} = I_2\, B = \frac{\mu}{4\pi}\;\frac{2\,I_1 I_2}{r} \tag{17.17}$$

Y además hay que señalar que en el SI siempre hay distinción entre los campos $\vec{E}$ y $\vec{D}$, así como entre los campos $\vec{B}$ y $\vec{H}$, tanto en un medio material como en el vacío:

$$\text{(SI) (en un medio)} \qquad D = \varepsilon\, E \qquad\qquad B = \mu\, H \tag{17.18}$$

$$\text{(SI) (en el vacío)} \qquad D = \varepsilon_0\, E \qquad\qquad B = \mu_0\, H \tag{17.19}$$

Notemos que en el SI existen en Electricidad cuatro dimensiones y cuatro unidades básicas, mientras que en el sistema de Gauss hay sólo tres; la unidad de carga eléctrica en este sistema se deriva de la unidades mecánicas, y por tanto, este sistema resulta más pobre en cuanto a las aplicaciones de las dimensiones: es un sistema dimensionalmente mutilado.

A.3. LAS ECUACIONES DE MAXWELL EN EL VACÍO

Las ecuaciones de Maxwell en el vacío, en ausencia de cargas y corrientes, se expresan **en SI** de esta manera:

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0 \tag{I}$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \tag{II}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{E} = \frac{-\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{(III)}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad \text{(IV)}$$

Mientras que **en el CGS gaussiano** las ecuaciones son:

$$\text{div}\ \vec{E} = 0 \qquad \text{(I)}$$

$$\text{div}\ \vec{B} = 0 \qquad \text{(II)}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \text{(III)}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{(IV)}$$

Este sistema debe abandonarse en aras de la unificación.

A.4. EJEMPLOS DE COMPARACIÓN DE FÓRMULAS DEL SI CON LAS DEL CGS DE GAUSS

Como es fácil deducir, al comparar las fórmulas del SI con las del sistema de Gauss se observa la sustitución de algunas magnitudes. Comencemos por indicar que la permetividad del vacío ε_0 del SI queda sustituida por $1/4\pi$, y la permeabilidad magnética del vacío μ_0 del SI queda sustituida por $4\pi/c^2$ en el CGS.

Por ejemplo, examinemos las siguientes fórmulas del SI.

Fuerza entre cargas (SI):

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \qquad (17.20)$$

Fuerza entre polos (SI):

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi}\ \frac{p_1 p_2}{r^2} \qquad (17.21)$$

Fuerza entre corrientes (SI):

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2 I_1 I_2}{r} \quad (17.22)$$

Y en las correspondientes fórmulas del CGS de Gauss se observ an las sustituciones que se han indicado (además de sustituir el polo p por pc) y las fórmulas quedan así:

Fuerza entre cargas (CGS de Gauss):

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad (17.23)$$

Fuerza entre polos (CGS de Gauss):

$$F = \frac{p_1 p_2}{r^2} \quad (17.24)$$

Fuerza entre corrientes (CGS de Gauss):

$$\frac{F}{l} = \frac{1}{c^2} \frac{2 I_1 I_2}{r} \quad (17.25)$$

Un resumen de las sustituciones que se observan al comparar las fórmulas del SI con las del CGS gaussiano, así como las principales fórmulas en ambos sistemas, se dan en los siguientes apartados. Todo ello tiene la finalidad de facilitar el uso exclusivo del SI.

A.5. EQUIVALENCIA ENTRE MAGNITUDES EN LAS FÓRMULAS DEL CGS Y DEL SI

Las magnitudes que aparecen en las fórmulas del SI, tal como se definen y se utilizan habitualmente, son las que hemos tratado en todas las secciones del presente texto.

Si se maneja un trabajo que esté realizado en el sistema CGS de Gauss, conviene transformar las fórmulas al SI. Para ello es necesario conocer, en todas las fórmulas, las equivalencias entre ambos sistemas. En la tabla ad junta damos las equivalencias. (Advertimos que el sistema CGS de Gauss se usa indistintamente ε_r o bien ε para la permiti vidad de un medio material, al igual que μ_r o bien μ para la permeabilidad magnética).

Tabla de equivalencias de magnitudes eléctricas en las fórmulas del SI y del CGS de Gauss

Nombre de la magnitud	Expresión en SI	Expresión en CGS de Gauss
Carga eléctrica	Q	igual
Corriente eléctrica (intensidad)	I,i	igual
Densidad de carga	ρ	igual
Densidad superficial de carga	$\sigma\,\rho_s$	igual
Densidad lineal de carga	λ, ρ_l	igual
Permitividad del vacío	ε_0	$1/4\pi$
Permitividad de un medio	ε	$\varepsilon_r/4\pi$
Permitividad relativa	$\varepsilon_r, \varepsilon'$	igual
Campo eléctrico	E	igual
Potencial eléctrico	V	igual
Flujo del campo eléctrico	Φ_E	igual
Campo de inducción eléctrica o campo de desplazamiento	D	$D/4\pi$
Flujo de inducción eléctrica o de desplazamiento	Ψ	$\Psi/4\pi$
Susceptibilidad eléctrica	χ	$4\pi\,\chi$
Corriente de desplazamiento	$\frac{\partial D}{\partial t}$	$\frac{1}{4\pi}\,\frac{\partial D}{\partial t}$
Capacidad eléctrica	C	igual
Elastancia	K	igual
Resistencia (resistencia eléctrica)	R	igual
Conductancia (en corriente continua)	G	igual
Resistividad	ρ	igual
Conductividad	σ	igual
Fuerza electromotriz	E, ε	igual
Densidad de corriente	$J\,(S, j)$	igual
Densidad lineal de corriente	$A\;K\,(\alpha)$	igual
Potencia eléctrica	P	igual
Momento dipolar eléctrico	p	igual
Polarización (eléctrica)	P	igual
Susceptibilidad eléctrica	$\chi; \chi_e$	igual
Densidad de carga ficticia de polarización	ρ'	igual
Densidad superficial de carga ficticia de polarización	σ'	igual
Polarización molar	P_m	igual
Momento cuadripolar	Q_{ij}	igual
Densidad de energía electrostática	w, w_E, w_E	igual
Movilidad iónica	μ	igual
Polarizabilidad de un átomo o molécula	α	$4\pi\alpha$
Campo de inducción magnética	B	B/c
Campo magnético	H	$Hc/4\pi$
Permeabilidad magnética del vacío	μ_0	$4\pi/c^2$

Nombre de la magnitud	Expresión en SI	Expresión en CGS de Gauss
Permeabilidad magnética de un medio	μ	$4\pi\mu_r/c^2$
Permeabilidad magnética relativa	μ_r	igual
Flujo magnético	Φ	Φ/c
Autoinductancia (auotinducción)	L	L/c^2
Inductancia (inducción) mutua	M_{ij}	M_{ij}/c^2
Potencial vector magnético	A	A/c
Momento magnético	m	m
Imanación	M	M
Polarización magnética	J	$J\,4\pi/c$
Susceptibilidad magnética	κ	$4\pi\kappa$
Polo magnético	p	pc
Densidad de corriente ficticia de imanación	J_m, (J')	igual
Densidad lineal de corriente ficticia de imanación	K_m, A_m	igual
Vector de Poynting	Π	$\Pi c/4\pi$
Potencial escalar magnético	U_m , U	$Uc/4\pi$
Fuerza magnetomotriz	F_m	$F_m c/4\pi$
Reluctancia	R_m	$R_m c^2/4\pi$
Permeancia	Λ	$\Lambda 4\pi/c^2$
Impedancia, en corriente alterna	Z, $\|Z\|$	igual
Reactancia	X	igual
Resistencia (en corriente alterna)	R	igual
Factor de calidad	Q	igual
Valores eficaces (de las magnitudes sinusoidales)	V, I	igual
Diferencia de fase. Desfase	φ	igual
Admitancia (admitancia compleja y módulo)	Y	igual
Susceptancia	B	igual
Conductancia	P	igual
Factor de potencia	$\cos\varphi = \lambda$	igual

A.6. RELACIÓN DE FÓRMULAS EN SI Y EN CGS DE GAUSS

Damos una serie de fórmulas e xpresadas en ambos sistemas, en la siguiente tabla, con el fin de facilitar la utilización exclusiva del SI.

Fenómeno	Fórmula en SI	Fórmula en CGS de Gauss
Fuerza entre dos cargas puntuales en el vacío (ley de Coulomb)	$F = \frac{Q\,Q'}{4\pi\varepsilon_o r^2}$	$F = \frac{Q\,Q'}{r^2}$
Fuerza entre dos cargas puntuales en un medio (ley de Coulomb)	$F = \frac{Q\,Q'}{4\pi\varepsilon r^2}$	$F = \frac{Q\,Q'}{\varepsilon_r r^2}$
Fuerza del campo eléctrico sobre una carga	$\vec{F} = Q\vec{E}$	igual
Campo eléctrico creado por una carga puntual en el vacío (situada en el origen de coordenadas)	$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$	$\vec{E} = \frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$
Campo eléctrico creado por una carga puntual en un dieléctrico (situada en el origen de coordenadas)	$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$	$\vec{E} = \frac{Q}{\varepsilon_r r^2}\vec{u}_r$
Potencial eléctrico creado por una carga puntual en un dieléctrico (situada en el origen de coordenadas) (referido al infinito)	$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r}$	$V = \frac{Q}{\varepsilon_r r}$
Potencial eléctrico creado por una carga puntual en el vacío (situada en el origen de coordenadas) (referido al infinito)	$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$	$V = \frac{Q}{r}$
Potencial creado por una distribución de carga con densidad de carga ρ (si ρ es función de las coordenadas y el tiempo, *V* es un *potencial retardado*, figurando *V* en la fórmula en función de x, y, z, t-r/c)	$V = \iiint \frac{\rho\, d\tau}{4\pi\varepsilon r}$	$V = \iiint \frac{\rho\, d\tau}{\varepsilon_r r}$
Campo y potencial eléctricos (Electrostática)	$\vec{E}$ ~~gra~~ $\overrightarrow{\text{d}}\ V$	igual
Permitividad de vacío	ε_0	1
Permitividad de un medio	$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$	$\varepsilon = \varepsilon_r$

Fenómeno	Fórmula en SI	Fórmula en CGS de Gauss
Relación entre el campo de inducción y el campo eléctrico en el vacío	$D = \varepsilon_0 E$	$D = E$
Relación entre el campo de inducción y el campo eléctrico en un medio	$D = \varepsilon E = \varepsilon_r \varepsilon_0 E$	$D = \varepsilon_r E$
Campo de inducción eléctrica creado por una carga puntual (situada en el origen de coordenadas) (en el vacío o en un dieléctrico)	$\vec{D} = \frac{Q}{4\pi r^2}\vec{u}_r$	$\vec{D} = \frac{Q}{r^2}\vec{u}_r = \vec{E}$
Componente normal de $\vec{D}$ en la superficie de un conductor, igual a la densidad superficial de carga	$D_N = \sigma$	$D_N = 4\pi\sigma$
Momento dipolar de un dipolo formado por dos cargas iguales y opuestas	$\vec{p} = Q\vec{h}$	igual
Polarizabilidad de un átomo o molécula (momento dipolar proporcional al campo eléctrico aplicado)	$\vec{p} = \varepsilon_0 \alpha \vec{E}$	$\vec{p} = \alpha E$
Polarización eléctrica (densidad de momento dipolar)	$\vec{P} = \frac{\overrightarrow{dp}}{d\tau}$	igual
La polarización es proporcional al campo eléctrico (susceptibilidad χ) (sólo tratamos aquí los dieléctricos lineales)	$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$	$\vec{P} = \chi \vec{E}$
Susceptibilidad como producto del número de átomos polarizados por unidad de volumen y su polarizabilidad	$\chi = N\alpha$	igual
El campo eléctrico depende del campo de inducción *D* y de la polarización	$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$	$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi \vec{P}$
Relación entre los campos eléctricos en un dieléctrico (susceptibilidad χ)	$\vec{D} = \varepsilon_0 (1+\chi)\vec{E}$	$\vec{D} = (1+4\pi\chi)\vec{E}$

Fenómeno	Fórmula en SI	Fórmula en CGS de Gauss
Caso de polarización permanente, $D = 0$	$\vec{E} = \frac{-\vec{P}}{\varepsilon_0}$	$\vec{E} = -4\pi\vec{P}$
Permitividad relativa y susceptibilidad en un dieléctrico	$\varepsilon_r = 1 + \chi$	$\varepsilon_r = 1 + 4\pi\chi$
Relación entre el vector polarización y el campo de inducción eléctrica en un dieléctrico	$\vec{P} = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right)\vec{D}$	$\vec{P} = \frac{1}{4\pi}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right)\vec{D}$
Componente normal de $\vec{P}$ (polarización eléctrica) en la superficie de un dieléctrico, igual a la densidad superficial de cargas ficticias	$P_N = \sigma'$	igual
Las fuentes del campo de polarización son las cargas ficticias, en el interior de un dieléctrico	$div\vec{P} = -\rho'$	igual
Densidad de energía electrostática	$w = \frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}$	$w = \frac{1}{4\pi}\frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}$
Capacidad	$C = \frac{Q}{V}$	igual
Capacidad del condensador plano	$C = \varepsilon\frac{S}{h}$	$C = \frac{\varepsilon_r}{4\pi}\frac{S}{h}$
Capacidad del condensador esférico	$C = \frac{4\pi\varepsilon}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$	$C = \frac{\varepsilon_r}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$
Capacidad del condensador cilíndrico	$C = \frac{2\pi\varepsilon l}{\ln\frac{b}{a}}$	$C = \frac{\varepsilon_r l}{2\ln\frac{b}{a}}$
Capacidad de una esfera aislada (rodeada de un dieléctrico homogéneo)	$C = 4\pi\varepsilon r$	$C = \varepsilon_r r$
Energía de un condensador cargado	$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2$	igual

Fenómeno	Fórmula en SI	Fórmula en CGS de Gauss
Energía electrostática de dos cargas puntuales en el vacío	$W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{\lvert\vec{r}_1 - \vec{r}_2\rvert}$	$W = \frac{Q_1 Q_2}{\lvert\vec{r}_1 - \vec{r}_2\rvert}$
Momento dipolar eléctrico de un hilo con densidad lineal de carga λ	$\vec{p} = \int \lambda \vec{r}\, dl$	igual
Momento dipolar de una superficie con densidad superficial de carga σ	$\vec{p} = \iint \sigma \vec{r}\, ds$	igual
Fuerza de un campo eléctrico no uniforme sobre un dipolo (momento dipolar $\vec{p}$) (Hacia donde $\vec{E}$ es más intenso)	$\vec{F} \text{ grad } \overrightarrow{\mathrm{d}\, E}$	igual
Momento dipolar de una distribución de cargas con densidad ρ en un volumen τ	$\vec{p} = \iiint \rho \vec{r}\, d\tau$	igual
Potencial creado por un dipolo eléctrico (situado en el origen de coordenadas)	$V = \frac{\vec{p}\cdot\vec{u}_r}{4\pi\,\varepsilon_0\, r^2}$	$V = \frac{\vec{p}\cdot\vec{u}_r}{r^2}$
Componente radial del campo eléctrico creado por un dipolo (situado en el origen de coordenadas)	$E_r = \frac{2\,p\cos\theta}{4\pi\,\varepsilon_0\, r^3}$	$E_r = \frac{2\,p\cos\theta}{r^3}$
Componente transversal del campo eléctrico creado por un dipolo (situado en el origen de coordenadas)	$E_\theta = \frac{p\,\mathrm{sen}\,\theta}{4\pi\,\varepsilon_0\, r^3}$	$E_\theta = \frac{p\,\mathrm{sen}\,\theta}{r^3}$
Momento de fuerzas de un campo eléctrico sobre un dipolo. Par orientador	$\vec{M} = \vec{p} \wedge \vec{E}$	igual
Energía de un dipolo en un campo eléctrico	$W = -\vec{p}\cdot\vec{E}$	igual

Fenómeno	Fórmula en SI	Fórmula en CGS de Gauss
Momento cuadripolar tensor $\vec{Q}$ (para distribución de carga de densidad ρ en un volumen τ)	componentes diagonales (no sumatorio): $Q_{ii} = \iiint \rho(3x_i^2 - r^2)d\tau$ componentes no diagonales: $Q_{ij} = \iiint 3\rho x_i\, x_j\, d\tau$	igual igual
Potencial creado por un cuadripolo eléctrico (tensor), que se encuentra situado en el origen de coordenadas	$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_{jk}\, x_j\, x_k}{r^5}$	$V = \frac{Q_{jk}\, x_j\, x_k}{r^5}$
Teorema de Gauss para el flujo eléctrico (de $\vec{E}$) en superficie cerrada (en un dieléctrico)	$\Phi = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon}$	$\Phi = \frac{4\pi\, Q_{\text{int}}}{\varepsilon_r}$
Teorema de Gauss para el flujo de inducción eléctrica (de $\vec{D}$) en superficie cerrada tanto en el vacío como en un dieléctrico)	$\Psi = Q_{\text{int}}$	$\Psi = 4\pi\, Q_{\text{int}}$
Teorema de Gauss para el flujo eléctrico (de $\vec{E}$) en superficie cerrada en el vacío	$\Phi = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$	$\Phi = 4\pi\, Q_{\text{int}}$
Relación entre los flujos eléctrico y de inducción eléctrica (de $\vec{E}$ y $\vec{D}$) en el vacío	$\Psi = \varepsilon_0\, \Phi$	$\Psi = \Phi$
Relación entre los flujos eléctrico y de inducción eléctrica (de $\vec{E}$ y $\vec{D}$) en un dieléctrico isótopo	$\Psi = \varepsilon\, \Phi$	$\Psi = \varepsilon_r\, \Phi$
Presión electrostática (esfera con carga superficial homogénea de densidad σ)	$p = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon} = \frac{D^2}{2\varepsilon}$	$p = \frac{2\pi\sigma^2}{\varepsilon_r} = \frac{D^2}{8\pi\varepsilon_r}$
Las fuentes del campo de inducción eléctricas $\vec{D}$ son las cargas (ρ = densidad de carga) (Ecuación I de Maxwell)	$div\ \vec{D} = \rho$ $div\ (\varepsilon\, \vec{E}) = \rho$	$div\ \vec{D} = 4\pi\rho$ $div\ (\varepsilon_r\, \vec{E}) = 4\pi\rho$
Ecuación I de Maxwell en el vacío (sin cargas)	$div\ \vec{D} = 0$ $div\, \vec{E} = 0$	$div\ \vec{D} = 0$ $div\, \vec{E} = 0$

Fenómeno	Fórmula en SI	Fórmula en CGS de Gauss
Ecuación de Poisson en el vacío (electrostática)	$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$	$\nabla^2 V = -4\pi\rho$
Constante de estructura fina (o de acoplamiento de la carga en campos electromagnéticos)	$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\,\varepsilon_0\,\hbar c}$	$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}$
Radio de Bohr (primera órbita del átomo de hidrógeno)	$a_0 = \frac{4\pi\,\varepsilon_0 \hbar^2}{m_e\, e^2}$	$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e\, e^2}$
Radio de la órbita *n* de Bohr (*n* = número cuántico principal)	$r = \frac{4\pi\,\varepsilon_0 \hbar^2}{m_e\, e^2} n^2$	$r = \frac{\hbar^2}{m_e\, e^2} n^2$
Energía del electrón en la órbita *n* de Bohr	$W = -\frac{e^4\, m_e}{8\varepsilon_0^2\, h^2}\frac{1}{n^2}$	$W = -\frac{e^4\, m_e}{2h^2}\frac{1}{n^2}$
Energía de Rydberg (energía de ionización para la primera órbita de Bohr)	$R_y = \frac{e^4\, m_e}{8\varepsilon_0^2\, h^2}$	$R_y = \frac{2\pi^2 e^4\, m_e}{h^2}$
Constante de Rydberg R_y/hc	$R_\infty = \frac{e^4\, m_e}{8\,\varepsilon_0^2\, h^3\, c}$	$R_\infty = \frac{2\pi^2 e^4\, m_e}{h^3\, c}$
Ley de Ohm en un medio continuo de conductividad σ	$\vec{J} = \sigma\,\vec{E}$	igual
Ley de Ohm para un hilo conductor de resistencia *R*	$I = \frac{V}{R}$	igual
Resistencia de un medio conductor con conductividad σ (entre dos puntos A y B)	$R = \frac{V_A - V_B}{I} = \frac{\int_A^B \vec{E}\cdot\overrightarrow{dl}}{\iint \sigma\vec{E}\cdot\overrightarrow{dS}}$	igual
Velocidad media que alcanza un portador en un campo eléctrico (movilidad μ)	$\vec{v} = \mu\,\vec{E}$	igual
Resistencia de un hilo conductor (conductividad σ; resistividad ρ)	$R = \frac{1}{\sigma}\frac{l}{s} = \rho\frac{l}{s}$	igual

Fenómeno	Fórmula en SI	Fórmula en CGS de Gauss
Conductividad de un medio con dos tipos de portadores de carga(densidad de partículas *n*, carga *q*, y movilidad μ)	$\sigma = n_1 q_1 \mu_1 + n_2 q_2 \mu_2$	igual
Ley de Joule (potencia calorífica)	$P = R\,I^2$	igual
Resistencia de un condensador con un dieléctrico imperfecto (de baja conductividad σ)	$R = \frac{\varepsilon}{\sigma C}$	$R = \frac{\varepsilon_r}{4\pi\sigma C}$
Ecuación de continuidad (para densidad de carga ρ y densidad de corriente *J*)	$div\,\vec{J} = -\frac{d\rho}{dt}$	igual
Ecuación de continuidad en un medio conductor con densidad de carga nula	$div\,\vec{J} = 0$	igual
Fuerza de Lorentz producida por un campo de inducción magnética sobre una carga móvil	$\vec{F} = Q\vec{v} \wedge \vec{B}$	$\vec{F} = \frac{1}{c} Q\vec{v} \wedge \vec{B}$
Fuerza de un campo magnético sobre un elemento de corriente (segunda ley de Laplace)	$d\vec{F} = I\overrightarrow{dl} \wedge \vec{B}$	$d\vec{F} = \frac{1}{c} I\overrightarrow{dl} \wedge \vec{B}$
Campo de inducción magnética creado por una carga móvil en el vacío (situada en el origen de coordenadas)	$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q\vec{v} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$	$\vec{B} = \frac{1}{c} \frac{Q\vec{v} \wedge \vec{u}_r}{r^2} = \vec{H}$
Campo de inducción magnética creado por una carga móvil en un medio (situada en el origen de coordenadas)	$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{Q\vec{v} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$	$\vec{B} = \frac{\mu_r}{c} \frac{Q\vec{v} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$
Campo de inducción magnética creado por una corriente filiforme elemental (primera ley de Laplace o ley de Biot y Savart)	$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\,d\vec{l} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$	$d\vec{B} = \frac{1}{c} \frac{I\,d\vec{l} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$
Fuerza entre dos corrientes paralelas rectas indefinidas	$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\,I_1 I_2}{r^2}$	$\frac{F}{l} = \frac{1}{c^2} \frac{2\,I_1 I_2}{r^2}$

Fenómeno	Fórmula en SI	Fórmula en CGS de Gauss
Relación entre los campos magnéticos $\vec{H}$ y $\vec{B}$ en el vacío	$B = \mu_0 H$	$B = H$
Relación entre los campos magnéticos $\vec{H}$ y $\vec{B}$ y en un medio	$B = \mu H = \mu_0 \mu_r H$	$B = \mu_r H$
Permeabilidad magnética del vacío	μ_0	1
Permeabilidad magnética de un medio material	$\mu = \mu_0 \mu_r$	$\mu = \mu_r$
Campo magnético creado por una carga móvil (situada en el origen de coordenadas) (tanto en el vacío como en un medio material)	$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{Q\vec{v} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$	$\vec{H} = \frac{1}{c} \frac{Q\vec{v} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$
Campo magnético creado por una espira circular en su centro	$H = \frac{I}{2r}$	$H = \frac{4\pi}{c} \frac{I}{2r}$
Campo de inducción magnética creado por una espira circular en su centro (en el vacío)	$B = \mu_0 \frac{I}{2r}$	$B = \frac{4\pi}{c} \frac{I}{2r} = H$
Campo de inducción magnética creado por una espira circular en su centro (en un medio)	$B = \mu \frac{I}{2r}$	$B = \frac{4\pi \mu_r}{c} \frac{I}{2r}$
Campo magnético creado por una espira circular en un punto de su eje (a distancia *x*)	$H = \frac{I r^2}{2(r^2 + x^2)^{3/2}}$	$H = \frac{4\pi}{c} \frac{I r^2}{2(r^2 + x^2)^{3/2}}$
Campo *B* creado por una espira circular en un punto de su eje (a distancia *x*) (en el vacío)	$B = \frac{\mu_0 I r^2}{2(r^2 + x^2)^{3/2}}$	$B = \frac{4\pi}{c} \frac{I r^2}{2(r^2 + x^2)^{3/2}} = H$
Campo *B* creado por una espira circular en un punto de su eje (a distancia *x*) (en un medio)	$B = \frac{\mu I r^2}{2(r^2 + x^2)^{3/2}}$	$B = \frac{4\pi}{c} \frac{\mu_r I r^2}{2(r^2 + x^2)^{3/2}}$
Teorema de Ampère para el campo magnético $\vec{H}$ (tanto en el vacío como en un medio)	$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$	$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} I$

Fenómeno	Fórmula en SI	Fórmula en CGS de Gauss
Teorema de Ampère para el campo $\vec{B}$ en el vacío	$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$	$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} I$
Teorema de Ampère para el campo $\vec{B}$ en un medio	$\int \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu\, I = \mu_r\, \mu_0\, I$	$\int \vec{B}\cdot d\vec{l} = \frac{4\pi}{c}\mu_r I$
Campo magnético creado por una corriente rectilínea de longitud infinita	$H = \frac{I}{2\pi r}$	$H = \frac{2I}{c\,r}$
Campo de inducción magnética creado por una corriente rectilínea de longitud infinita en el vacío	$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$	$B = \frac{2I}{c\,r} = H$
Campo de inducción magnética creado por una corriente rectilínea de longitud infinita en un medio	$B = \frac{\mu I}{2\pi r}$	$B = \frac{2\mu_r I}{c\,r}$
Campo magnético en el interior de un solenoide largo (n = N/*l* = número de espiras por unidad de longitud)	$H = I\,n$	$H = \frac{4\pi}{c} I\,n$
Campo de inducción magnética en el interior de un solenoide largo (en el vacío)	$B = \mu_0\, I\, n$	$B = \frac{4\pi}{c} I\, n = H$
Campo de inducción magnética en el interior de un solenoide largo (en un medio lineal)	$B = \mu\, I\, n$	$B = \frac{4\pi\,\mu_r}{c} I\, n$
Campo magnético en el centro de un disco con densidad superficial de carga σ y velocidad angular ω en el vacío	$H = \frac{1}{2}\sigma\,\omega\, r$	$H = \frac{2\pi}{c}\sigma\,\omega\, r$
Campo de inducción magnética en el centro de un disco con densidad superficial de carga s y velocidad angular ω (en el vacío)	$B = \frac{1}{2}\mu_0\,\sigma\,\omega\, r$	$B = \frac{2\pi}{c}\sigma\,\omega\, r = H$
Flujo magnético a través de una superficie	$\Phi = \iint \vec{B}\cdot d\vec{s}$	igual
Autoinducción *L*, e inducción mutua *M*	$\Phi = L\, I$ $\Phi_i = M_{ij}\, I_j$	$\Phi = \frac{1}{c}\, L\, I$ $\Phi_i = \frac{1}{c} M_{ij}\, I_j$

Fenómeno	Fórmula en SI	Fórmula en CGS de Gauss
Ley de Faraday. Fuerza electromotriz de inducción	$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$	$\varepsilon = -\frac{1}{c}\frac{d\Phi}{dt}$
Fuerza electromotriz de autoinducción en un circuito con corriente variable	$\varepsilon = -L\frac{di}{dt}$	$\varepsilon = -\frac{1}{c^2}L\frac{di}{dt}$
Autoinducción de un solenoide largo de *N* espiras en el vacío	$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l}$	$L = 4\pi \frac{N^2 S}{l}$
Reactancia inductiva (en circuito de alterna)	$X_L = L\omega$	$X = \frac{1}{c^2} L\omega$
Reactancia capacitiva (en circuito de alterna)	$X_C = -\frac{1}{C\omega}$	igual
Reactancia (en circuito de alterna)	$X = L\omega - \frac{1}{C\omega}$	$X = \frac{1}{c^2} L\omega - \frac{1}{C\omega}$
Impedancia	$Z = R + jX$	igual
Frecuencia angular propia (oscilador eléctrico)	$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$	$\omega_0 = c\sqrt{\frac{1}{LC}}$
Corriente de cierre de un circuito con autoinducción *L* y fuerza electromotriz ε	$i = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$	$i = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-\frac{c^2 R}{L}t})$
Energía electromagnética en un circuito aislado	$W = \frac{1}{2} L I^2$	$W = \frac{1}{2c^2} L I^2$
Energía electromagnética en un sistema de circuitos	$W = \frac{1}{2}\sum\sum M_{ij} I_i I_j$	$W = \frac{1}{2c^2}\sum\sum M_{ij} I_i I_j$
Momento magnético de una pequeña espira (corriente I, sección S)	$\vec{m} = I\vec{S}$	$\vec{m} = \frac{1}{c} I\vec{S}$
Momento magnético de un circuito filiforme cerrado	$\vec{m} = \frac{1}{2} I \int \vec{r} \wedge d\vec{l}$	$\vec{m} = \frac{I}{2c} \int \vec{r} \wedge d\vec{l}$
Momento magnético de una corriente superficial cerrada (densidad superficial de corriente $\vec{K}$)	$\vec{m} = \frac{1}{2} \iint \vec{r} \wedge \vec{K}\, dS$	$\vec{m} = \frac{1}{2c} \iint \vec{r} \wedge \vec{K}\, dS$

Fenómeno	Fórmula en SI	Fórmula en CGS de Gauss
Momento magnético de una corriente cerrada en un volumen dado (densidad de corriente $\vec{J}$)	$\vec{m} = \frac{1}{2}\iiint \vec{r} \wedge \vec{J}\, d\tau$	$\vec{m} = \frac{1}{2c}\iiint \vec{r} \wedge \vec{J}\, d\tau$
Potencial vector creado por un dipolo magnético $\vec{m}$ (dipolo situado en el origen de coordenadas)	$\vec{A} = \frac{\mu_0\, \vec{m} \wedge \vec{u}_r}{4\pi r^2}$	$\vec{A} = \frac{\vec{m} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$
Campo de inducción magnética creado por un dipolo situado en el origen de coordenadas. Componente radial	$B_r = \frac{2\mu_0\, m \cos\theta}{4\pi r^3}$	$B_r = \frac{2m\cos\theta}{r^3}$
Campo de inducción magnética creado por un dipolo situado en el origen de coordenadas. Componente transversal	$B_\theta = \frac{\mu_0\, m \operatorname{sen}\theta}{4\pi r^3}$	$B_\theta = \frac{m \operatorname{sen}\theta}{r^3}$
Energía de un dipolo magnético en un campo de inducción magnética	$W = -\vec{m} \cdot \vec{B}$	igual
Fuerza de un campo magnético no uniforme sobre un dipolo (momento dipolar magnético $\vec{m}$) (Hacia donde $\vec{B}$ es más intenso)	$\vec{F} = \text{grad}\ \overrightarrow{\mathrm{d}\, B}$	igual
Momento de fuerzas de un campo de inducción magnética sobre un dipolo (momento dipolar magnético $\vec{m}$)	$\vec{M} = \vec{m} \wedge \vec{B}$	igual
El campo de inducción magnética carece de manantiales; es solenoidal (ecuación II de Maxwell)	$div\, \vec{B} = 0$	igual
Las variaciones del campo magnético producen campo eléctrico (ecuación III de Maxwell)	$\overrightarrow{rot}\, \vec{E} = -\frac{\overrightarrow{\partial B}}{\partial t}$	$\overrightarrow{rot}\, \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\overrightarrow{\partial B}}{\partial t}$
Las variaciones del campo eléctrico y las corrientes producen campo magnético (ecuación IV de Maxwell)	$\overrightarrow{rot}\, \vec{H} = \vec{J} + \frac{\overrightarrow{\partial D}}{\partial t}$	$\overrightarrow{rot}\, \vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{J} + \frac{1}{c}\frac{\overrightarrow{\partial D}}{\partial t}$
Las variaciones de campo eléctrico producen campo magnético (IV ecuación de Maxwell, en el vacío)	$\overrightarrow{rot}\, \vec{H} = \frac{\overrightarrow{\partial D}}{\partial t}$ $\overrightarrow{rot}\, \vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\overrightarrow{\partial E}}{\partial t}$	$\overrightarrow{rot}\, \vec{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial E}{\partial t}$ (siendo $\vec{B} = \vec{H}$; y también $\vec{E} = \vec{D}$, en el vacío)

Fenómeno	Fórmula en SI	Fórmula en CGS de Gauss
Potencial vector magnético	$\vec{B} = \overrightarrow{rot}\,\vec{A}$	igual
Condición del potencial vector magnético	$div\,\vec{A} = 0$	igual
Condición de Lorentz en el vacío	$div\,\vec{A} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial V}{\partial t}$	$div\,\vec{A} = \frac{1}{c}\frac{\partial V}{\partial t}$
Teorema de Stokes para el potencial vector magnético (Φ = flujo magnético)	$\Phi = \iint \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{A}\cdot d\vec{S} = \oint \vec{A}\cdot d\vec{l}$	igual
Relación del campo eléctrico con los potenciales eléctrico y magnético	$\vec{E} = -\left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,V + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right)$	$\vec{E} = -\left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,V + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right)$
Relación del campo eléctrico con el potencial vector magnético en el caso de potencial eléctrico uniforme	$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$	$\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$
Ecuación de ondas para el potencial vector magnético	$\overrightarrow{\nabla^2 A} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\overrightarrow{\partial^2 A}}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\overrightarrow{\partial^2 A}}{\partial t^2}$	$\overrightarrow{\nabla^2 A} = \frac{1}{c^2}\frac{\overrightarrow{\partial^2 A}}{\partial t^2}$
Ecuación de ondas para el campo eléctrico $\vec{E}$ (y también se obtienen expresiones iguales para los campos $\vec{D}$, $\vec{B}$ y $\vec{H}$	$\overrightarrow{\nabla^2 E} = \frac{1}{c^2}\frac{\overrightarrow{\partial^2 E}}{\partial t^2}$	igual
Impedancia característica de un medio material (c_1 = velocidad de la onda electromagnética en el medio)	$Z = \frac{E}{H}$ $Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$ $Z = \mu c_1$	$Z = \frac{4\pi}{c}\frac{E}{H}$ $Z = \frac{4\pi}{c}\sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}}$ $Z = \frac{4\pi}{c^2}\mu_r c_1$
Ecuaciones diferenciales de los potenciales electromagnéticos (ρ = densidad de carga; $\vec{J}$ = densidad de corriente)	$\nabla^2 V - \mu\varepsilon\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{1}{\varepsilon}\rho$ $\overrightarrow{\nabla^2 A} - \mu\varepsilon\frac{\overrightarrow{\partial^2 A}}{\partial t^2} = -\mu\vec{J}$	$\nabla^2 V - \frac{1}{c^2}\mu_r\varepsilon_r\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{\varepsilon_r}\rho$ $\overrightarrow{\nabla^2 A} - \frac{1}{c}\mu_r\varepsilon_r\frac{\overrightarrow{\partial^2 A}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c}\mu_r\vec{J}$

Fenómeno	Fórmula en SI	Fórmula en CGS de Gauss
Potencial vector magnético creado por una carga móvil en el vacío (situada en el origen de coordenadas)	$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Q\vec{v}}{r}$	$\vec{A} = \frac{1}{c}\frac{Q\vec{v}}{r}$
Potencial vector en un solenoide largo de radio *R* en el vacío (las líneas del vector $\vec{A}$ son circunferencias axiales con respecto al solenoide)	EXTERIOR: $A = \frac{\mu_0 n I R^2}{2r}$ INTERIOR: $A = \frac{1}{2}\mu_0 n I r$	$A = \frac{2\pi n I R^2}{c\, r}$ $A = \frac{2\pi}{c} n I r$
Potencial vector magnético creado por una corriente filiforme en el vacío	$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{d\vec{l}}{r}$	$\vec{A} = \frac{I}{c}\int\frac{d\vec{l}}{r}$
Potencial vector magnético creado en el vacío por una corriente superficial (de densidad superficial *K*)	$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\iint\frac{\vec{K}}{r}dS$	$\vec{A} = \frac{1}{c}\iint\frac{\vec{K}}{r}dS$
Potencial vector magnético creado por una corriente en un medio continuo (densidad de corriente $\vec{J}$)(si $\vec{J}$ es función de las coordenadas y del tiempo, $\vec{A}$ es un *potencial retardado*, figurando $\vec{J}$ en la fórmula en función de x, y, z, t – r/c)	$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi}\iiint\frac{\vec{J}}{r}d\tau$	$\vec{A} = \frac{\mu_r}{c}\iiint\frac{\vec{J}}{r}d\tau$
Imanación (polarización magnética de un material)	$\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{d\tau}$	igual
Imanación proporcional al campo magnético (susceptibilidad magnética κ) (sólo tratamos aquí materiales lineales)	$\vec{M} = \kappa\vec{H}$	igual
El campo de inducción magnética $\vec{B}$ depende de $\vec{H}$ y de la imanación	$\vec{B} = \mu_0\vec{H} + \mu_0\vec{M}$	$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{M}$
Relación entre los campos magnéticos en un material (sin imanación permanente)	$\vec{B} = \mu_0(1+\kappa)\vec{H}$	$\vec{B} = (1+4\pi\kappa)\vec{H}$

Fenómeno	Fórmula en SI	Fórmula en CGS de Gauss
Relación entre la permeabilidad y la susceptibilidad magnética	$\mu = \mu_0 (1 + \kappa)$ $\mu_r = 1 + \kappa$	$\mu_r = 1 + 4\pi\kappa$
Densidad de corriente ficticia de imanación $\vec{J}$ (imanación $\vec{M}$)	$\overrightarrow{\text{rot}}\, \vec{M} = \vec{J}_m$	$\overrightarrow{\text{rot}}\, \vec{M} = \frac{1}{c}\vec{J}_m$
Densidad superficial de corriente ficticia de imanación K_m (imanación $\vec{M}$; vector unitario normal $\vec{u}$)	$\vec{K}_m = \vec{M} \wedge \vec{u}$	$\vec{K}_m = c\,\vec{M} \wedge \vec{u}$
Potencial escalar magnético	$\Delta U = \int \vec{H} \cdot d\vec{l}$	igual
Fuerza magnetomotriz	$F_m = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l}$	igual
Diferencia de potencial escalar magnético (campo $\vec{H}$ para distancia l)	$\Delta U = H\,l$	igual
Reluctancia (relación entre la fuerza magnetomotriz y el flujo magnético en un circuito) (ley de Ohm para circuitos magnéticos)	$R_m = \frac{F_m}{\Phi}$	igual
Potencia absorbida por un circuito (media en un período) (V, I, son valores eficaces)	$P = V\,I \cos\varphi$	igual
Reluctancia entre dos puntos de un circuito magnético	$R_m = \frac{U_1 - U_2}{\Phi}$ $R_m = \frac{1}{\mu}\frac{l}{s}$	igual $R_m = \frac{1}{\mu_r}\frac{l}{s}$
Ecuación de Poisson en el vacío (con densidad de carga ρ)	$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$	$\nabla^2 V = -4\pi\,\rho$
Fuerza magnetomotriz para N espiras con corriente I	$F_m = N\,I$	$F_m = \frac{4\pi}{c} N\,I$
Fuerza ejercida por un campo de inducción magnética sobre un polo magnético	$F = p\,B$	igual

Fenómeno	Fórmula en SI	Fórmula en CGS de Gauss
Momento magnético de un dipolo formado por dos polos magnéticos puntuales	$\vec{m} = p\,\vec{\delta l}$	igual
Fuerza entre polos magnéticos (supuestos puntuales)	$F = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{p_1\,p_2}{r^2}$	$F = \frac{p_1\,p_2}{r^2}$
Campo magnético creado por un polo magnético (supuesto puntual en el origen de coordenadas)	$\vec{H} = \frac{1}{4\pi}\frac{p}{r^2}\vec{u}_r$	$\vec{H} = \frac{p}{r^2}\vec{u}_r$
Campo de inducción magnética creado por un polo magnético en el vacío (supuesto puntual en el origen de coordenadas)	$\vec{B} = \mu_0\vec{H} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{p}{r^2}\vec{u}_r$	$\vec{B} = \vec{H} = \frac{p}{r^2}\vec{u}_r$
Campo de inducción magnética creado por un polo magnético en un medio (supuesto puntual en el origen de coordenadas)	$\vec{B} = \mu\,\vec{H} = \frac{\mu}{4\pi}\frac{p}{r^2}\vec{u}_r$	$\vec{B} = \mu_r\vec{H} = \mu_r\,\frac{p}{r^2}\vec{u}_r$
Velocidad de las ondas electromagnéticas en el vacío	$c = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0\,\mu_0}}$	c
Velocidad de las ondas electromagnéticas en un medio material (c = velocidad en el vacío; c_1 = velocidad en el medio)	$c_1 = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon\mu}} = c\sqrt{\frac{1}{\varepsilon_r\mu_r}}$	$c_1 = c\sqrt{\frac{1}{\varepsilon_r\mu_r}}$
Onda armónica electromagnética en el sentido positivo del eje X (solución para el campo eléctrico; y expresiones iguales para el campo magnético)	$E = E_0\,\mathrm{sen}(\omega t - kx)$	igual
Relación de amplitudes de una onda electromagnética (para los campos eléctricos y magnéticos) en un medio material	$E_0 = B_0\,c$ $D_0 = \varepsilon\,E_0$ $D_0 = \frac{1}{c}H_0$ $B_0 = \mu\,H_0$	$E_0 = B_0$ $D_0 = \varepsilon_r\,E_0$ $D_0 = H_0$ $B_0 = \mu_r\,H_0$

Fenómeno	Fórmula en SI	Fórmula en CGS de Gauss
Relación de amplitudes de una ondas electromagnéticas (para los campos eléctricos magnéticos) en el vacío	$E_0 = B_0\, c$ $D_0 = \varepsilon_0 E_0$ $D_0 = \frac{1}{c} H_0$ $B_0 = \mu_0 H_0$	$E_0 = B_0 = D_0 = H_0$
Densidad de energía de una onda electromagnética en el vacío (valor medio en un periodo) en función de las amplitudes	$w = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2 = \frac{1}{2}\mu_0 H_0^2 =$ $= \frac{1}{2}\frac{B_0^2}{\mu_0} = \frac{1}{2} D_0 E_0$	$w = \frac{1}{8\pi} E_0^2 = \frac{1}{8\pi} H_0^2 =$ $= \frac{1}{8\pi} B_0^2 = \frac{1}{8\pi} E_0 D_0$
Intensidad de una onda electromagnética unidireccional en el vacío (valor medio en un periodo) en función de las amplitudes	$I = w\, c$ $I = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_0^2 = \frac{1}{2}\frac{c}{\mu_0} B_0^2 =$ $= \frac{1}{2} E_0\, H_0$	$I = w\, c$ $I = \frac{c}{8\pi} E_0^2 = \frac{c}{8\pi} B_0^2 =$ $= \frac{c}{8\pi} E_0 H_0$
Vector de Poynting en el vacío (valor instantáneo)	$\vec{\Pi} = \vec{E} \wedge \vec{H}$	igual
Módulo del vector de Poynting para una onda electromagnética en el vacío (valor instantáneo)	$\Pi = c^2 \varepsilon_0 EB =$ $= EH = I$	$\Pi = EB = EH = I$
Flujo del vector de Poynting (potencia que atraviesa una superficie)	$\Phi = \iint \vec{\Pi} \cdot d\vec{S} =$ $= P = \frac{dW}{dt}$	igual
Disipación de la onda en un medio con conductividad σ (ecuación de los telegrafistas)	$\overrightarrow{\nabla^2 E} = \sigma\mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} +$ $+ \varepsilon\mu \frac{\overrightarrow{\partial^2 E}}{\partial t^2}$	$\overrightarrow{\nabla^2 E} = \frac{4\pi}{c^2}\sigma\mu_r \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} +$ $+ \frac{1}{c^2}\varepsilon_r \mu_r \frac{\overrightarrow{\partial^2 E}}{\partial t^2}$
Densidad de cantidad de movimiento transportada por una onda electromagnética (Π = vector de Poynting)	$\vec{p}' = \frac{1}{c^2}\vec{\Pi}$	$\vec{p}' = \frac{1}{4\pi c}\vec{\Pi}$

Fenómeno	Fórmula en SI	Fórmula en CGS de Gauss
Densidad de momento cinético transportado por una onda electromagnética (Π = vector de Poynting)	$\vec{L} = \frac{1}{c^2}\,\vec{r} \wedge \vec{\Pi}$	$\vec{L} = \frac{1}{4\pi c}\,\vec{r} \wedge \vec{\Pi}$
Presión de radiación media de una onda electromagnética sobre una superficie absorbente ideal (E_0 = amplitud del campo eléctrico)	$p = \frac{1}{2}\varepsilon_0\, E_0^2$	$p = \frac{1}{8\pi}\, E_0^2$
Presión de radiación media de una onda electromagnética sobre una superficie prefectamente reflectante (E_0= amplitud del campo eléctrico)	$p = \varepsilon_0\, E_0^2$	$p = \frac{1}{4\pi} E_0^2$
Lagrangiano de una partícula en el campo electromagnético (energía cinética menos energía potencial)	$L = \frac{1}{2} mv^2 - QV + \\ + Q\vec{v}\cdot\vec{A}$	$L = \frac{1}{2} mv^2 - QV + \\ + \frac{1}{c} Q\vec{v}\cdot\vec{A}$
Hamiltoniano de una partícula en el campo electromagnético (energía total)($\vec{p} = m\vec{v} + Q\vec{A}$, es la cantidad de movimiento; unidades SI)	$H = \frac{\left(\vec{p} - Q\vec{A}\right)^2}{2m} + QV$	$H = \frac{\left(\vec{p} - \frac{1}{c}Q\vec{A}\right)^2}{2m} + QV$
Tensor campo electromagnético	$\begin{pmatrix} 0 & B_z & -B_y & -\frac{i}{c}E_x \\ -B_z & 0 & B_x & -\frac{i}{c}E_y \\ B_y & -B_x & 0 & -\frac{i}{c}E_z \\ \frac{i}{c}E_x & \frac{i}{c}E_y & \frac{i}{c}E_z & 0 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{c}\begin{pmatrix} 0 & B_z & -B_y & -iE_x \\ -B_z & 0 & B_x & -iE_y \\ B_y & -B_x & 0 & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 \end{pmatrix}$
Cuadrivector potencial electromagnético	$\vec{A} = \left(A_x\ A_y\ A_z\ \frac{i}{c}V\right)$	$\vec{A} = \left(A_x\ A_y\ A_z\ iV\right)$
Cuadrivector densidad de corriente (para nube homogénea de partículas con densidad de carga ρ y velocidad $\vec{v}$)	$\vec{J} = \rho\left(v_x\ v_y\ v_z\ ic\right)$ $\rho = \rho_0 / \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$	igual

Fenómeno	(*) **Fórmula en SI**	(**) **Fórmula en CGS de Gauss**
Tensor de presiones (tridimensional)	$p_{ij} = \frac{1}{2}\delta_{ij}\left(\vec{E}\cdot\vec{D} + \vec{H}\cdot\vec{B}\right) - E_i D_j - H_i B_j$	$p_{ij} = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{1}{2}\delta_{ij}\left(\vec{E}\cdot\vec{D} + \vec{H}\cdot\vec{B}\right) - E_i D_j - H_i B_j\right]$
Tensor energético (tetradimensional) ($\vec{\Pi}$ = vector de Poynting)	$T = \begin{pmatrix} p_{xx} & p_{xy} & p_{xz} & \frac{i}{c}\Pi_x \\ p_{yx} & p_{yy} & p_{yz} & \frac{i}{c}\Pi_y \\ p_{zx} & p_{zy} & p_{zz} & \frac{i}{c}\Pi_z \\ -\frac{i}{c}\Pi_x & -\frac{i}{c}\Pi_y & -\frac{i}{c}\Pi_z & -\frac{\vec{E}\cdot\vec{D} + \vec{H}\cdot\vec{B}}{2} \end{pmatrix}$ (*)	$T = \begin{pmatrix} p_{xx} & p_{xy} & p_{xz} & \frac{i}{4\pi}\Pi_x \\ p_{yx} & p_{yy} & p_{yz} & \frac{i}{4\pi}\Pi_y \\ p_{zx} & p_{zy} & p_{zz} & \frac{i}{4\pi}\Pi_z \\ -\frac{i}{4\pi}\Pi_x & -\frac{i}{4\pi}\Pi_y & -\frac{i}{4\pi}\Pi_z & -\frac{\vec{E}\cdot\vec{D} + \vec{H}\cdot\vec{B}}{4\pi} \end{pmatrix}$ (**)
Teorema de la cantidad de movimiento ($\vec{P}$ = cuadrivector cantidad de movimiento; $\vec{\vec{T}}$ = tensor energético; τ = volumen)	$\frac{d\vec{P}}{dt} = -\iiint \overrightarrow{div}\,\vec{\vec{T}}\, d\tau$	igual
Transformación de Lorentz para el campo electromagnético ($\vec{v}$ = velocidad relativa de los ejes X_i; $\gamma = 1\sqrt{1-v^2/c^2}$)	$E_{\shortparallel}^{'} = E_{\shortparallel}$ $E_{\perp}^{'} = \gamma\left(\vec{E} + \vec{v}\wedge\vec{B}\right)_{\perp}$ $B_{\shortparallel}^{'} = B_{\shortparallel}$	$E_{\shortparallel}^{'} = E_{\shortparallel}$ $E_{\perp}^{'} = \gamma\left(\vec{E} + \frac{1}{c}\vec{v}\wedge\vec{B}\right)_{\perp}$ $B_{\shortparallel}^{'} = B_{\shortparallel}$
Para los campos se consideran las componentes paralelas y normales a $\vec{v}$.	$B_{\perp}^{'} = \gamma\left(\vec{B} - \frac{1}{c^2}\vec{v}\wedge\vec{E}\right)_{\perp}$	$B_{\perp}^{'} = \gamma\left(\vec{B} - \frac{1}{c}\vec{v}\wedge\vec{E}\right)_{\perp}$
Cuadrivector cantidad de movimiento	$\vec{P} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\left(v_x\ v_y\ v_z\ ic\right)$	igual

BIBLIOGRAFÍA

1. BIPM. *Le Système international d'unites* (SI). París (2006).
2. AENOR. *Unidades de Medida. Recopilación de normas*. Madrid (2002).
3. CIPM. *Metrología,* revista internacional. Desde 1965 hasta la actualidad.
4. P. J. Mohr y B. N. Taylor. *Codata values Fundamental Constants.* NIST Phis. Lab. Web: physics.nist.gov/constants (2000).
5. F. Cardarelli. *Scientific Unit Conversion.* Springer. Berlín (1999).
6. Ministerio de F omento. *Disposiciones Le gales sobr e Metr ología.* Centro Español de Metrología (1997).
7. I. S. Grigoriev, E. Z. Meilikhov. *Handbook of Physical Quantities.* Russian Research Center (1997).
8. R. M. Barnett *et al. Review of Particle Physicss.* American Institute of Physics (1996).
9. AENOR. *Normas Españolas* UNE 82 100. Madrid (1996).
10. R. M. Barnett *et al. Physicial Review D* 54.1 (1996).
11. F. J. Arceaga. *Unidades de Medida.* Prensas Universitarias de Zaragoza (1995).
12. *Vocabulario Internacional de términos fundamentales y g enerales de Metrología.* Centro Español de Metrología. Madrid (1994).
13. ISO. *Quantities and Units*. Normas ISO 31 (1993).
14. Hernando Colón (hijo de Cristóbal Colón). *Historia del Almirante.* Edición de Historia 16 (1989).
15. C. Sánchez del Río. *Unidades Físicas.* Eudema Uni versidad. Madrid (1987).
16. J. L. Galán. *Sistemas de Unidades Físicas.* Reverté. Barcelona (1987).
17. A. Arenas. *Análisis Dimensional.* Selecciones Científicas (1986).
18. O. Spiridonov. *Constantes Físicas Universales.* Ed. Mir. Moscú (1986).
19. R. García Díaz. *Sistema Internacional de Unidades.* Limusa. México (1984).
20. S. P. Parker. *Diccionario de Física (español-inglés).* McGraw-Hill. México (1984).
21. R. Quatrefages. *Los Tercios.* Ed. Serv. Public. E.M.E. Madrid (1983) y (1984).
22. F. Senent y J. Aguilar. *La Física tiene la r espuesta*. Ed. Reverté. Barcelona (1980).
23. L. A. Sena. *Unidades de las Ma gnitudes Físicas.* Ed. Mir. Moscú (1979).
24. J. M. Vidal. *Las Unidades de Medida a partir del establecimiento del Sistema Métrico.* Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona (1978).
25. K. Gieck. *Manual de fórmulas Técnicas.* Repres. y Serv. Ingeniería. México y Alemania (1977).
26. V. Costa, O. Francés. *Diccionario de Unidades y Tablas de Conversión.* Ed. Gustavo Gili. Barcelona (1977).
27. Presidencia del Gobierno. Comisión Nacional de Metrología y Metrotecnia. *Sistema Internacional de Unidades* (1975).

28. A. Benítez. *Factores de conversión de unidades.* Librería Técnica Bellisco. Madrid (1975).
29. R. Rivas. *Evolución de los Sistemas de Unidades.* Presidencia del Gobierno. Comisión Nacional de Metrología y Metrotecnia. Madrid (1975).
30. R. Lewis. *Electricidad en Unidades SI.* Ed. El Manual Moderno. México (1974).
31. A. Sacklowski. *Magnitudes y unidades físicas.* Ed. Urmo. Bilbao (1973).
32. R. Dybkaer, K. Jorgensen. *Magnitudes y unidades en química clínica.* Ed. Eudeba. Buenos Aires (1971).
33. J. Palacios. *Análisis Dimensional.* Espasa Calpe. Madrid (1956).
34. B. Orchard, et al. Verbum Dei, I. *Antiguo testamento.* Ed. Herder, Barcelona (1956).
35. F. Beigbeder. *Conversaciones metrológicas.* Ed. Castilla. Madrid (1952).
36. V. Vázquez Queipo. *Tablas de los logaritmos vulgares.* XXIX. Ed. Hernando, Madrid (1942).
37. M. Martín. *Nuevo Sistema legal de pesas y medidas.* XIII ed. Bailliere, Madrid (1876).
38. F. P. Mellado. *Enciclopedia Moderna, Diccionario Universal de Literatura, Ciencias, Artes.* F. P. Mellado, Madrid (1851).
39. Cristóbal Colón. *Diario de a bordo* (1492).

Índice alfabético de magnitudes y unidades

A (ampère, amperio), 349
A (F, energía de Helmholtz), 294
A (número másico), 536
A · in^2, 405
A · m^2, 405
a. l., ly (año-luz), 71
A/m, 392
A/m^2, 374
A/pie^2 (A · ft^{-2}), 374
A/pulgada (A · in^{-1}), 375
A/pulgada ^{2} (A · in^{-2}), 374
A/Wb, 420
Å (Ángstrom), 71
Å · mol^{-1}, 384
abampére = biot, 350
abcoulomb, 348
abcoulomb · cm, 378
abcoulomb · cm/mol, 383
abfarad, 366
abhenry, 399
abohm, 369
Absorción, factor de, 255
Absortancia, 468
  espectral, 469
    direccional, 470
abvolt = erg/abcoulomb, 355
Acción, 143
Aceleración, 113
  angular, 119
  en una onda (acústica), 232
Acidez y basicidad, 572
acre (ac), 83
acre · pie (ac · ft), 89
acre · pie/día (ac · ft/day), 176
acre/s (ac · s^{-1}), 166
Actividad, 549, 589
Actividad,
  absoluta estándar, 551, 552, 555
    del disolvente, 557
    del gas, 551
  catalítica, 560
  (radiactiva) másica, 590
  (relativa) del disolvente, 556
  relativa del soluto, 552, 553
Acústica, índice de reducción, 256
Admitancia, 428
Afinidad de una reacción química, 559
Aislamiento térmico, coeficiente de, 327
Alcalinidad, 572
Alcance,
  lineal medio, 628
  másico medio, 629
Alfabeto griego, 68
Amortiguamiento, coeficiente de, 211
amperio, ampère, A, 24, 349
amperio · hora (A · h), 348
amperio · vuelta, 419
amperio · vuelta/cm, 392
amperio · vuelta/pie, 392
amperio · vuelta/pulgada, 392
amperio internacional
Amplitud, 206
  de aceleración, 208
  de velocidad, 208
Anarmonicidad, coeficiente de, 217
Anchura de un nivel, 594
Ángulo, 102
  de Brewster, 500
  de incidencia, 496
  de refracción, 497
  de rotación óptica, 506
  límite, 499
  llano, 102
  recto, 102
  sólido, 106
año (a, yr), 107
  bisiestos, 109
  sidéreo, 108
  -luz (año de luz), a.l., ly, 71
Área, superficie, 82
área = 100 m^2, 82
Área de absorción, 261

atm (atmósfera), 142
Atmósfera · litro (atm · l), 137
Atmósfera · pie cúbico (atm · ft^3), 137
AU, UA, unidad astronómica, 71
Aumento,
  angular, 504
  lineal, 504
Autoinducción, 398
Autoinductancia, 398
Avance de reacción, 559
Avogadro, constante, núnero de, 530

B (bel, belio), 239, 240, 243, 244, 257
bar = 10^5 Pa, 142
baria = dyn/cm^2, 142
baria · s/cm, 249
baria · s/cm^3, 248
barn, 83, 613
barn/(erg · sr), 617
barn/(eV · sr), 617
barn/(J · sr), 617
barn/(MeV · sr), 617
barn/cm^3, 619
barn/m^3, 618
barn /sr, 616
Barrel,
  beer US, 89
  proof spirits US, 89
Barril,
  de áridos US (dry barrel, dbl US), 89
  de petróleo US, 89
Basicidad, 572
bequerel (Bq), 590
biot, 350
Bohr, magnetón de, 577
Boltzman, constante de, 291
Bq (becquerel), 590
Bq/g, 590
Bq/kg, 590
Bq/libra (Bq/lb), 590
braza (náutica), fathom, 70
breguet (unidad antigua en Francia), 369
Btu (British termal unit), 137
Btu/ºF = Btu/ºR, 294
Btu/lb, 321, 322
Btu/(lb · ºF) = Btu/ (lb · ºR), 312
Btu/(h · ft ·ºF) = Btu/(h · ft · ºR), 325
Btu/(h · ft^2), 324
Btu/(h · ft^2 · ºF) = Btu/(h · ft^2 · ºR), 327
Btu/(h · ºR), 329
Btu/(ºR · mol) = Btu/(ºF · mol), 299, 316
Btu/(s · ft · ºF) = Btu/ (s · ft · ºR), 325
Btu/(s · ft^2), 324
Btu/(s · ft^2 · ºF) = Btu/(s · ft^2 · ºR), 327
Btu/(s · ºR), 329
Btu/h, 140
Btu/h, 324
Btu/mol, 321, 322
Btu/pie^3 (Btu · ft^{-3}), 154
Btu/$pulgada^3$ (Btu · in^{-3}), 154
Btu/s, 140
Btu/s, 324
bujía,
  Carcell, 512
  decimal, 512
  Hefner, 512
  inglesa, 512
  internacional, 512
  nueva = candela, 512
  Vermon-Harcourt, 512
Bushel,
  UK (bu UK), 89
  US (bu US), 89

C (coulomb, culombio), 348
C · in · mol^{-1}, 384
C /(kg·s) = A/kg, 642
C · m = A · s · m (culombio · metro), 378
C · m/mol, 383
C · pie (C · ft), 378
C · pulgada (C · in), 353, 378
C/kg, 641
C/m^2 (culombio/m^2), 352, 380
C/mol, C/Eq, 565
C/pie^3 (C · ft^{-3}), 351
C/pulgada (C · in), 353
C/$pulgada^2$ (C · in^{-2}), 380
C/$pulgada^3$ (C · in^{-3}), 351
cable, 70
cal (caloría termoquímica o común), 137
cal IT (International Table) (producción de energía), 137
cal/cm^3, 154
cal/g = kcal/kg, 321, 322
cal/h, 140
cal/h, 324
cal/ºC = cal/K
cal/s, 140
cal/(K · mol), 299, 316
cal/(h · K), 329
cal/(s · K), 329
cal/(s · m^2), 324
cal/(g · ºC) = cal/(g · K), 312
cal/(s · cm^2 · K), 327
cal/(s · m · ºC) = cal /(s · m · K), 325
cal/(s · m^2 · K), 327

Cálculos mediante fórmulas, 57
Calefacción por un ciclo frigorífico, 335
Calor, 136, 319
  cantidad de, 319
  de combustión, 321
  de transformación, 319
  específico, 311-314
caloría, cal, 137
Camino óptico, 498
Campo,
  de inducción,
    eléctrica, 360, 480
    magnética, 389, 479
  eléctrico, 353, 479
  gravitatorio, 113, 170
  magnético, 391, 482
candela (cd), 25, 512
Cantidad,
  de luz, 509
    espectral, 517
  de movimiento, 158
  de sustancia, 527
Capa de hemirreducción, 492, 622
Capacidad,
  calorífica, 311
    específica, 311-314
    molar, 315, 316
  eléctrica, 366
Carga,
  eléctrica, 347
  elemental, *e*, 348
  elemental · armstrong, 378
  elemental · cm (e · cm), 378
  magnética, 412
Caudal,
  en masa, 177
  (en volumen), 175
cd (candela) = lm/sr, 512
cd/m, 520
cd/m^2 = lm/(sr · m^2), 515
(cd/m^2)/m = cd/m^3, 525
(cd/m^2)/nm, 525
cd/nm, 520
centiárea (m^2), 82
centipoisse (cP), 178
centistokes (cSt), 179
chain (cadena), 70
chaldron, 89
Chu (centigrade heat unit), 137
Ci (curio), 590
Ci/libra (Ci/lb), 590
ciclos/s = Hz, 115
Circulación del campo eléctrico, 364
circular inch, 83
circular mil, 83
cm^2/s, 330
cm^2/sr, 616
cm^2/(erg · sr), 617
cm^2/(V · s), 387
cm^2/(statvolt · s), 632
cm^3/mol, 535
cm^3/s, mm^3/s, 176
Cociente de las capacidades caloríficas, 317
Coeficiente,
  de absorción lineal, 492
  de absorción másico, 493
  de absorción molar, 494
  de actividad, 551, 554
  de aislamiento térmico, 327
  de amortiguamiento, 211
  de anarmonicidad, 217
  de atenuación (haz de partículas o radiación), 620
  atómico, 624
  de un medio, 261, 491
  de una onda térmica, 332
  electrónico, 625
  másico (haz de partículas o radiación), 623
  molar (haz de partículas o radiación), 624
  para efectos fotoeléctrico, Compton y pares, 621
  de autoinductancia (autoinducción), 398
  de compresibilidad,
    adiabática (isentrópica), 308
    isotérmica, 307
  de difusión, 565, 647
    para la densidad neutrónica, 647
    para la tasa de fluencia neutrónica, 648
    térmica, 567
  de dilatación,
    cúbica (isobárico), 305
    lineal, 304
    superficial, 305
  de fase, 260
  de fricción,
    angular, 182
    cuadrática, 183
    lineal, 181
  de inductancia (inducción) mutua, 400
  de Poisson, 274
  de presión, 307
  de propagación, 262
  de radiancia, 477
    espectral, 478
  de recombinación, 632
  de reflexión, 252
    para amplitudes, 258
  de resistencia,

a la rodadura, 167
al pivotamiento, 169
viscosa, 210
de restitución, 282
de rozamiento, 166
de torsión de un hilo o una barra, 278
de transferencia de calor, 326
de transmisión, 253
para amplitudes, 258
térmica, 326
de un muelle elástico, 277
de una clase dada de muelle, 277
giromagnético, 584
manométrico, 189
másico de transferencia de energía, 640
osmótico, 557
piezotérmico, 306
relativo de presión, 307
Concentración,
en cantidad de sustancia (molaridad), 543
en equivalentes químicos (normalidad), 545
másica, 542
molecular, 541
Conductancia, 369, 430
térmica, 329
Conductividad,
eléctrica, 372
térmica (calorífica), 325
Constante,
armónica, 207
Constante crioscópica, 563
de Avogadro, 530
de Boltzman, 291
de desintegración, 591
de equilibrio de una reacción química, 561
de estructura fina, 587
de Faraday, 564
de Hubble, 487
de la gravitación, 172
de los gases perfectos, 288
de masa atómica, 535, 598
de Rydberg, 574
de Stefan-Boltzmann, 463
de tiempo, 211, 220
de un reactor, 656
de torsión de un hilo o una barra, 278
de un muelle elástico, 277
de una clase dada de muelle elástico, 277
de Wien, 465
dieléctrica (permitividad), 357
ebulloscópica, 563
elástica, 209
magnética, 393
particular de un gas perfecto, 288
particular del aire húmedo, 340
primera y segunda de radiación, 464
cord UK, cord US (wood), 89
Corriente,
de desplazamiento, 388
de inducción eléctrica, 388
eléctrica, 349
Corrimiento al rojo, 488
culombio, coulomb, 348
cup US, 89
curie, curio (Ci), 590
Curio/gramo (Ci/g), 590
Curio/kg (Ci/kg), 590
CV (caballo de vapor), 139
CVh (caballo de vapor · hora), 137
cwt long US = cwt UK, 121
cwt short (US), sh cwt (cental UK), 121
cwt UK (hundredweight) (“quintal” UK), 121
cwt UK = cwt long US (fuerza), 133
cwt US (short) (fuerza), 133

dB (decibel, decibelio), 239, 241, 243, 245
debye, 378
debye/mol, 383
decenio, 108
Decremento,
logarítmico, 212
medio, 651
Defecto,
de masa, 595
por nucleón, 596
relativo, 598
Deformación,
angular, 269
de volumen, 270
lineal, 269
principales, 271
Densidad, 144
de cantidad de movimiento, 161
de carga, 350
ficticia de polarización, 381
de corriente, 374
de desplazamiento, 388
de partículas, 613
ficticia de imanación, 410
de energía, 153
acústica, 234
de una onda electromagnética monodireccional, 483
electromagnética, 414
electrostática, 385
en una onda, 234
radiante, 435
radiante espectral, 436

de flujo,
de energía, 612
de partículas, 609
eléctrico, 360
magnético,
neutrónico, 646
de la tasa de flujo térmico, 324
de moderación, 649
de momento cinético, 162
de partículas (numérica), 533
fotónica, 455
iónica, 632
lineal,
de carga, 352
de corriente, 375
corriente ficticia de imanación, 411
másica, 148
neutrónica, 643
relativa, 151
superficial,
carga ficticia de polarización, 382
de carga, 351
másica, 147
total de una fuente de neutrones, 648
Desfase, 427
Desplazamiento de partícula (acústica), 230
día (día solar medio, d), 107
día de luz, 71
día sidéreo, 107
Días julianos (Astronomía), 109
Diferencia,
de fase, 427
de potencial, 354
de potencial magnético, 417
Difusividad térmica, 329
Dilatación,
cúbica, 270
lineal, 269
Dimensiones y unidades SI, 33, 34
dina (dyn) = g · cm · s^{-2}, 133
dioptría, 502
Disipación, factor de, 254
Distancia,
focal, 501
imagen, 503
objeto, 503
Dosis,
absorbida, 636
equivalente, 636
dram (avoirdupoids, «adarme»), 121
dram troy (apoth dram), 121
dyn (dina), 133
dyn · cm, 158
dyn/cm, 151
dyn/cm = erg/cm^2, 181
dyn/cm^2, 150
dyn/cm^3, 149, 184
dyn · cm · s, 165
dyn · cm · s/rad, 182
dyn · s, 164
dyn · s/cm, 211, 214, 215
dyn · s/cm^3, 185
dyn · cm^2/g^2, 173

e (carga elemental), 348
e · cm (carga elemental · cm), 378
Ecuaciones de Maxwell en el vacío, 663
Eficacia,
luminosa, 512
espectral, 520, 521
Eficiencia,
frigorífica, 334
luminosa, 522
espectral, 522
einstein = energía de 1 mol de fotones (monocromáticos), 137
Elastancia, 367
electrón voltio (eV), 137
Electrovalencia, 569
Elementos químicos,
notación, 59
químicos, tabla o sistema periódico, 536
Emisividad, 466
espectral, 467
direccional, 467
Energía, 136
cinética, 136
del neutrón, 643
coeficiente másico de transferencia, 640
de desintegración,
alfa, 600
beta, 601, 603
de enlace (relativa, por nucleón), 599
de Helmholtz, 294
de reacción,
(nuclear), 605
(química) isobárica, 320, 322
de resonancia, 607
de Rydberg, 574
del oscilador elástico, 218
impartida, 633
específica, 634
interna,
(energía termodinámica), 292
específica, 295
molar, 296

libre,
(de Helmholtz), 294
específica, 299
molar, 300
ligada, 303
pérdida media de, por par iónico, 635
radiante de una onda electromagnética, 434
Entalpía, 292
específica, 297
libre (de Gibbs), 295
específica, 300
molar, 301
molar, 297
Entropía, 293
específica (másica), 298
molar, 298
eón (Ga, gigaaño), 108
Eq, equivalente químico, 545
Eq/cm^3, 546
Eq/l, 546
Eq/m^3, 546
ergio (erg), 137
erg · cm^2, 628
erg · cm^2/g, 628
erg · s, 144
erg/g, 172, 321, 322, 635, 636
erg/s, 139
erg/h, 324
erg/cm, 627
erg/cm^3, 154
erg/cm^4, 437
erg/K = erg/ºC, 294
erg/(g · K) = erg/(g · ºC), 289, 312
erg/(s · Hz), 439
erg/(s · K), 329
erg/(mol · K), 316
erg/(cm · K), 325
erg/(mol · K) = erg/(mol · ºC), 288, 299
erg/(s · cm^2), 324, 416
erg/(s · cm^3), 442
erg/(s · cm^2 · K), 327
erg/(s · cm^2 · K^4), 463
erg/(s · sr · cm), 444
erg/(s · sr · cm^2), 445
erg/(s · sr · cm^3), 446
Esfuerzo,
cortante, 266
normal, 266
Espesor de semiatenuación, 492
estéreo, 88
esterorradián (estereorradián), 27, 106
eV, electronvoltio, 137
eV · cm^2, 628
eV · cm^2/g, 628
eV · m^2, 628
eV · s, 144
eV ·m^2 /kg, 628
eV/m, 627
eV/cm, 627
eV/cm^3, 154
eV/s, 140
Exitancia, 446
fotónica, 459
luminosa, 513
espectral, 523
radiante, 446
espectral, 447, 523
Exponente,
isentrópico, 319
politrópico, 318
Exposición,
de radiación ionizante, 641
fotónica, 460
luminosa, 517
espectral, 526
radiante, 448
Expresiones numéricas en diversos idiomas, 56

F = C/V (faradio o farad), 366
F, constante de Faraday, 654
F, energía de Helmholtz, 294
Factor,
de absorción, 255, 468
de acoplamiento, 401
de calidad, 221, 426
de disipación, 254
de dispersión, 402
de fisión rápida, 653
de multiplicación, 654, 655
de potencia, 431
de reflexión, 252, 471
para amplitudes, 258
de rozamiento, 166
de rugosidad, 190
de transmisión, 253, 258, 475
de utilización, 653
Faraday, constante de, 564
faradio, farad, F, 366
faradio/pulgada (F · in^{-1}), 358
fathom (braza náutica), 70
fg (furlong), 70
fl oz UK (onza de fluido UK), 89
fl oz US (onza de fluido US), 89
Fluencia,
de energía radiante, 440
de partículas, 608
energética, 610
neutrónica, 645

fluid dacha, 89
Fluidez, 179
Flujo,
de energía, 235, 611
de inducción eléctrica, 363
de partículas, 608
del campo eléctrico, 362
eléctrico, 363
fotónico, 456
luminoso, 510
espectral, 518
magnético, 397
neutrónico, 644
radiante, 437
espectral, 439
fonio, 246
Fórmulas,
cálculos, 57
y magnitudes CGS y SI, 664, 665, 667
Fracción,
de conversión interna, 604
de empaquetamiento, 599
de enlace, 599
másica, 543
molar, 544
volumétrica, 546
franklin, 348
Frecuencia, 115, 204
angular, 117, 205
ciclotrónica, 586
circular, 205
de Larmor, 585
de resonancia, 215
de rotación, 115, 204
del oscilador amortiguado, pseudifrecuencia, 216
intervalo, relación, 228
propia, 215
frigoría (kcal en refrigeración), 137
frigoría/segundo (kcal/s, en refrigeración), 140
ft, foot, pie, 70
ft US Survey, 70
ft^2/s, 330
ft^3/lb, 147
$ft^3/slug$ (ft^3/sg), 147
Fuerza, 132
contraelectromotriz, 373
cortante de una viga, 280
deformadora de un muelle, 279
electromotriz, 373
iónica, 570
magnetomotriz, 418
recuperadora de un muelle, 279
Fugacidad de un gas, 550
Función,
de Massieu, 302
de Planck, 303

g (gramo), 120
g, campo gravitatorio (intensidad), 113
g, coeficiente giromagnético, 584
g · cm, 155
g · cm/s, 159
$g \cdot cm^2$, 156
$g \cdot cm^2/s$, 160
g/cm, 148
g/cm^2, 142, 147
g/cm^3, 145
g/l, 145
g/m^3, 145
g/mol,529
g/s, 177
$g \cdot cm^{-1} \cdot s^{-1}$, 163
$g \cdot cm^{-2} \cdot s^{-1}$, 162
$g \cdot K \cdot mol^1$, 564
gal, 114
galón UK (gal UK) (galón imperial), 89
galón UK/lb, 147
galón UK/min, 176
galón US (gal US), 89
galón US/día, 176
galón US/lb, 147
galón US/min, 176
galón US/s, 176
gamma, 390
gauss, 390
gauss · m, 403
gauss · pulgada (gauss · in), 403
gauss · pie^2, 398
gauss · $pulgada^2$, 398
Gauss, sistema de, comparado con el SI, 660
GeV/c, 159
GeV/c^2, 121
GeV/K, 294
$gf \cdot s^{-1} = dyn \cdot s/cm$, 182
$gf/cm^3 = pondio/cm^3$, 149
Gibbs,
entalpía de, 295
específica de, 301
molar de, 301
gilbert, 419
gill UK, gill US, 89
Giorgi, unificación de, 18
gon, 102
Gradiente,
adiabático, 343
geométrico, 343

grado (grado sexagesimal)(º), 102
grado · s^{-2}, 119
grado Celsius, ºC (grado centígrado), 285
grado centesimal, 102
grado cuadrado, 106
grado/m, 227
grado/cm, 227
Grado,
  de disociación, 562
  de polarización, 498
  de polimerización, 563
  del meridiano, 71
  Fahrenheit, ºF, 286
  Ranking, ºR, 286
grado Reamur, 286
Gráficas, 67
grain («grano»), 121
grain o grano fuerza, 133
gramo (g), 120
gramo fuerza, pondio (g, gf), 133
Gravitación, constante de, 172
gray (Gy) = J / kg, 635, 636
GWh, 137
Gy (gray) = J/kg, 635, 636
Gy · m^2/J, 640
Gy/s = J/ (kg · s) = W/kg, 638

H/m = V · s/(A · m) ≡ T · m/A, 393
hand, 70
hectárea (hm^2), 82
hectómetro cúbico (hm^3), 88
Helmholtz,
  energía de, 294
    específica de, 299
    molar de, 300
henry, henrio (H), 399
henrios/metro (H/m), 393
henrios/pie (H · ft^{-1}), 393
henrios/pulgada (H · in^{-1}), 393
hertz (Hz), 115
hm^3/s, 176
hora (h), 107
HP (horse power), 139
HPh (horse power · hour), 137
Humedad,
  absoluta, 336
  específica, 338
  relativa, 341
Hz, hertz, 115

Iluminancia, 515
  espectral, 525
Imanación, 406
Impedancia,
  mecánica, 214
  característica de un medio (acústica), 249
  característica para ondas electromagnéticas, 489
  (en corriente alterna), 422
  acústica, 248
Impulso,
  angular, 164
  de percusión, 163
in, inch, pulgada, 70
in H_2O (pulgada de agua), 142
in Hg (pulgada de mercurio), 142
in^2/(V · s), 387
in^3/lb, 147
in^3/slug (in^3/sg), 147
Índice,
  de reducción acústica, 256
  de refracción, 223, 494
    absoluto, 494
    relativo, 495
Inducción,
  eléctrica, 360, 480
  magnética, 389, 481
Inductancia,
  mutua, 400
  propia, 398
Informática,
  prefijos y unidades en, 44
Intensidad,
  acústica, 236
  de una fuente o foco en una dirección dada, 442
  de corriente eléctrica, 349
  de una onda, 236
  de una onda electromagnética monodireccional, 485
  espectral de una fuente en una dirección dada, 443
  fotónica, 457
  luminosa, 511, 519
  radiante,
  sonora, 236
Intervalo de frecuencias, intervalo musical, 228
Ionización,
  lineal, 630
  total, 630
Irradiancia,
  esférica, 440, 441
  en una superficie que recibe radiación, 449
  espectral en una superficie, 453
  fotónica en una superficie, 461

J/h, 324
J/m^4, 437
J/ºR = J/ºF, 294
J/(kg · K), 289
J/(m^3 · nm), 437
J/(mol · K), 288
J/(mol · ºR), 299
jansky (Jy), 454
julio internacional (en desuso), 137

K · cm^2 · s/cal, 328
K · cm^2 · s/erg, 328
K · h/cal, 328
K · m^2 · h/cal
K · m^2 · s/cal
K · m^2/W, 327
K · s/cal, 328
K · s/erg, 328
K, kelvin, 24, 285
K/W, 328
kayser, 226
kelvin, K (antes grado kelvin, grado absoluto), 24, 285
Kerma (Kinetic Energy Released in Matter), 639
kilogramo, kg, 24, 119
kilogramo fuerza, kilopondio (kg, kgf, kp), 133
kilográmetro (kgm, kgf · m), 137
kg · K/mol, 564
kgm/m^3, 154
kg · m^2/s, 160
kg/cm^2 (kgf/cm^2) (atmósfera técnica, at), 142
kg/mm^2 (kgf/mm^2), 142
kg/mol, 529
kgf · m = kp · m, 158
kgf · s/m, 211, 214, 215
kgf/m = kp/m, 151, 181
kgf/m^2, 150
kgf/m^3 = kp/m^3, 149
kgm · s (kgf · m · s), 144
kgm/kg, 172
kgm/s, 139
kilociclos/s = kHz, 204
kilowatio hora (kWh), 137
kJ/(h · m · ºC) = kJ/(h · m · K), 325
km/h, 110
km^2/s, 166
(km/s)/año luz, 487
(km/s)/Mpc, 487
(km/s)/UA, 487
kp, kgf, 133

l, L (litro), 88
l/g, litros por gramo, 146
l/s = dm^3/s, 176
lambert, 514
lambert/nm, 524
Letargia, 650
libra (avoirdupoids), lb, 121
lb (libra), 121
lbf, libra fuerza, 133
lbf/in, 151
lbf/in^2, libras por pulgada cuadrada (psi), 142, 150
lbf/in^3, 149
libra · pie (lb · ft), 155
libra · pie = lbf · ft, 137, 158
libra fuerza · s (lbf · s), 164
libra pie/segundo (lbf · ft · s^{-1}), 140
libra fuerza · pie · $libra^{-1}$ (lbf · ft · lb^{-1}), 172
libra · pie · segundo (lbf · ft · s), 144
libra · pie · s^{-1} (lb · ft · s^{-1}), 164
libra · pie/s (lb · ft · s^{-1}), 159
libra · pie · segundo/radián = lbf · ft · s · rad^{-1}, 182
libra · pie^{-1} · s^{-1} (lb · ft^{-1} · s^{-1}), 163
libra · pie^2 (lb · ft^2), 156
libra · pie^2/s (lb · ft^2 · s^{-1}), 160
libra/pie (lb · ft^{-1}), 148
libra/pie = lbf · ft^{-1}, 181
libra/pie^2 (lb · ft^{-2}), 147
libra/pie^2 (lbf · ft^{-2}), 142
libra · pie^{-2} · s^{-1} (lb · ft^{-2} · s^{-1}), 162
libra/pie^3 (lb · ft^{-3}), 145
libra · pulgada (lb · in), 155
libra · pulgada (lbf · in), 137
libra · pulgada · s^{-1} (lb · in · s^{-1}), 164, 159
libra · $pulgada^{-1}$ · s^{-1} (lb · in^{-1} · s^{-1}), 163
libra · $pulgada^2$ (lb · in^2), 156
libra · $pulgada^{-2}$ · s^{-1} (lb · in^{-2} · s^{-1}), 162
libra · $pulgada^2$ · s^{-1} (lb · in^2 · s^{-1}), 160, 165
libra · segundo/pie (lbf · s · ft^{-1}), 182
libra · segundo/pie cúbico (lbf · s · ft^{-3}), 185
libra ·segundo/pie cuadrado (lbf · s · ft^2), 178
libra fuerza · pulgada · s (lbf · in · s), 165
libra fuerza · $pulgada^2$/$libra^2$ (lbf · in^2/lb^2), 173
libra troy (pound troy), lb t, apoth lb, 121
libra/galón UK (lb/gal UK), 145
libra/galón US (lb/gal US), 145
libra/pulgada (lb · in^{-1}), 148
libra/$pulgada^2$ (lb · in^{-2}), 147
libra/$pulgada^2$ (lbf · in^{-2}), psi, 142
libra/$pulgada^3$ (lb · in^{-3}), 145
libra/$pulgada^3$ (lbf/in^3), 184
(libra/$pulgada^2$)/pie, (lbf · in^{-2} · ft^{-1}), 184
libra/s (lb/s), 177

libra/yarda^2 (lb · yd^{-2}), 147
libra/yarda^3 (lb · yd^{-3}), 145
line (button)(US), 70
line (línea), 70
línea/cm^2, 390
línea/m^2, 390
línea/pulgada^2 (líne/in^{-2}), 390
link (eslabón), 70
litro (dm^3), 99
lm (lumen) = cd · sr, 511
(lm/m^2)/m = lm/m^3, 524
(lm/m^2)/nm, 524
lm · s = cd · sr · s, 510
lm · s/m 518
lm · s/nm, 518
lm/cm^2 = phot, 516
lm/cm^2 = lambert, 514
lm/m, 519
lm/m^2, 514
lm/m^2 = lux, 516
lm/nm, 519
lm/W, 513
lm/W, 521
load UK, 89
Longitud, 69
  de atenuación, 263
  de onda, 225
  de onda térmica, 330
  de semiatenuación, 263
lumen (lm), 511
lumen · hora (lm · h), 510
lumen · segundo (lm · s), 510
Luminancia, 514
  espectral, 524
Luminosidad de una estrella, 437, 449
lustro, 108
lux (lx) = lm · m^2, 516
lux · segundo (lx · s), 517
lx · h/nm, 526
lx · s/m, 526
lx · s/nm, 526
lx/cm, 525
lx/m, 525
lx/nm, 525

m H_2O, 142
M, m_l, m_j (números cuánticos), 580, 582
m^2/(V · s), 632, 386
m^2(J · sr), 617
m^2/s, 179, 330
m^2/sr, 616
m^3/día, 176
m^3/mol, 535
m^3/s, 175
m^3/Utm, 146
Ma, Myr (millón de años, megaaño), 108
Magnetón,
  nuclear, 578
  de Bohr, 577
Magnitud(es),
  absoluta y visual de una estrella, 437, 449
  símbolos y normas, 45, 61, 62
Masa, 119
  atómica, 529
    relativa, 532
  de inercia, 119
  de un átomo o de un núcleo, 541
  defecto de, 595
  gravitatoria, 119
  magnética, 412
  molar (masa molecular), 529
  molecular relativa, 531
    relativa ficticia del aire húmedo, 339
masa solar (m_{SOL}), 121
Massieu, función de, 302
maxwell = gauss · cm^2, 398
mb, milibar (usado en Meteorología), 142
megaciclos/s = MHz, 204
megaparsec (Mpc), 71
megatón (explosión equivalente a 10^6 t de TNT), 137
mes de luz, 71
metro, 11, 14, 24, 69
MeV, 137
MeV · cm^2, 628
MeV · cm^2/g, 628
MeV · m^2, 628
MeV · m^2/kg, 628
MeV · s, 144
MeV/c, 159
MeV/c^2, 121
MeV/m, 627
MeV/cm, 627
MeV/h, 140
MeV/m^3, 154
mgf/mm, 181
mil, thou (milipulgada), 70
mile, mi, milla, 70
mile^2 US survey, 83
milenio, 108
milésima,
  angular, 102
  artillera, 102
miligal, 114
mililitro (ml) (cm^3). 88
milla, statute mile, 70
milla cuadrada (mile^2, sq mile), 83

milla geográfica, 71
milla náutica imperial UK, 71
milla náutica, nautic mile, 70
milla/h, 111
million gal US, 89
millón de galones US/día = mgd, 176
minim (min, unidad de volumen), 89
minuto (′), 102
minuto (min), 107
mm Hg, 142
mm^3/t, 146
Módulo,
  de cizalla, 275
  de compresibilidad, 276, 309
    adiabática, 310
    isentrópica, 310
    isotérmica, 309
  de compresión (ver de compresibilidad)
  de elasticidad (longitudinal), 272
  de rigidez (o cizalla), 275
  de torsión, 275
  de Young, 272
mol, 15, 25, 527, 528
mol/kg, 547
Molalidad, 547
Molaridad, 543
Molécula gramo, 15
Momento, 158
  angular, 159
  cinético, 159
  cuadrático de una área plana, 283
  cuadripolar, 384
  de fuerzas, 157
  de inercia, 155
  de inercia geométrico de un área plana, 283
  de percusión,164
  dipolar (eléctrico), 377
    de una partícula, 567
  estático, 154
  estático geométrico de un área plana, 283
  flector en una viga, 281
  lineal, 158
  magnético, 404
    de una partícula, 576
  polar de un área plana, 284
  recuperador de un hilo o una barra, 280
  torsor, 280
Momentum, 158
Movilidad,
  de una partícula o portador de carga, 386, 631
  relación de, 387
mR, 641
mR/h, 642
mrad, 635, 636
mrad/año, 638
mrad/h, 638
Múltiplos decimales, 41

n (número cuántico), 578
$N \cdot m \cdot s/rad = kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$, 182
$N \cdot s \cdot m^{-2} = Pa \cdot s$, 178
N · s/m, 181, 211, 214, 215
N, número neutrónico, 536
N/C, 354
$N/m^2 = Pa$, 141
néper (NP), 238, 240, 242, 244, 257
nit, 515
Nivel,
  anchura de, 594
  de campo, 237
  de intensidad acústica, 241
  de potencia acústica, 241, 243
  de presión acústica, 239
  de sonoridad, 245
Normalidad, 545
Np (néper), 238, 240, 242, 244, 257
Nucleidos, notación, 59
nudo (knot) = milla náutica/h, 111
Número,
  atómico, 536
  cuántico,
    acimutal, 579
    de espín, 582, 605
    del momento cinético orbital, 579
    del momento cinético total, 583
    magnético, 580, 582
    principal, 578
    secundario, 579
  de Alfven, 199
  de Avogadro, 530
  de carga de un ion, 569
  de Cauchy, 186
  de caudal, 189
  de Cowling, 200, 201
  de equivalentes químicos, 544
  de Euler, 187
  de fotones, 454
  de Fourier, 196
    para transporte de masa, 197
  de Froude, 187
  de Grashof, 192
    para transporte de masa, 192
  de Hartmann, 200
  de Knudsen, 190
  de las ondas superficiales, 191
  de Lewis, 198
  de Mach, 186, 224
  de Margoulis, 194

de moléculas, 530
de Newton, 187
de Nusselt, 193
para transporte de masa, 194
de ondas, 226
angular, 226
de pares de polos, 422
de Péclet, 195
para transporte de masa, 196
de potencia, 188
de Pradtl, 197
de Reech, 187
de Reynolds, 185
magnético, 199
de rugosidad, 190
de Schmidt, 198
de Stanton, 194
para transporte de masa, 195
de Strouhal, 191
de Weber, 188
estequiométricos, 558
expresiones en diversos idiomas, 56
manométrico, 189
másico, 536
neutrónico, 536

octava, 229
Oe (uem), Oersted, 392
Oersted (Oe), 392
oersted · in, 419
ohmio, ohm, Ω, 369
ohm internacional (antiguo), 369
ohmio · metro (Ω · m), 371
ohmio · pulgada (Ω · in), 371
ohmio acústico = Pa · s/m, 259
ohmio^{-1} · m^{-1} (Ω^{-1} · m^{-1}) = S/m, 372
Onda,
aceleración en una, 232
densidad de energía en una, 234
electromagnéticas,
energía radiante, 434
velocidad de propagación, 433
térmicas,
coeficiente de atenuación, 332
velocidad de propagación, 332
ºR · ft^2 · h/Btu, 328
ºR · ft^2 · s/Btu, 328
ºR · h/Btu, 328
Oscilador,
elástico, 213
energía del, 218
forzado amortiguado. 219
ounce, «onza» (oz), 121
ounce (fuerza), 133
ounce troy, 121

Pa, pascal, 141
Pa · s = N · s · m^2 = daP, 178
Pa · s/m^3, 185, 248
Pa · s/m, 249
Pa /m, 184
Pa/(m^3/mol)^2 = Pa · m^6/ mol^2, 290
Pa^{-1} · s^{-1} = m^2 · N^1 · s^{-1}, 180
Par de fuerzas, 157
Parámetros de Van der Waals, 289
parsec (pc), 71
pascal (Pa), 141
pc (parsec), 71
pech US, 89
peck UK, 89
pennyweight (troy),121
Pérdida,
lineal de carga, 183
media de energía por par iónico, 635
Periodo, 203
de semidesintegración, 592
Permeabilidad magnética,
de un medio material, 394
del vacio, 393
relativa, 396
Permeancia, 421
Permitividad,
de un medio material, 357
del vacio, 356
relativa, 359
Peso, 134
específico, 149
lineal, 151
superficial, 150
pH, 572
pie (foot, ft), 70
pie cuadrado (ft^2, sq ft), 82
pie cúbico (foot^3, ft^3, cu ft), 89
pie/s (ft · s^{-1}), 111
pie/s^2 (ft · s^{-2}), 114
pie^2/s (ft^2 · s^{-1}), 166, 179
pie^3/día (ft^3/day), 176
pie^3/mol (ft^3/mol), 535
pie^3/s (ft^3/s), 176
(pie^3/segundo) día = ft^3 · s^{-1} · day), 89
pinta, pint UK (pt UK), 89
pinta, pint de áridos US (dry pt US), 89
pinta, pint de líquidos US (liq pt US), 89
Pivotamiento, coeficiente de resistencia a1, 169
Planck, función de, 303
Poder,
calorífico, 321

de frenado (frenante), 626
lineal total, 626
másico total, 628
atómico total, 627
de resolución (resolverte), 505
Poder,
rotatorio,
específico, 509
molar, 508
óptico, 507
separador (de resolución), 505
point (US), 70
poisse (P), 178
poisse^{-1} (P^{-1}), 180
Poisson, coeficiente de, 274
Polarizabilidad, 568
Polarización, 379
magnética, 407
molar, 383
Polo magnético, 412
poundal/in^3, 149
pondio, pond, 133
Potencia, 139, 376, 430
absorbida, 219
de una lente, 502
de una onda, 235
disipada, 219
e intensidad acústica, nivel de, 243
eléctrica, 376
Potencial,
de Gibbs, 295
de Helmholtz, 294
eléctrico, 354
escalar magnético, 417
gravitatorio, 171
normal, 570
químico, 549
vector magnético, 402
pound = libra (traducción inglés-español) (lbf), 133
pound = libra, lb, 121
poundal = lbf · ft · s^{-2} (no confundir con pound, libra), 133
poundal · ft, 158
poundal · in · s, 165
poundal · pie (poundal · ft), 137
poundal · pie/segundo (pd · ft · s^{-1}), 140
poundal · pie^2/libra^2 (poundal · ft^2/lb^2), 173
poundal · s/pie (pd · s · ft^{-1}), 211
poundal · s/pulgada (pd · s · in^{-1}), 211
poundal · s/pulgada (pd · s · in^{-1}), 214, 215
poundal · pulgada (poundal · in), 137
poundal · pulgada/segundo (pd · in · s^{-1}), 140
poundal/in, 151
poundal/in^2, 150
poundal/pie^2 (poundal · ft^{-2}), 142
poundal/pulgada^2 (poundal · in^{-2}), 142
Poynting, vector de, 415
Prefijos,
decimales, 41, 42
y unidades en Informática, 44
Presión, 141, 265
acústica, 233
nivel de, 239
atmosférica, variación con la altura, 343
efectiva, 265
estática (de equilibrio), 233
osmótica, 556
parcial del gas en mezcla gaseosa, 548
parcial del vapor de agua, 337
saturante del vapor de agua (tabla), 342
Probabilidad,
de escape a la resonancia, 650
de permanencia, 654
Productos de inercia, 155
Proporción de mezcla, 338
Pseudofrecuencia (angular), 216
Pseudoperiodo, 216
pulgada (inch, in), 70
pulgada cuadrada (inch^2, sq in), 82
pulgada cúbica (inch^3, in^3, cu in), 89
pulgada/s (inch · s^{-1}), 111
pulgada/s^2 (in · s^{-2}), 113
pulgada^2/s (in^2 · s^{-1}), 166
pulgada^3/mol (in^3/mol), 535
Pulsación, 117

Quad, 137
quart dry US, 89
quart liq US, 89
quart UK, 89
quarter (fuerza), 133
quarter (qu, «cuarto»), 121
quarter (UK), 89
quilate (quilate métrico) (joyería), q, 121
quilate (unidad de concentración, joyería), 121
quintal métrico, 121

R (röngen), 641
r.p.m. = rev/min (revoluciones por minuto), 118
rad, 27, 102, 635, 636
rad · cm^2/ mol, 508
rad · cm^2/g, 509
rad/hora, 638
rad/año, 638

rad/m, 227, 507
rad/cm, 227, 508
rad/pie (rad/ft), 508
rad/pulgada (rad · in^{-1}). 227
rad/s, 118, 638
rad/s^2, 119
Radiactividad de una muestra, 589
radián, rad, 27, 102
Radiancia, 444
  espectral de una superficie emisora, 445
  fotónica, 458
Radio de Bohor, 573
Radio de curvatura, 103
Rapidez del neutrón, 643
Razón,
  de conversión interna, 604
  giromagnética, 584
Reactancia, 424
  mecánica de un oscilador elástico, 213
Reactividad, 656
Recorrido libre medio, 565
Reducción acústica, 256
Reflectancia, 252, 471
  espectral, 473
    direccional, 474
Refracción, índice de, 223
Relación,
  de difusión térmica, 566
  de frecuencías, 228
  de movilidad, 387
  molar del soluto, 546
Reluctancia, 419
rem, 638
Rendimiento,
  de calefacción de un ciclo frigorífico, 335
  de un ciclo, 334
  de un motor térmico, 334
  de una termobomba, 335
  mecánico, 169
  neutrónico,
    de fisión, 652
    de la absorción, 652
  o eficiencia frigorífica, 334
Resistencia,
  eléctrica, 368, 425
  hidrodinámica, 184
  térmica, 328
Resistividad, 370
rev/s (revoluciones por segundo), 115, 118, 204
rev · min^{-2}, 119
rev · s^{-2}, 119
rev/día, 118
rev/hora, 118
rod (pole, perch), 70
rod cuadrado (sq rod, sq pole, sq perch, rod^2), 83
Rodadura, coeficiente de resistencia, 167
röngen, roengen (R), 641
röngen/hora (R/h), 642
röngen/segundo (R/s), 642
rood (UK), 83
rpm = rev/min,115, 204
Rydberg, constante y energía de, 574

S = A/V (siemens), 369
sack, 89
scruple, 121
seam = quarter UK, 89
Sección,
  eficaz, 612
    espectral, 616
    macroscópica, 617
    total macroscópica, 618
  eficaz angular, 615
    espectral, 617
segundo (″), 102
segundo, 24, 107
segundo, minuto, hora, de luz, 71
Semana Santa, 109
siemens, S, 369
siemens (unidad antigua de resistencia), 369
siemens/metro, 372
sievert (Sv), 638
siglo, 108
Sistema,
  CGS gaussiano comparado con el SI, 659, 660
  Internacional de Unidades (SI), historia, 11-21
  Internacional, unidades básicas, 23-25
  métrico decimal, 11-13
  periódico de los elementos, 536
slug (sg) = lbf/(ft/s^2), 121
slug · pie/s (sg · ft · s^{-1}), 159
slug · pie^2/s (sg · ft^2 · s^{-1}), 160
slug/pie^2 (sg · ft^{-2}), 147
slug/pie^3 (sg · ft^{-3}), 145
slug/$pulgada^2$ (sg · in^{-2}), 147
slug/$pulgada^3$ (sg · in^{-3}), 145
slug/$yarda^3$ (sg · yd^{-3}), 145
sonio, 247
Sonoridad, 247
Sonoridad, nivel de, 245
sp (esfera) (ángulo sólido completo), 106
span, 70
Spin (espín), 582
square chain (ch^2) (US), 83

square link (li^2) (US), 83
sr, estereorradián, 27, 106
statampère, 350
statcoulomb = franklin, 348
statcoulomb · cm, 378
statfarad, 366
stathenry 399
statohm, 369
statvolt, 355
Stefan-Boltzmann, constante de, 463
steno, sthene = $t \cdot m \cdot s^2$, 133
stilb = cd/cm^2, 515
stilb/nm, 525
stokes (St), 179
stone («piedra»), 121
stone (fuerza), 133
stone customary, 121
Subíndices, 60
Submúltiplos decimales, 41
Superficie, 82
Superíndices, 60
Susceptancia, 429
Susceptibilidad,
  eléctrica, 380
  magnética, 408
Sv (Sievert) = J / kg, 637

t (tonelada), 120
T = Wb/m^2 = tesla, 390
T · in, 403
T · m (tesla metro) = V · s/m, 403
Tablas,
  periódica de los elementos, 536
  recomendaciones, 67
tablespoon, 89
Tasa,
  de dosis absorbida, 637
  de exposición, 641
  de fluencia,
    de energía radiante, 440, 441
    de partículas, 609
    energética, 612
    neutrónica, 646
  de flujo,
    de volumen, 251
    térmico, 323
  de Kerma, 639
teaspoon, 89
tec (tonelada equivalente de carbón), 137
Temperatura, 23, 285
  de Curie, 406, 407
  de rocío, 343
  de saturación adiabática, 344
  del termómetro húmedo, 344
  virtual, 345
Tensión, 265
  eléctrica, diferencia de potencial, 354
  magnética, 417
  normal, 266
  superficial, 180
  principales, 268
Tensor,
  campo electromagnético, 684
  de inercia, 156
  deformación, 270
  esfuerzo, 267
tep (tonelada equivalente de petróleo), 137
Termentropía, 303
termia, 137
termia/s, 140
tesla (T), 390
tex (en la industria textil), 148
tf/m^3, 149
therm (termia inglesa), 137
Tiempo, 24, 107
  de relajación, 220
  de reverberación, 262
Timbre, 227
ton (explosión equivalente a 1 t de TNT), 137
ton long US (long tn) = ton UK, 121
ton short US (sh tn), 121
ton short US/s (sh tn/s), 177
ton UK = ton long US (fuerza), 133
ton UK, 121
ton UK/s (ton long US/s), 177
ton US (short) (fuerza), 133
tonelada, tonelada métrica (t), 120
tonelada (tonelada métrica fuerza), 133
tonelada/mm^3 (t/mm^3), 145
tonelada/s (t/s), 177
Tono, 227
torr = mm Hg, 142
Trabajo, 136
Transferencia lineal de energía, 638
Transmisión,
  acústica, perdida de, 256
  térmica, coeficiente de, 326
Transmitancia, 253, 475
  espectral, 477

u (masa atómica unificada) ($E = mc^2$), 121, 137
Unidad,
  astronómica, UA, AU, 71
  de masa atómica.
    (antigua escala química)(uam), 121
    (antigua escala física)(uam), 121
  unificada, u, 121

unidad gamma (Química, Farmacia), g, 121
unidad gravimétrica (u.g), 114
unidad meteorológica = 5 nudos, 111
unidad nuclear, 71
unidad técnica de masa (Utm), 121
unidad X (difracción de rayos X) (UX), 71
Unidades,
  angulares, 27
  antiguas,
    de longitud y superficie, 74-88
    de masa o peso, 123-132
    de volumen, 90-101
  básicas del SI, 23-25
  derivadas, 27
  en Informática, 44
  normas para expresar, 48
Utm, unidad técnica de masa, 121
Utm · m/s, 159
Utm · m^2/s, 160
Utm/m, 148
Utm/m^2, 147
Utm/m^3, 145

V = J/C (voltio), 355
V · m, 362
V · pulgada (V · in), 362
V · s/cm^2, 390
V/m = N/C, 354
Valores,
  críticos de Van der Waals, 290
  eficaces de las magnitudes sunosoidales, 426
  numéricos (idiomas), 53, 56
Variables reducidas de Van der Waals, 290
Vector de Poynting, 415
Velocidad, 110
  angular, 117
  areolar, 165
  de fase, 259
  de grupo, 259
  de ondas,
    electromagnéticas, 433
    mecánicas, 222
    térmicas, 332
  de partícula (acústica), 231
  de reacción, 560
  de volumen (acústica), 251
Vergencia (convergencia, potencia de lente), 502
Vida media (de un nucleido), 593
violle, 512
Viscosidad,
  dinámica, 177
  cinemática, 178
  relativa, 179
volt, voltio, V, 355
volt/pulgada (V/in), 354
voltio internacional (antiguo), 355
Volumen, 88
  específico, 146
  molar, 301, 535
vuelta (revolución), 102

W (watt, vatio), 139
Ω (ángulo sólido), 173. Ohm, 369
Watt, watio, vatio, W, 139
(W/m^2)/Hz, 453
W/(m · K), 325
W/(m^2 · K), 327
W/(m^2 · K^4), 463
W/(m^2 · nm), 442
W/(sr · m), 444
W/(sr · m^2), 445
W/(sr · m^3), 446
W/K, 329
watt/pulgada ^{2} = W · in^{-2}, 416
Wb = T · m^2 = weber, 397
Wb/A = H (henrio, henry), 399
weber, Wb, 397
Wien, constante de, 465

yarda (yd), 70
yarda cuadrada (yd^2, sq yd), 82
yarda cúbica = (yd^3, cu yd), 89
yd^3/lb, 147
yd^3/slug (yd^3/sg), 147

Z, número atómico (núnero de protones), 536

Ω = V/A (ohmio, ohm), 369
1′/año, 118
1°/año, 118
1°/cm, 508
1°/m, 508
1°/pie (1∞/ft), 508
1°/pulgada (1∞/in), 508
1″/año, 118
1°/s = grado/s, 118

Este libro incluye, para cada una de las magnitudes físicas:

- La definición conceptual.
- Las expresiones matemáticas principales.
- La unidad del Sistema Internacional, "SI".
- Una completa relación de todas las unidades existentes, actuales y antiguas, de la magnitud estudiada, con sus equivalencias.
- Algunos valores y datos numéricos de interés.

Se trata de un completísimo "vademecum" o "handbook" actualizado, referente a las magnitudes y unidades físicas que, dado el vertiginoso avance de la tecnología, venía siendo cada vez más necesario. En este momento no existe nada equivalente en la bibliografía mundial, en ningún idioma.

De consulta habitual (imprescindible, podría decirse) para:

- Estudiantes.
- Profesores.
- Ingenieros de todas las ramas.
- Titulados en todas las ciencias, incluyendo Medicina.
- Investigadores.
- Técnicos de todos los niveles.
- Economistas.
- Empresarios.
- Comerciantes.
- Toda persona que maneje instrumentos.
- ...

No parece exagerado pensar que este libro se encontrará pronto en todos los organismos y empresas de tecnología, proyectos e investigación, así como en todas las Universidades (utilizado habitualmente por profesores y alumnos), e incluso sobre la mesa de los directivos y técnicos de empresa, como manual de consulta ineludible.

ISBN 978-84-7978-767-7
9 788479 787677

E-mail: ediciones@diazdesantos.es
www.diazdesantos.es/ediciones